ARCHIVUM PHILOSOPHICUM ALOISIANUM
A CURA DELLA FACOLTÀ DI FILOSOFIA DELL'ISTITUTO ALOISIANUM S. J.
Serie III

2

J. ŁUKASIEWICZ - C. NEGRO

LA SILLOGISTICA DI ARISTOTELE

Introduzione storica di
CZESŁAW LEJEWSKI
Sulla Scuola di Logica di Varsavia

MORCELLIANA - BRESCIA

LA TRADUZIONE DI ARISTOTLE'S SYLLOGISTIC
(IIa EDIZIONE 1957) È PUBBLICATA PER ACCORDO
CON THE CLARENDON PRESS-OXFORD

a GIANCARLO COLOMBO

in memoriam

C. N.

ΜΑΛΛΟΝ ΑΝΑΓΚΗ ΤΑ ΠΡΩΤΑ

ἐπεὶ δὲ δεῖ	poiché è d' uopo
πιστεύειν τε καὶ εἰδέναι τὸ πρᾶγμα	aver certezza e scienza di una cosa
τῷ τοιοῦτον ἔχειν συλλογισμὸν ὃν καλοῦμεν ἀπόδειξιν,	attraverso tale sillogismo quale chiamiamo dimostrazione,
ἔστι δ' οὗτος	e questo è
τῷ ταδὶ εἶναι ἐξ ὧν ὁ συλλογισμός,	perché sono i princìpi da cui il sillogismo,
ἀνάγκη μὴ μονον προγινώσκειν τὰ	è necessità non solo preconoscere i
πρῶτα, ἢ πάντα ἢ ἔνια,	primi, o tutti o alcuni,
ἀλλὰ καὶ μᾶλλον·	ma anche conoscerli di più:
ἀεὶ γὰρ	sempre infatti
δι' ὃ ὑπάρχει ἕκαστον	ciò per cui una cosa è,
ἐκεῖνο μᾶλλον ὑπάρχει,	quello è di più,
οἷον δι' ὃ φιλοῦμεν	come ciò per cui amiamo,
ἐκεῖνο φίλον μᾶλλον.	quello è amato di più;
ὥστ' εἴπερ ἴσμεν διὰ τὰ πρῶτα	così dunque, se attraverso i primi
καὶ πιστεύομεν	sappiamo e abbiamo certezza,
κἀκεῖνα ἴσμεν τε καὶ πιστεύομεν μᾶλλον,	di questi abbiamo maggiore sapere e certezza,
ὅτι δι' ἐκεῖνα καὶ τὰ ὕστερα.	perché per questi sappiamo ogni altra cosa.
οὐχ οἷόν τε δὲ	non è poi possibile che l'uomo,
πιστεύειν μᾶλλον ὧν οἶδεν	più che quello che sa,
ἃ μὴ τυγχάνει μήτε εἰδὼς	creda ciò che non è sua sorte sapere,
μήτε βέλτιον διακείμενος	né sia meglio affetto
	[a quanto non sa per natura]
ἢ εἰ ἐτύγχανεν εἰδώς.	che se è sua sorte saperlo;
συμβήσεται δὲ τοῦτο,	ora questo seguirà
εἰ μή τις προγνώσεται	se chi si affida alla dimostrazione
τῶν δι' ἀπόδειξιν πιστευόντων·	non preconosce i primi:
μᾶλλον γὰρ ἀνάγκη	difatti più che alla conclusione
πιστεύειν ταῖς ἀρχαῖς	è necessità affidarci ai princìpi,
ἢ πάσαις ἢ τισὶ τοῦ συμπεράσματος.	o tutti o alcuni.

72 a 25 - 37

PRESENTAZIONE DELL'EDIZIONE ITALIANA

Questo lavoro è una traduzione di J. Łukasiewicz, *Aristotle's Syllogistic from the standpoint of modern formal logic*, Oxford 1957, ad esclusione dei capitoli sulla logica modale, più una presentazione complementare della sillogistica di Aristotele da un punto di vista filosofico.

L'iniziativa del lavoro è dovuta al P. Giancarlo Colombo, la cui morte prematura è pure la causa del lungo ritardo con cui la traduzione del lavoro di Łukasiewicz appare in italiano. Quando Giancarlo Colombo chiese a Łukasiewicz il permesso di tradurre la moderna presentazione della sillogistica di Aristotele, era sua intenzione di dare un contributo alla mutua comprensione di quel nuovo mondo che la logica matematica ha introdotto nella repubblica delle scienze e della tradizione dell'aristotelismo filosofico.

Se, dopo molte insistenze, ho accettato l'invito della Facoltà Filosofica di Gallarate di dar corso in qualche modo al progetto, devo confessare al lettore, che mi ha mosso più un debito di personale amicizia per Giancarlo Colombo e in secondo luogo un debito di deferenza per la Facoltà di Gallarate, che non la fiducia nella mia capacità di gettare effettivamente un ponte fra le diverse mentalità con cui l'*Organon* è studiato dalla tradizione greca e medievale e da un logico matematico. Nonostante i parecchi anni che, con qualche interruzione, ho speso nello studio dell'*Analitica* e il tempo che ho consacrato alla logica formale moderna, io non mi ritengo un competente in Aristotele e mi ritengo un profano nella logica matematica. E tuttavia, data l'estrema scarsità di studiosi che abbiano una qualsiasi familiarità con il testo di Aristotele, ritengo che l'insistenza della Facoltà di Gallarate non sia irragionevole: è più facile risolvere dei problemi rispondendo a errori o a insufficienti posizioni dei problemi stessi, che produrre in prima istanza un lavoro soddisfacente. In questo senso spero di aver fatto opera utile a una più adeguata intelligenza storica della logica aristotelica e forse anche a una più adeguata impostazione dei problemi teorici che sono inerenti a una interpretazione matematica della dottrina dell'*Analitica*.

Sia perciò chiaro che nessuno degli appunti che ho creduto di poter fare alla parte storica del lavoro di Łukasiewicz, è da me inteso come una critica definitiva del punto di vista dell'Autore, ma solo come una istanza di quello « studioso non esercitato nel pensiero simbolico o matematico » a cui, fra gli altri, Łukasiewicz ha diretto la sua presentazione della sillogistica di Aristotele. È vero che la presentazione di Łukasiewicz è sembrata « facilmente comprensibile a ogni lettore intelligente » (J. T. CLARK, in 'The Philosophical Review', 61, (1952), pp. 575-78); ma vien fatto di ricordare in questo contesto l'osservazione del Manzoni, che non c'è cosa tanto facile quanto far capire agli altri ciò che hanno già capito. Se realmente si suppone che il lettore non sia già familiare con la logica matematica, la presentazione sembrerà tutt'altro che ovvia. In particolare non va dimenticato che, trattandosi di Aristotele, si dovrà contare con una certa percentuale di lettori provenienti da quella tradizione filosofica che, a quanto pare, è per Łukasiewicz il luogo dei pregiudizi che impediscono l'intelligenza delle categorie proprie della logica formale moderna. Da parte di questi lettori-filosofi che hanno qualche interesse per l'*Analitica* sembra onesto avanzare, a scopo di una più critica discussione sui punti di partenza comuni, delle riserve *a*) sulla interpretazione letterale dei testi in questione, così come essi si trovano nel loro contesto; *b*) sul significato di determinate categorie nelle quali si vuole tradurre, presumibilmente in modo più esatto di quanto sia stato fatto finora, quanto c'è di più fondamentale nella concezione aristotelica di quella dottrina che egli chiama analitica e che noi conveniamo di chiamare logica.

Se il lettore tiene presente che queste sono le mie intenzioni, forse non ascriverà a presunzione né a leggerezza il fatto che qui, in un volume, assieme a una presentazione della sillogistica che oltre ad essere garantita dal nome e dall'autorità di Łukasiewicz, ha ottenuto la quasi incondizionata approvazione di gran parte della critica, io pubblico una interpretazione che sembrerà sostanzialmente opposta, della medesima sillogistica. Io sono dell'opinione che quell'opposizione è minore di quanto si può pensare a prima vista e che si tratta piuttosto di complementarietà. Io infatti riconosco in Łukasiewicz l'originalità di aver astratto dal contesto della logica aristotelica la pura struttura matematica che in essa (meglio, nella parte di essa che Łukasiewicz ha preso in considerazione) è inclusa; penso che da questo punto di vista l'Autore non ci ha dato solo una traduzione in termini moderni della sillogistica di Aristotele, ma ha anche sensibilmente sviluppato gli elementi che essa conteneva nella mente del suo

creatore. Sono però convinto che questo è solo un aspetto della aristotelica 'analitica', e, nel suo contesto storico, non il più importante.

La mia esposizione è basata sul mio lavoro precedente *La sillogistica di Aristotele come metodo della conoscenza scientifica*, Bologna 1966.

La traduzione del testo di Łukasiewicz è condotta sulla seconda edizione, ristampata litograficamente, Oxford 1963.

I capitoli sulla logica modale non sono compresi in questa traduzione, perché io ho un'interpretazione del tutto personale della sillogistica modale di Aristotele, della quale non mi ritengo abbastanza sicuro e che tuttavia mi renderebbe difficile una serena valutazione dell'interpretazione dell'Autore. Questa del resto, come è risaputo, non ha incontrato in generale molta approvazione, almeno per il suo valore storico. Ho seguito perciò il parere di B. Sobociński e di C. Lejewski e ho limitato la traduzione alla sillogistica non-modale.

Sono grato al prof. P. S. Biolo, Rettore della Facoltà Filosofica di Gallarate, come pure agli altri membri della Facoltà, ma particolarmente al prof. P. G. B. Sala, per la fiducia che mi hanno concesso e per le molte prove di amicizia che in questa, come in altre occasioni, mi hanno dato. Ringrazio il prof. B. Sobociński, Notre Dame University, Ill., e il prof. C. Lejewski, Manchester University, Manchester, per i consigli che mi hanno dato e sono riconoscente al prof. Lejewski per il permesso di includere in questa edizione la sua nota storica sulla Scuola di Logica di Varsavia.

Settembre 1964,

Rutgers, The State University,

Newark, N.J.

C. N.

Avvertenza:

nella traduzione dal testo di ŁUKASIEWICZ, mi attengo al testo inglese, anche quando questo riferisce traduzioni da altra lingua, compreso il greco.

Nella prima parte e nelle mie note tutte le traduzioni sono dirette, dai testi citati.

Nel citare i testi di Aristotele seguo il modo più comunemente noto, tranne per l'*Analitica* per la quale ho adottato la notazione più breve del BONITZ, cioè

Aα, per *An. Pr.* libro I
Aβ, per *An. Pr.* libro II
Aγ, per *An. Post.* libro I
Aδ, per *An. Post.* libro II

C. N.

PREFAZIONE DI J. ŁUKASIEWICZ ALLA PRIMA EDIZIONE

Nel giugno 1939 lessi alla Accademia Polacca delle Scienze di Cracovia una relazione sulla sillogistica di Aristotele. Un riassunto della relazione fu stampato nel medesimo anno, ma non si poté pubblicare a causa della guerra. Apparve l'anno seguente, ma era datato ' 1939 '. Durante l'estate 1939 preparai, in polacco, uno studio monografico più particolareggiato sullo stesso argomento. Avevo già ricevute le bozze della prima parte, quando in Settembre la stamperia fu completamente distrutta da un bombardamento e tutto andò perduto. Allo stesso tempo fu bombardata e incendiata anche la mia intera biblioteca assieme ai miei manoscritti. Durante la guerra fu impossibile continuare il lavoro.

Solo dieci anni più tardi ebbi una nuova occasione di riprendere le mie ricerche sulla sillogistica di Aristotele, a Dublino, dove fin dal 1946 avevo tenuto i corsi di logica matematica alla Royal Irish Academy. Su invito dello University College di Dublino, diedi dieci lezioni sulla sillogistica di Aristotele, e il presente lavoro è il risultato di quelle lezioni.

Questo lavoro si limita ai sillogismi non-modali, o ' categorici ', dato che questi rappresentano la parte più importante della dottrina logica di Aristotele. Una esposizione sistematica della teoria del sillogismo categorico è contenuta nei capitoli 1, 2, e 4-7 del primo libro dell'*Analitica Prima.* Questi capitoli, nell'edizione di Th. Waitz di più di un secolo fa, sono la fonte principale della mia esposizione. Mi dispiace di non aver potuto usare il nuovo testo dell'*Analitica Prima* curato da Sir David Ross e pubblicato con la sua introduzione e commento nel 1949, dato che la parte storica del mio lavoro era già finita quando questa edizione apparve. Nella traduzione inglese dei testi greci mi attengo al possibile alla traduzione oxoniana delle Opere di Aristotele. Oltre al testo dell'*Analitica Prima* ho preso in considerazione i commentatori antichi, specialmente Alessandro. Posso ricordare qui che sono debitore a un anonimo commentatore antico della soluzione di storici problemi sulla presunta invenzione della quarta figura sillogistica da parte di Galeno.

Questo mio lavoro consiste di una parte storica, Capitoli I-III, e di una parte sistematica, Capitoli IV e V. Nella parte storica ho cercato di esporre la dottrina di Aristotele seguendo al possibile i testi; ma mi sono sempre sforzato di spiegarli dal punto di vista della logica formale moderna. A mio parere non esiste a tutt'oggi una fedele esposizione della sillogistica aristotelica. Finora tutte le esposizioni sono state scritte non da logici, ma da filosofi o da filologi, i quali, come nel caso di Prantl, non potevano conoscere, o, come Maier, non conoscevano di fatto la logica formale moderna. Tutte queste esposizioni, a mio parere, sono erronee. Io non ho trovato, p. es., nemmeno un autore che si sia accorto che c'è una differenza fondamentale fra il sillogismo aristotelico e quello tradizionale. A me perciò sembra che la mia esposizione è interamente nuova. Nella parte sistematica ho cercato di spiegare alcune teorie della logica formale moderna, le quali sono necessarie per avere una qualche comprensione della sillogistica di Aristotele, e ho inoltre cercato di completare questa sillogistica sulle linee di pensiero tracciate da Aristotele stesso. Mi sono dato premura di essere chiaro quanto possibile, in modo che la mia esposizione possa essere compresa da studiosi non esercitati nel pensiero simbolico e matematico. Spero perciò che questa parte del mio lavoro possa essere utile come un'introduzione alla logica formale moderna. Quelli che io considero come i risultati più importanti in questa parte sono la prova della decisione, fornita dal mio discepolo J. Słupecki, e l'idea del rigetto (*rejection*) introdotta da Aristotele e applicata da me alla teoria della deduzione.

Sono sinceramente riconoscente alla Royal Irish Academy, che, provvedendomi una posizione a Dublino, mi ha messo in grado di scrivere questo lavoro, e allo University College di Dublino, per il cortese invito a dare un corso di lezioni sulla logica aristotelica. Sono grato ai professori dello University College, P. A. Gwynn, S. J., e Mons. J. Shine che per loro cortesia mi prestarono i libri necessari. Sono pure obbligato a Sir David Ross, che lesse il mio dattiloscritto e mi diede alcuni suggerimenti che fui contento di accettare. Uno speciale debito di riconoscenza mi lega al defunto P. A. Little, S. J., che, sebbene già seriamente malato, corresse l'inglese del primo capitolo; a Victor Meally, Dublino, e in particolare a David Rees, Bangor, che corresse l'inglese di tutto il lavoro. Sono pure grato alla Clarendon Press per la diligenza e cortesia mostrata nel preparare per la stampa il mio dattiloscritto. La sezione su Galeno è dedicata al mio amico Heinrich Scholz, Münster in Vestfalia, che prestò la sua preziosa assistenza a me e a mia moglie durante la guerra e special-

mente durante il mio soggiorno a Münster nel 1944. Tutto il lavoro è dedicato a mia moglie Regina Łukasiewicz, nata Barwińska, che sacrificò se stessa perché io potessi vivere e lavorare. Senza la sua incessante sollecitudine durante la guerra e senza il suo aiuto e incoraggiamento nella solitudine del nostro esilio, non avrei mai potuto portare a termine il mio lavoro.

J. L.

Dublino, 7 Maggio 1950

CONTENUTO

2

SOMMARIO

PARTE I

Il sillogismo in Aristotele

PARTE II

INTRODUZIONE STORICA

JAN ŁUKASIEWICZ
E LA SCUOLA DI LOGICA DI VARSAVIA

Lo scopo di questa introduzione biografica è di formulare un apprezzamento breve ma comprensivo del contributo che l'autore de *La Sillogistica di Aristotele* ha dato allo sviluppo della logica contemporanea *. È questo un compito tutt'altro che semplice. Come una storia della Scuola di Logica di Varsavia non si potrebbe scrivere senza nominare quasi ad ogni paragrafo Jan Łukasiewicz, così una sua biografia non riuscirebbe a rendere giustizia ai meriti di questo eminente studioso, senza estendersi ad abbozzare, per quanto brevemente, una storia di quella scuola che egli fondò e diresse. Perciò il lettore non troverà, spero, che le note che seguono si estendano senza necessità oltre l'argomento. Un quadro ha spesso bisogno di essere parecchio più ampio del ritratto, se questo ha da apparire nelle sue vere proporzioni.

Jan Łukasiewicz nacque a Leopoli (Lwòw) nel 1878 e seguì i corsi del locale « Gymnasium » classico. A questa scuola egli fu debitore della sua familiarità con il greco e il latino: ancora dopo i suoi settant'anni si dilettava di recitare a memoria lunghi brani di Omero e di Orazio. Nel 1897 si iscrisse all'Università di Leopoli come studente di matematica e filosofia. Ivi compì i suoi studi, prevalentemente sotto la direzione del Professor Twardowski, e conseguì regolarmente il dottorato in filosofia nel 1902. Tre anni più tardi si trovò in grado di proseguire i suoi studi di filosofia, prima a Berlino e poi a Lovanio. Nel 1906 tornò a Leopoli dove fu nominato *Privatdozent* di filosofia. È interessante ricordare che il suo primo corso universitario fu sull'Algebra della Logica. All'Università di Leopoli insegnò per otto anni. Nel 1915, all'inizio della prima guerra mondiale, si trasferì a Varsavia per insegnarvi filosofia all'Università. Nel 1918 lasciò l'insegnamento per accettare un incarico nel Ministero della Pubblica Istruzione e l'anno seguente fu nominato Ministro della Pubblica Istruzione nel governo Paderewski. Alla fine del 1919 riprese la sua attività accademica. Fu professore di filosofia all'Università di Var-

* Una prima versione di questo saggio biografico è apparso in arabo, come prefazione all'edizione araba di J. Łukasiewicz, *La Sillogistica di Aristotele*, curata dal Dr. A. I. Sabra e pubblicata dall'editore Al-Maaref, Alessandria d'Egitto 1961.

savia fino al settembre 1939 e in questo periodo di tempo coprì per due volte la carica di Rettore dell'Università, nel 1922-23 e nel 1931-32.

In una incursione aerea nei primi giorni della guerra l'appartamento di Łukasiewicz a Varsavia fu distrutto, la sua biblioteca completamente bruciata e con essa i suoi manoscritti e note. Riparare alle perdite subite e ricostruire quanto non era ricuperabile non era un compito da affrontare durante gli anni della occupazione tedesca. Łukasiewicz tuttavia rimase a Varsavia fino al 1944. Nel luglio di quest'anno finalmente egli abbandonò la Polonia, cercando di raggiungere la Svizzera. Le intensificate attività belliche però gli impedirono di continuare il suo viaggio oltre Münster, Vestfalia. Dopo il crollo della Germania, egli spese alcuni mesi a Bruxelles e l'anno seguente accettò un invito del Governo Irlandese di recarsi a Dublino come professore di Logica Matematica alla Royal Irish Academy, incarico che ivi tenne fino alla morte avvenuta nel febbraio 1956.

Łukasiewicz godette fama mondiale come logico. L'Università di Münster gli conferì il dottorato in filosofia *honoris causa* nel 1938. Il Trinity College di Dublino gli conferì il titolo onorario di Dottore in Scienze nel 1955. Fu membro di dotte associazioni quali l'Accademia Polacca delle Scienze di Cracovia, la Società delle Arti e Scienze di Leopoli e la Società delle Arti e Scienze di Varsavia.

Łukasiewicz fu il più anziano discepolo di Kazimierz Twardowski. Twardowski, (1866-1938), aveva studiato filosofia sotto la direzione di Franz Brentano a Vienna. Le doti eccezionali che egli felicemente esplicò nella sua attività di insegnamento, gli assicurano per sempre un posto nella storia della filosofia in Polonia. Quando nel 1918 la Polonia divenne indipendente, la maggior parte delle cattedre di filosofia e psicologia delle università polacche fu occupata da discepoli di Twardowski. Il suo interesse principale come filosofo era l'analisi dei concetti e l'abituare i suoi studenti all'arte del pensare chiaramente. Ma nello stesso tempo egli non dimenticò mai, né permise che i suoi studenti dimenticassero, che l'analisi dei concetti non è fine a se stessa, ma solo un preambolo alla filosofia. Twardowski era convinto che un problema porta con sé la promessa di una soluzione solo se è impostato con chiarezza e precisione. Gli esempi più caratteristici del metodo propugnato da Twardowski si possono forse trovare in *Elementi di Epistemologia, Logica Formale e Metodologia*, di Tadeusz Kotarbiński, pubblicati in polacco, Leopoli 1929, seconda edizione Varsavia 1961.

Il rigore del metodo scientifico del maestro si può riscontrare già nella prima importante monografia di Łukasiewicz, che è uno studio sul principio di contraddizione in Aristotele. Pubblicata (in polacco) nel 1910, essa era destinata ad esercitare un'influenza fra le più considerevoli del primo periodo della rinascita della logica e della filosofia in Polonia. Łukasiewicz vi si proponeva di dimostrare che il principio di contraddizione non è tanto intaccabile quanto sembra, e cercava di provare che esso è di fatto una tesi che ha bisogno di una dimostrazione e che, contrariamente a quanto dice Aristotele, è possibile fornire un argomento a sostegno della sua validità universale. Łukasiewicz comincia il suo studio distinguendo negli scritti di Aristotele tre differenti versioni del principio di contraddizione. La prima è la versione *ontologica*, la quale importa che la medesima proprietà non può appartenere e non appartenere allo stesso soggetto sotto lo stesso aspetto. In altre parole, nessun oggetto può avere e non avere una data proprietà. In secondo luogo Aristotele sembra distinguere una versione *logica* del principio di contraddizione, la quale stabilisce che due proposizioni, una delle quali sia la negazione dell'altra, non possono essere ambedue vere. In terzo luogo Łukasiewicz prova che Aristotele ha pure formulato il principio di contraddizione in termini *psicologici* e ritiene che nessuno può avere allo stesso tempo due convinzioni a cui corrispondano due proposizioni contraddittorie. Nel parere di Aristotele il principio di contraddizione ontologico e logico sono inferenzialmente equivalenti, cioè si implicano a vicenda e Łukasiewicz non trova niente di errato in questa teoria, ma critica Aristotele per il tentativo che questi fa di derivare il principio di contraddizione psicologico dalle altre due versioni del medesimo principio. Nel seguito del suo studio egli esamina il principio in un più ampio contesto logico; discute, p. es., l'incalzante problema delle antinomie, la cui presa di coscienza rappresentava sempre uno shock per i filosofi e i matematici di quel tempo. È attraverso questa discussione che S. Leśniewski, cofondatore della Scuola di Logica di Varsavia, venne a conoscenza della antinomia di Russell, della classe che consiste di tutte le classi che non sono membri di se stesse, avvenimento che in qualche modo determinò lo sviluppo delle ricerche di Leśniewski sui fondamenti della matematica. Nell'appendice del libro Łukasiewicz espone una sua analisi del concetto di rapporto di implicazione, che gli serve da criterio per la sua classificazione delle quattro specie di raziocinio. Chiamiamo *deduttivo* il raziocinio se procediamo da date premesse a una conclusione che è implicata dalle premesse. Se invece procediamo dalle premesse a una conclusione che implica le premesse, ma non è implicata, dalle premesse allora chiamiamo questo tipo di raziocinio *riduttivo*. Questa prima distinzione dà poi origine a quattro specie di ra-

ziocinio, poiché per Łukasiewicz ci sono due sorta di raziocinio deduttivo e due di raziocinio riduttivo. Il deduttivo comprende la *illazione* [1], quando la verità delle premesse non è soggetta a dubbio, e la *prova* [2], che comporta l'inferire da premesse incerte, delle conclusioni che sono implicate dalle premesse e la cui verità o falsità si può facilmente stabilire con l'osservazione o l'esperimento. Il raziocinio riduttivo comprende la *dimostrazione* [3], quando si ricercano delle proposizioni la cui verità non è soggetta a dubbio e che implicano una data proposizione, e la *spiegazione* [4], che consiste nel ritrovare una o più proposizioni che implicano una data proposizione vera, mentre la loro stessa verità resta incerta. Quanto al raziocinio *induttivo*, esso per Łukasiewicz non è altro che spiegazione, nel senso qui sopra definito. Questa chiarificatrice classificazione dei tipi di raziocinio incontrò fino a poco tempo fa la generale approvazione degli studiosi di metodologia polacchi.

Łukasiewicz stesso deve aver pensato molto bene di questa sua prima ricerca sulla logica aristotelica. Nel 1955 infatti egli cominciò una traduzione inglese di questo primo lavoro; ma la malattia e poi la morte gli impedirono di portare a compimento quella che sarebbe probabilmente divenuta una seconda edizione.

Nei dieci anni che seguirono la pubblicazione di questa monografia sul principio di contraddizione in Aristotele, Łukasiewicz scrisse un buon numero di saggi, di varia lunghezza, nei quali prese in esame argomenti quali la creatività nella scienza, la natura della induzione, la nozione di causa e la relazione fra logica e psicologia. Il più importante di questi saggi fu il suo *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Cracovia 1913, il quale anticipa sotto diversi aspetti i seguenti sviluppi del moderno calcolo delle probabilità.

Fu nei primi anni del suo insegnamento all'Università di Varsavia che, a quanto risulta, egli decise finalmente di limitare il campo delle sue future ricerche a due argomenti: il calcolo delle proposizioni e la logica greca antica, cioè la logica di Aristotele e degli Stoici. Da quel tempo in poi, le deviazioni da questi fondamentali interessi sono poche e di poco rilievo. Una volta determinato il campo delle sue ricerche, seguirono presto e con frequenza risultati altamente originali. Il primo di questi, e

[1] *inferring*.
[2] *testing*.
[3] *proving:* la mia traduzione è suggerita dalla definizione che segue e corrisponde alla definizione di dimostrazione nel senso aristotelico.
[4] *explaining*.

forse il più importante, fu la scoperta della logica trivalente, nel 1917. Già nello studio sul principio di contraddizione in Aristotele, Łukasiewicz aveva discusso la possibilità di una *logica non-aristotelica*. A quel tempo tuttavia egli pensava a una logica senza il principio di contraddizione. Nel 1917 egli sviluppò un sistema di quella che in seguito chiamerà la *logica non-crisippiana*. In esso la tradizionale dicotomia *verità-falsità* viene sostituita dalla tricotomia *verità-falsità-possibilità*. L'importanza e la ricchezza di implicazioni del fatto di assumere la *possibilità* come un terzo valore logico, risulta chiara se consideriamo quanto esso interessa il significato dei concetti fondamentali della logica, quali sono i concetti di negazione, congiunzione, alternazione, implicazione, per non ricordarne che alcuni. Nella logica bivalente la negazione di una proposizione vera è, ovviamente, falsa, e la negazione di una proposizione falsa è vera. Ora questa caratterizzazione della negazione si deve completare, nella logica trivalente concepita da Łukasiewicz, con l'ulteriore determinazione che la negazione di una proposizione possibile si deve pure considerare possibile. La congiunzione di due proposizioni, nella logica bivalente, è vera solo se ciascuna delle due è vera; altrimenti la congiunzione è falsa. Nella logica trivalente, la congiunzione di due proposizioni vere rimane vera; la congiunzione di due proposizioni delle quali almeno una sia falsa, è pure falsa; ma abbiamo inoltre una congiunzione possibile, se cioè una delle proposizioni componenti è possibile e l'altra o possibile o vera. Nella logica bivalente l'alternazione di due proposizioni è vera se almeno una delle due componenti è vera, ma se tutte e due le proposizioni componenti sono false, allora anche l'alternazione è falsa. Nella logica trivalente invece l'alternazione è caratterizzata come segue: essa è vera se almeno una delle due componenti è vera; è possibile se nessuna delle due componenti è vera, ma almeno una è possibile; è falsa se tutte e due le componenti sono false. Finalmente, nella logica bivalente l'implicazione è falsa se il suo antecedente è vero mentre il conseguente è falso; in ogni altro caso essa è vera. Nella logica trivalente di Łukasiewicz l'implicazione è falsa se il suo antecedente è vero mentre il conseguente è falso, ma è possibile se l'antecedente è vero e il conseguente è possibile, oppure se l'antecedente è possibile e il conseguente è falso; negli altri sei casi possibili l'implicazione trivalente è vera. Con una formulazione generale, la logica bivalente presuppone il principio della bivalenza, il quale stabilisce che una funzione proposizionale δ forma una posizione vera in combinazione con ogni argomento proposizionale p, purché formi una proposizione vera tanto in combinazione con l'argomento vero (spesso rap-

presentato da *1*), quanto con l'argomento falso (rappresentato da *0*). In altre parole, il principio della bivalenza prende la forma della seguente tesi: « per tutti i *p*, se δ (1) allora se δ (0) allora δ (*p*) ».

Ora, la tesi che rappresenta il principio della trivalenza dice che « per tutti i *p*, se δ (1), δ (2), e δ (0), allora δ (*p*) »
Cioè una funzione proposizionale δ forma una proposizione vera in combinazione con ogni argomento proposizionale *p*, purché formi una proposizione vera in combinazione con l'argomento vero, *1*, con l'argomento possibile, *2*, e con l'argomento falso, *0*. Łukasiewicz concepì da principio la logica trivalente come una soluzione contro il determinismo, il quale, a suo parere, è implicato nella logica bivalente. In questo contesto, la discussione aristotelica sulle proposizioni future contingenti fu un'importante sorgente di ispirazione per Łukasiewicz, il quale non mancò mai di riconoscere quanto egli doveva all'autore dello *Organon*.

I primitivi sistemi trivalenti erano considerati da Łukasiewicz come sistemi interpretati (cioè tali che determinano il significato di costanti logiche, quali « e », « o », « se... allora »), i quali potrebbero un giorno soppiantare la logica bivalente nel nostro linguaggio scientifico e filosofico. Nello sviluppare quei sistemi Łukasiewicz non era mosso da considerazioni puramente formali, quali furono quelle che qualche anno più tardi condussero E. L. Post a risultati simili. Nel 1922 Łukasiewicz mostrò come si possono costruire sistemi di logica tetravalente, pentavalente, ..., e *n*-valente. La serie culmina con sistemi a infiniti valori, i quali, secondo Łukasiewicz, superano gli altri sistemi per importanza filosofica. Anzitutto egli aveva trovato che un buon numero di leggi logiche, che nella logica bivalente giustificano le prove indirette, *per impossibile*, non hanno più luogo nei sistemi di logica a infiniti valori. Ora, è risaputo che le prove indirette sono sempre state considerate non solo da filosofi, ma anche da alcuni matematici, come intuitivamente dubbie. In secondo luogo Łukasiewicz credeva all'esistenza di uno stretto nesso fra la logica a infiniti valori e la teoria della probabilità. Infine egli sperava che la logica a infiniti valori potesse felicemente dar ragione a tutte quelle intuizioni che nel passato avevano trovato espressione nella logica modale. Da principio tuttavia Łukasiewicz cercò di dare un'adeguata espressione alla logica modale tradizionale entro l'ambito di un sistema di logica trivalente; ma in seguito gli risultò che ciò non era possibile. Costruì allora un sistema di sistemi tetravalenti, il quale lo mise in grado (a quanto egli sosteneva) di raggiungere risultati più soddisfacenti. Non intraprese mai ricerche a largo raggio sulle logiche polivalenti per se stesse, cioè a prescindere dal valore della loro interpretazione. I sistemi polivalenti lo interessavano solo in quanto li considerava connessi con il problema della logica modale o in quanto avevano importanza per le sue ricerche sui sistemi bivalenti. Importanti contributi allo studio delle logiche polivalenti furono dati da discepoli di Łukasiewicz, M. Wajsberg, B. Sobociński, J. Słupecki.

Le prime relazioni sulla scoperta delle logiche polivalenti furono pubblicate da Łukasiewicz in polacco negli anni 1918 e 1920. Una più esplicita discussione dell'argomento si può trovare nel suo « Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls », *Comptes rendus des séances de la Société de Sciences et des Lettres de Varsovie*, Classe III 23 (1930), e così pure in « Untersuchungen über den Aussagenkalkül », pubblicato, in collaborazione con A. Tarski, nello stesso numero dei *Comptes rendus*.

Negli anni che seguirono il 1920 Łukasiewicz cominciò ad ottenere risultati originali nel classico calcolo delle proposizioni. Invero questo argomento formò il centro dei suoi studi di logica. Egli considerò il calcolo delle proposizioni bivalente come il paradigma di tutte le teorie deduttive. Esso si presta, nel parere di Łukasiewicz, a un trattamento, per così dire, da laboratorio. Come sezionando un coniglio si potevano stabilire molte conclusioni sull'anatomia dei roditori o dei mammiferi in generale, così un diligente esame e la soluzione dei diversi problemi che sorgono entro l'ambito del calcolo delle proposizioni, portavano luce sulla natura e la struttura di altri sistemi deduttivi.

Łukasiewicz cominciò con il divisare un simbolismo molto semplice allo scopo di formulare tesi del calcolo delle proposizioni e un metodo molto perspicuo di ordinare le prove entro il calcolo. L'uno e l'altro sono stati da allora in poi adottati dai suoi discepoli polacchi e da molti cultori di logica fuori della Polonia. Non mi propongo di spiegare qui questo simbolismo, perché l'autore ne dà una trattazione completa nel presente lavoro (cfr. par. 22). Voglio solo sottolineare che i vantaggi della notazione senza parentesi e senza punti, introdotta da Łukasiewicz, diventano evidenti appena affrontiamo il problema di formulare le regole dell'illazione, non con l'aiuto di schemi e diagrammi, ma in termini di un metalinguaggio sintatticamente articolato.

Diversi problemi connessi con i fondamenti assiomatici del calcolo delle proposizioni tennero occupato Łukasiewicz per parecchi anni. Egli semplificò i sistemi assiomatici del calcolo delle proposizioni proposti in tempi diversi da Frege, Russell e Hilbert e stabilì un suo sistema assio-

matico per il calcolo *CN*, il quale è ora noto come il sistema assiomatico di Łukasiewicz. Esso consiste in tre assiomi, che sono semplici, intuitivi, indipendenti l'uno dagli altri e ricchi abbastanza da originare un sistema completo del calcolo delle proposizioni. Per un'esposizione particolareggiata il lettore può consultare il par. 23 della parte seconda.

Le ricerche sui fondamenti assiomatici del calcolo delle proposizioni condussero naturalmente al problema di trovare sistemi assiomatici consistenti in un'unica tesi la più breve possibile. Il successo di Nicod che trovò un singolo assioma per il calcolo delle proposizioni basato su uno dei funtori di Sheffer si dimostrò uno stimolo efficace in questo senso. Il primo singolo assioma per il calcolo *CN* fu trovato da Tarski nel 1925. Consisteva in 53 lettere. Una lunga serie di semplificazioni apportate da Łukasiewicz e da Sobociński nel corso di parecchi anni culmina ora in un assioma di 21 lettere, scoperto da C. A. Meredith, il collaboratore irlandese di Łukasiewicz. Non sappiamo ancora se, date le solite regole dell'illazione, esso sia l'assioma più breve possibile. Finora il problema dell'assioma più breve possibile è stato risolto per il calcolo *E* e per il calcolo *C*, basati rispettivamente sull'equivalenza e sull'implicazione. In tutti e due i casi la soluzione è stata fornita da Łukasiewicz. Per ulteriori particolari devo rimandare il lettore a una bibliografia più specializzata.

Una considerabile quantità di lavoro di indagine originale nel campo della metalogica si compì nel seminario di logica diretto da Łukasiewicz all'Università di Varsavia. Sotto la sua guida si svilupparono e perfezionarono metodi per stabilire la non-contraddittorietà, la interna indipendenza e la completezza dei sistemi assiomatici e dozzine di importanti metateoremi concernenti il calcolo delle proposizioni furono dimostrati da Łukasiewicz stesso o da membri del suo seminario. I suoi molteplici contributi allo studio del calcolo delle proposizioni si possono trovare nel suo testo, *Elementi di logica matematica* (pubblicato in polacco nel 1929, seconda edizione 1958; trad. inglese 1963) ed in numerosi articoli pubblicati in polacco, francese, tedesco, inglese, dal 1920 in poi. Fra queste pubblicazioni, le seguenti sembrano le più importanti: « Logica bivalente » (in polacco), *Przeglad Filozoficzny*, 23 (1921); « Démonstrabilité de la compatibilité des axioms de la théorie de la déduction », *Annales de la Société Polonaise de Mathematique*, 3 (1925); « Untersuchungen über den Aussagenkalkül », *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et de Lettres de Varsovie*, Classe III, 23 (1930), pubblicato in collaborazione con A. Tarski; « Ein Vollständigkeitsbeweis des zweiwertigen Aussagenkalküls », *ibid.*, 24 (1932); « Der Äquivalenzenkalkül », *Collectanea Logica*, 1 (1939); « The shortest axiom of the implicational calculus of propositions », *Proceedings of the Royal Irish Academy*, 52A (1948).

Già a Varsavia Łukasiewicz aveva elaborato un sistema di quello che egli chiamò « calcolo esteso delle proposizioni ». Esso differisce dal classico calcolo delle proposizioni perché dà luogo all'uso di quantori che legano variabili proposizionali. L'estensione proposta da Łukasiewicz perciò sta nella direzione della prototetica di Leśniewski, che è il più comprensivo sistema di logica delle proposizioni finora elaborato. A Dublino Łukasiewicz elaborò un altro tipo di estensione del calcolo delle proposizioni. Nel calcolo classico le variabili appartengono alla categoria semantica delle proposizioni. Ora, nella estensione proposta, che si può convenientemente designare come il calcolo-δ, Łukasiewicz introduce la possibilità di funtori variabili che richiedono un argomento proposizionale per formare una proposizione. Tale calcolo è ovviamente parte della prototetica. I tratti più caratteristici del calcolo-δ sono la sua regola della sostituzione per variabili funtoriali e la sua regola della definizione. La prima di queste regole è molto meno intuitiva che la sua corrispondente regola nella prototetica; ma fra gli altri vantaggi ha quello di rendere possibile il funzionamento di quest'ultima. Assieme alla tradizionale regola del distacco, il *modus ponens*, esse formano un così efficace strumento di deduzione che Łukasiewicz si trovò in grado di sviluppare un sistema completo di calcolo-δ, cioè di calcolo delle proposizioni con variabili funtoriali, basandosi sul principio della bivalenza come unico assioma. Le linee fondamentali del calcolo-δ furono pubblicate per la prima volta da Łukasiewicz nel suo « On Variable Functors of Propositional Arguments », *Proceeding of the Royal Irish Academy*, 54A2 (1951).

È interessante notare che, nonostante i lusinghieri risultati conseguiti nel campo della logica simbolica, Łukasiewicz non perdette mai l'interesse per la logica di Aristotele. Invero egli fu il primo ad accorgersi che il contributo dato da Aristotele alla logica richiedeva una rivalutazione alla luce delle nuove scoperte. E lo stesso valeva per la logica degli Stoici. I classici lavori sulla logica antica pubblicati da eminenti studiosi quali C. Prantl, E. Zeller, V. Brochard, H. Maier, erano, nel parere di Łukasiewicz, totalmente sorpassati dai progressi della logica simbolica. Egli avrebbe ammesso che quei lavori sono ancora di qualche valore come introduzioni alle fonti originali; ma a suo avviso l'interpretazione che essi danno ai testi della logica greca è per lo più manifestamente erronea. Questo era vero particolarmente per la trattazione della logica stoica fatta da Prantl, il quale aveva unito alla sua ignoranza della logica una

completamente antiscientifica avversione per Crisippo e per la sua dialettica.

La logica moderna comprende almeno queste due discipline: (*i*) la logica delle proposizioni e (*ii*) la logica dei termini, cioè la teoria dell'identità o teoria delle classi; ciascuna delle due completata dalla teoria della quantificazione. Lo *status* logico di queste due discipline non è lo stesso: la logica dei termini infatti presuppone la logica delle proposizioni, mentre quest'ultima è indipendente e completa in se stessa. Era chiaro per Łukasiewicz che la sillogistica di Aristotele era solo un piccolo frammento della logica dei termini. Nella logica degli Stoici invece egli vedeva l'inizio della logica delle proposizioni. Egli mostrò che i principali funtori della logica delle proposizioni, quali « *se... allora...* », «... *e...* », « *o... o...* » (nel senso esclusivo di « *aut... aut...* »), e « *non si dà il caso che...* » erano noti agli Stoici, i quali li avevano in parte ereditati dai dialettici della scuola Megarica. Egli sostenne poi, che seguendo Filone di Megara, gli Stoici avevano interpretato quei funtori come funtori di verità concependo il valore di verità delle proposizioni composte nelle quali essi ricorrono, come dipendente dal valore di verità delle proposizioni componenti. Inoltre Łukasiewicz rilevò che gli Stoici furono i primi a distinguere le leggi logiche dai corrispettivi schemi di illazione valida. Essi scelsero di fatto un'esposizione della logica basata su schemi di illazione, ma conoscevano un metodo per trasformare gli schemi in leggi logiche, le quali in definitiva erano la ragione della validità degli schemi. La rivalutazione della logica stoica è stata accettata dagli storici moderni della logica e così pure furono accettate le numerose correzioni a diversi testi di logica che per molti anni avevano eluso gli editori. I risultati delle sue ricerche sulla logica degli Stoici sono esposti nel suo « Zur Geschichte der Aussagenlogik », *Erkenntnis* 5 (1935-36).

Al tempo del suo lavoro sul principio di contraddizione in Aristotele, Łukasiewicz non era del tutto familiare con la logica moderna. Perciò aveva dovuto affidarsi a metodi non formali di analisi filosofica e filologica. Questo svantaggio tuttavia fu presto eliminato. La nuova conoscenza della logica simbolica lo mise in grado di intraprendere un radicale riesame della sillogistica aristotelica con l'aiuto di un metodo e di una tecnica che non era a disposizione dei conoscitori della logica tradizionale del secolo diciannovesimo. Alcuni dei risultati a cui giunse furono discussi nelle sue lezioni sulla storia della logica all'Università di Varsavia e una moderna presentazione della sillogistica fu inclusa nella prima edizione polacca dei suoi *Elementi di logica matematica* (1929). Uno studio esauriente

sulla sillogistica di Aristotele però non fu completato se non nell'estate del 1939. Ne lesse un sommario alla sessione dell'Accademia Polacca di quell'anno e fu accettato per la pubblicazione. Il dattiloscritto fu mandato al tipografo; ma era destinato a non apparire come libro. La tipografia fu bombardata durante la guerra: il dattiloscritto e le copie andarono perdute. Il lavoro presente fu riscritto completamente a Dublino.

Come l'originale versione polacca, esso consiste di due parti, la prima delle quali (capitoli I, II, III) è storica, la seconda (capitoli IV, V) è sistematica. Nella prima parte Łukasiewicz sostiene, fra l'altro, che Aristotele fu il primo a introdurre variabili nella logica, ciò che gli rese possibile la formulazione diretta di princìpi logici nella loro completa universalità. A questo proposito egli previde pure la necessità di quantificatori. I princìpi di logica trattati nell'*Analitica* erano per la maggior parte leggi logiche, non schemi di illazione valida. In questo senso essi differivano dai sillogismi tradizionali. Aristotele fu il primo a costruire un sistema deduttivo deducendo i sillogismi della seconda e della terza figura da quelli della prima e riducendo poi i fondamenti assiomatici del suo sistema a due leggi sillogistiche (*Barbara* e *Celarent*). Nelle sue deduzioni Aristotele fece uso di tre tipi di prove, che presupponevano alcune leggi della logica delle proposizioni. Di questo tuttavia Aristotele non era consapevole. Il suo esame delle forme sillogistiche comprendeva non solo la prova di quelle che erano vere, ma anche la prova della falsità delle altre per mezzo di esempi contrari. Qualche volta, invece di esempi, Aristotele fa uso di alcune regole del rigetto, procedimento molto più soddisfacente dal punto di vista logico. In fine sembra che Łukasiewicz sia riuscito a chiarire il mistero della quarta figura, erroneamente attribuita a Galeno.

Nella parte sistematica della sua monografia, il cui intento non va confuso con quello della parte storica, Łukasiewicz offre una presentazione della Sillogistica di Aristotele che risponde alle esigenze della moderna metodologia delle discipline deduttive. Stabilisce esplicitamente tutti gli assunti presi dalla logica delle proposizioni, enuncia gli assiomi e le definizioni del suo sistema sillogistico, formula le regole di illazione che vengono usate nelle sue deduzioni e procede alla deduzione delle leggi della conversione e di tutti i modi sillogistici. Dimostra la non contraddittorietà del suo sistema assiomatico e che i suoi assiomi sono indipendenti fra loro. Esamina poi il problema di come si possa entro il suo sistema provare la falsità delle forme sillogistiche invalide e in fine espone un procedimento per la decisione, elaborato per il sistema da J. Słupecki.

Per alcuni pochi anni alla fine della sua vita, Łukasiewicz lavorò assi-

duamente a risolvere gli intricati problemi della logica modale di Aristotele. I risultati a cui giunse in questo campo sono esposti nella seconda edizione di Aristotle's Syllogistic. La parte storica dell'esposizione si distingue certo per il solito acume dell'autore; la parte formale però, che implica un sistema tetravalente del calcolo delle proposizioni, sembra passibile di notevoli riserve. Se tuttavia il problema della logica modale di Aristotele ha eluso l'acume analitico di Łukasiewicz, questo è dovuto al fatto che la logica modale in se stessa è in generale tuttora un complicato oggetto di controversia. Resta comunque che, quali che possano essere gli sviluppi futuri della logica, si richiederà del tempo prima che il saggio di Łukasiewicz sulla logica degli Stoici e la sua monografia sulla sillogistica di Aristotele possano venir sorpassati da una ricerca più penetrante e chiarificatrice.

Łukasiewicz non si trovò solo nello sforzo che compì nell'Università di Varsavia per avviare lo studio della logica con criteri che assicurassero un felice sviluppo. Stanislao Leśniewski (1886-1939) conobbe Łukasiewicz a Leopoli prima della prima guerra mondiale. Aveva studiato filosofia in varie università tedesche ed era venuto a Leopoli per compirivi il suo dottorato in filosofia sotto la guida di Twardowski. Un giorno fece una visita a Łukasiewicz per discutere con lui su alcuni punti del suo libro sul principio di contraddizione in Aristotele, che Leśniewski aveva appena letto. Fu questo l'inizio di un'amicizia che, con la nomina di Leśniewski a professore di filosofia della matematica a Varsavia nel 1919, determinò la meravigliosa rinascita degli studi di logica in Polonia.

Tanto Łukasiewicz quanto Leśniewski avevano un atteggiamento molto critico riguardo allo stato in cui la filosofia si era ridotta dopo secoli di interminabili discussioni e polemiche. Mentre Łukasiewicz, preso come egli era dai felici risultati delle ricerche logiche, patrocinava nuovi metodi per una rinascita della filosofia, Leśniewski andò più oltre e si dichiarò un apostata dalla filosofia. Coloro tuttavia che conobbero l'uno e l'altro e studiarono sotto la loro direzione sembrano d'accordo nel pensare che la mentalità di Leśniewski era di fatto più filosofica che non quella di Łukasiewicz o, in verità, di qualunque altro fra i suoi colleghi studiosi di logica. Egli aveva un atteggiamento estremamente critico nei riguardi di una trattazione puramente formalistica della logica e della matematica, la quale, a suo parere, riduceva queste discipline a una specie di gioco, in cui certe formule prive di significato venivano trasformate in altre formule prive di significato in dipendenza da alcune regole di trasformazione del tutto arbitrarie. Egli s'impegnò alla costruzione e allo sviluppo

delle sue teorie deduttive perché esse rappresentavano per lui una determinata interpretazione nella quale gli assiomi risultavano *veri* rispetto a un determinato aspetto della realtà che lo interessava, mentre le regole della trasformazione che egli usava rappresentavano semplicemente delle descrizioni di alcuni pochi tipi di illazione ineludibilmente *validi*.

Come molti pensatori della sua generazione, Leśniewski era irresistibilmente interessato dal problema delle antinomie. In particolare, l'antinomia russelliana della classe di tutte le classi che non sono membri di se stesse, della quale era venuto a conoscenza attraverso Łukasiewicz, aveva vessato a lungo la sua mente. Una diligente analisi di questa antinomia condusse passo passo Leśniewski a ideare un nuovo sistema di logica e dei fondamenti della matematica, un sistema che si distingue per la sua originalità, comprensività ed eleganza, ed è, si deve pure menzionare, libero da contraddizioni.

Il sistema di logica e dei fondamenti della matematica costruito da Leśniewski si compone di tre parti che egli chiamò prototetica, ontologia e mereologia. La prototetica è la più comprensiva fra le logiche delle proposizioni. Differisce dal classico calcolo delle proposizioni sotto parecchi aspetti. Prima di tutto, la varietà di categorie semantiche di cui la prototetica dispone è illimitata. Ciascuna categoria semantica entro il campo della prototetica è rappresentata da termini costanti e da variabili. Ogni termine costante che non sia primitivo, è introdotto nella prototetica per mezzo di un'appropriata definizione; una volta poi che sia stata introdotta nel sistema la definizione di un termine costante appartenente a una nuova categoria semantica, ciascuno può usare variabili di questa categoria nelle tesi seguenti. In secondo luogo la prototetica è fornita di una regola di estensionalità, la quale rende applicabile la legge dell'estensionalità ad ogni categoria semantica già introdotta nel sistema. Infine, la prototetica fa luogo all'uso di quantori universali che legano le variabili di qualunque categoria semantica. Con l'aiuto di una regola per la distribuzione del quantore universale entro un'equivalenza, si possono dedurre, nella prototetica, delle tesi che ci mettono in grado di usare le normali regole per operare con il quantore universale in ogni teoria deduttiva di ordine inferiore, cioè di minore universalità. Oltre alle regole ora menzionate, vi abbiamo ovviamente la regola della sostituzione e la regola del distacco. Il sistema tipico della prototetica è basato su un unico assioma nel quale come unico termine primitivo appare il funtore dell'equivalenza. Ci sono pure sistemi di prototetica che assumono il funtore dell'implicazione come unico termine primitivo. La prototetica non presuppone al-

cun'altra teoria più fondamentale, mentre tutte le altre teorie deduttive, che non sono parti della prototetica, hanno bisogno di basarsi su di essa o su parte di essa.

L'ontologia si ottiene aggiungendo alla prototetica un assioma ontologico, adattando a questo le regole della prototetica e aggiungendo una regola della definizione ontologica e una regola della estensionalità ontologica. La teoria che risulta in questo modo si dimostra la logica dei nomi e delle espressioni nominali più comprensiva. Grosso modo essa comprende la logica tradizionale nella sua forma moderna ed ha in più i corrispettivi del calcolo dei predicati, del calcolo delle classi e del calcolo delle relazioni, inclusa la teoria dell'identità. L'ontologia così concepita costituisce il sistema di logica di Leśniewski. Entro questo sistema si possono derivare le diverse nozioni e i diversi presupposti dell'aritmetica in conformità con lo schema logistico. Il sistema tipo dell'ontologia è basato su un unico assioma nel quale si usa come unico termine primitivo il funtore dell'inclusione singolare. Questo funtore dà origine a proposizioni della forma *A è un b*. Ora, una proposizione di questa forma è vera se e solo se il nome rappresentato da *A* designa esattamente un oggetto che sia pure designato dal nome rappresentato da *b*. Sono pure possibili sistemi di ontologia che assumano altri termini primitivi.

La mereologia, che è una teoria delle relazioni di parte e tutto, si ottiene aggiungendo un assioma mereologico all'ontologia e adattando opportunamente le regole ontologiche. Non ci sono regole specifiche della mereologia. Questa, così concepita, costituisce il sistema dei fondamenti della matematica di Leśniewski. Essa fornisce *a fortiori* i fondamenti dell'aritmetica; ed essendo una teoria delle relazioni di parte e tutto, essa sviluppa pure in notevole grado i fondamenti della geometria.

È interessante notare che Leśniewski cominciò la costruzione del suo sistema dei fondamenti della matematica assiomatizzando la mereologia, senza stabilirne esplicitamente i presupposti logici. Inoltre, le varie tesi della mereologia furono dapprima formulate e provate nel linguaggio ordinario, non formalizzato, cosicché per lo stile in cui si presenta, la mereologia ricorda gli *Elementi* di Euclide. Lo stimolo immediato a costruire la mereologia venne a Leśniewski dalla sua analisi dell'antinomia di Russell della classe di tutte quelle classi che non sono membri di se stesse. Nella ricerca di una spiegazione plausibile dell'antinomia, Leśniewski arrivò alla conclusione che la causa responsabile della contraddizione era la confusione di due significati dell'espressione *A è un elemento della classe dei b*. Egli fece notare che in uno dei suoi significati, l'espressione in questione coincide

esattamente con l'espressione della forma *A è un b*. In questo caso, nota Leśniewski, i termini *elemento* e *classe* sono usati distributivamente. Ci sono però dei casi in cui noi usiamo questi termini collettivamente. Nella supposizione collettiva, dire che *A è un elemento della classe dei b* è lo stesso che dire che *A è una parte* (propria o impropria) *del tutto che è costituito dai b*, e per « il tutto che è costituito dai *b* » s'intende qui l'oggetto che ha le due proprietà seguenti: (*i*) ogni *b* è una parte di esso, e (*ii*) ogni parte di esso ha una parte in comune con un *b*.

Mentre la mereologia si può descrivere come la teoria delle classi collettive, l'ontologia aveva per oggetto la nozione di classe distributiva. Assiomatizzando l'ontologia nel 1920 Leśniewski fornì dei fondamenti più soddisfacenti per la sua mereologia. Un ulteriore perfezionamento fu raggiunto quando i soli inespressi presupposti dell'ontologia furono ridotti a un sistema deduttivo della prototetica. Questa era cosa compiuta nel 1923 e Leśniewski poté procedere a formalizzare il suo sistema dei fondamenti della matematica, cioè a formulare le regole della definizione, dell'estensionalità e dell'illazione in modo tale da metterle in relazione con tratti puramente formali degli assiomi. A quel tempo egli aveva ovviamente già accettato l'uso del linguaggio simbolico nel suo lavoro sulla logica. Aveva anzi ideato un elegante simbolismo suo proprio, il quale rendeva più trattabile il compito della formalizzazione. Sviluppò inoltre un nuovo metodo per formalizzare le teorie deduttive, metodo che comprendeva l'elaborazione di una serie di *spiegazioni terminologiche* culminanti nell'enunciazione delle regole. Con l'aiuto di queste regole, Leśniewski formalizzò la prototetica e l'ontologia. La mereologia rimase non formalizzata; ma la sua formalizzazione non presenta alcun problema teoretico. Va sottolineato in fine che per Leśniewski le sue teorie deduttive furono sempre delle teorie interpretate: esse erano intese a provvedere una universalissima, e perciò — possiamo aggiungere noi — filosoficamente interessante descrizione della realtà.

L'incoraggiamento e i consigli di cui tanto Łukasiewicz quanto Leśniewski furono sempre larghi con i loro studenti più promettenti, finirono per dar origine a un ufficioso gruppo di studio, i cui interessi gravitavano verso la logica e i fondamenti della matematica. Oltre ai due fondatori, il gruppo comprendeva alcuni dei loro discepoli: A. Tarski, M. Wajsberg, S. Jaśkowski, J. Słupecki e B. Sobociński. Essi formarono il nucleo di quella che fu conosciuta come la Scuola di Logica di Varsavia. Il gruppo collaborò intimamente con la Scuola Polacca di Matematica (Z. Janiszewski, W. Sierpiński, S. Mazurkiewicz, S. Banach, K. Kuratowski, A.

Lindenbaum) e con la Scuola di Filosofia di Varsavia, diretta da T. Kotarbiński. Kotarbiński stesso ebbe personalmente un vivo interesse per i sistemi di Leśniewski, che egli trovava in completa armonia con le sue teorie filosofiche.

Nelle prime fasi della sua carriera di cultore della logica A. Tarski riuscì a ottenere un buon numero di risultati duraturi nel campo della logica di Leśniewski. Abbandonò tuttavia presto questa linea di studio per prendere a oggetto centrale delle sue ricerche la metalogica e la metamatematica. Il suo lavoro da pioniere in questo nuovo campo ha ottenuto un riconoscimento mondiale. Gli altri membri della Scuola sembrarono dedicarsi di più allo sviluppo dei vari problemi che nascono dalle ricerche dei loro maestri.

La rivalutazione che Łukasiewicz fece delle logiche antiche e medievali ebbe grande influenza su alcuni studiosi polacchi fuori di Varsavia. Già prima della guerra P. J. Salamucha aveva prestato il contributo di numerosi interessanti studi sulla logica medievale, mentre P. I. M. Bocheński divenne un'autorità riconosciuta nella storia della logica antica e moderna.

Negli anni che seguirono il 1930 la Scuola di Logica di Varsavia aveva ottenuto ampio riconoscimento fra gli studiosi del mondo occidentale; i logici di Varsavia erano sempre membri desiderati ed apprezzati nei convegni di logica e di filosofia dell'Europa occidentale. Un nuovo periodico polacco, dedicato interamente alla logica e alla storia della logica, fu lanciato nel 1939. La guerra che seguì stroncò le brillanti prospettive di sviluppo e di espansione. La prima grave perdita fu la morte inaspettata di Leśniewski nel maggio 1939. Nel settembre successivo, quando, dopo una lotta breve ma rovinosa, la Polonia fu divisa, per la quarta volta nella storia, fra Russia e Germania, l'Università di Varsavia fu chiusa e i suoi studiosi furono dispersi. In breve Lindenbaum e Wajsberg erano caduti vittime del terrore nazista e poco dopo subì la stessa sorte Salamucha. Tuttavia l'interesse per la logica non andò perduto completamente. Nonostante le difficoltà e i rischi dell'occupazione straniera, Sobociński continuò a tenere clandestinamente corsi di logica e a lavorare sui manoscritti e le note di Leśniewski. Nel giro di pochi anni, il dattiloscritto in cui Sobociński aveva ricostruito l'ontologia di Leśniewski aveva superato le mille pagine. Ma tanto il dattiloscritto quanto i manoscritti e le note di Leśniewski andarono perduti nell'incendio dell'appartamento di Sobociński durante l'insurrezione di Varsavia nel 1944. A guerra finita, nel 1945, era chiaro che la Scuola di Logica di Varsavia non si poteva più riportare in vita nella sua forma primitiva. Parecchi dei suoi membri erano

morti, altri avevano accettato responsabili posizioni in diverse università di provincia in Polonia, altri si erano stabiliti all'estero. Tuttavia una semplice scorsa sulle recensioni nei numeri correnti del *Journal of Symbolic Logic* basta a mostrare come l'attività dei logici polacchi non è affatto andata stagnando nel promuovere e coltivare il loro campo di studio. Fra coloro che continuano la loro attività di insegnamento e di ricerca in Polonia si ricordino S. Jaśkowski, J. Słupecki, A. Mostowski, A. Grzegorczyk, J. Los, L. Borkowski, H. Rasiowa, R. Suszko, per menzionare solo i più eminenti. Parecchi testi universitari e dozzine di articoli nei quattordici volumi degli *Studia Logica* pubblicati dopo la fine della guerra, fanno fede della vitalità di interessi e di studi nel campo della logica nella Polonia del dopoguerra. Fra quelli che sono stati attivi all'estero si può ricordare Łukasiewicz stesso, che lavorò fino al 1956 a Dublino, Irlanda, P. I. M. Bocheński, a Friburgo, Svizzera, A. Tarski a Berkeley, California, B. Sobociński a Notre Dame, Indiana, H. Hiz a Philadelphia, Pennsylvania e l'autore di questa nota biografica a Manchester, Inghilterra.

NOTA BIBLIOGRAFICA

Per ulteriori informazioni sullo sviluppo degli studi logici e filosofici in Polonia si possono vedere

1. K. Ajdukiewicz, Der logische Antiirrationalismus in Polen, in *Erkenntnis* 5 (1935-36).
2. I. M. Bocheński, Philosophie, in *Pologne 1919-1939*, Neuchatel 1947, vol. III.
3. F. Gregoire, La philosophie polonaise contemporaine, in *Revue philosophique de la France et de l'Etranger*, 142 (1952).
4. D. Gromska, Philosophes polonais morts entre 1938 et 1945, in *Studia Philosophica* 3 (1939-46), pubblicato a Poznan 1948.
5. Z. Jordan, The Development of Mathematical Logic and of Logical Positivism in Poland between the Two Wars, in *Polish Science and Learning* No. 6, Oxford 1945,
6. idem, Philosophy and Ideology, Dordrecht 1963.
7. T. Kotarbiński La philosophie dans la Pologne contemporaine, in *Philosophy in the Mid-century*, ed. R. Klibanski, Firenze 1959.
8. idem, *La logique en Pologne*, Accademia Polacca di Scienze e Lettere, Fascicolo 7, Roma 1959.
9. B. Sobociński, In Memoriam Jan Łukasiewicz (1878-1956), in *Philosophical Studies* 6 (1956) Maynooth Eire.
10. idem, La gènesis de la Escuela Polaca de Lógica, in *Oriente Europeo* 7 (1957), Madrid.
11. idem, Jan Salamucha 1903-1944. A Biographical Note, in *The New Scholasticism* 32 (1958)
12. G. Vaccarino, La Scuola Polacca di Logica, in *Sigma* 2 (1948).
13. Z. Zawirski, Les tendences actuelles de la philosophie polonaise, *Revue de Synthèse 10, Sciences de la Nature et Synthèse générale*, 1935.

University of Manchester
Manchester, Inghilterra

PARTE I

IL SILLOGISMO IN ARISTOTELE

1. GLI ELEMENTI DEL SILLOGISMO

1.0. All'inizio dell'*Analitica* Aristotele sembra voler dare un elenco completo degli elementi la cui definizione si deve premettere alla prima parte del suo lavoro, cioè alla trattazione del sillogismo: « Dobbiamo definire che cos'è protasi, termine, sillogismo; quale sillogismo è perfetto e quale imperfetto. Inoltre che cos'è ' Questo essere, o non essere, in tutto quello ' e che cosa intendiamo per ' Predicare di tutto o di nessuno ' »: Aα 1, 24ª11-15. Questi preliminari occupano solo due capitoli dell'*Analitica.* Se a me sembra necessario dilungarmi un po' di più su questi concetti, non è che questa necessità rappresenti per me un vantaggio su Aristotele. Cercherò di esporre in questo primo capitolo il concetto di protasi, in quanto essa è l'assunto da cui risulta il sillogismo; e questo importerà un qualche chiarimento dell'« essere in tutto » o « essere predicato di tutto ». Ometterò tutto quanto non mi sembra strettamente necessario a chiarire il concetto di sillogismo.

Definizione di protasi

1.1. Ciò che viene in considerazione nel sillogismo non è tecnicamente oggetto specifico di alcuna scienza particolare: tutto ciò che può dare inizio a una dimostrazione infatti è ἀρκή di sillogismo: Aα 4, 25ᵇ30. Il sillogismo però non è alcuna dimostrazione in particolare, ma solo la pura forma della dimostrazione, a prescindere dalla sua applicazione alla verità di dati particolari: *ibidem.* Concludo perciò che gli elementi del sillogismo sono oggetto della metafisica, nel preciso significato che questo termine ha come traduzione dell'aristotelica φιλοσοφία πρώτη, di cui è proprio considerare l'essere come tale e tutto ciò che l'essere come tale è: περὶ τοῦ ὄντος ᾗ ὄν, ταύτης ἂν εἴη θεωρῆσαι, καὶ τί ἐστι καὶ τὰ ὑπάρχοντα ᾗ ὄν: *Met.* E 1, 1026ª31s. Di qui segue in particolare che né il sillogismo né i suoi elementi sono specifico oggetto della psicologia, o della semantica o della linguistica o di alcuna scienza particolare, anche se si chiami logica.

Nota: In questo lavoro, userò il termine « logica » come equivalente di « sillogistica ». Il fatto che chiamo « metafisico » l'oggetto proprio della sillogistica, non deve ingenerare confusione. Il termine è spesso usato in supposizioni molto vaghe e, a volte, derogatorie. Penso che sia incontestabilmente legittimo dargli il senso sopra definito. Con questo vengo a dare alla logica un posto fra i principi delle scienze, non fra le scienze speciali; ciò che equivale a farne un capitolo della metafisica. La logica è la scienza del συμβαίνειν (vedi sotto, 2.14.) e cioè della mediazione, in quanto questa è data nell'essere, e, solo di conseguenza, è data al conoscere. E poiché il nesso di implicazione per cui un essere o consegue a un determinato stato di cose o è principio da cui qualcosa consegue, sembra essere coestensivo con l'oggetto della nostra esperienza, sembra corretto concludere che la sillogistica considera un aspetto dell'essere come tale ed è perciò, aristotelicamente, metafisica.

Questo non mi pone in contraddizione con ŁUKASIEWICZ (cfr. par. 2), a meno che non si intenda che egli voglia rivendicare un privilegiato *status* platonico per l'oggetto della logica. Ma questa presa di posizione filosofica sembra piuttosto intenzionalmente evitata da ŁUKASIEWICZ.

1.11. Πρότασις μὲν οὖν ἐστὶ λόγος καταφατικὸς ἢ ἀποφατικός τινος κατά τινος: Aα 1, 24^{a}16s: ora dunque la protasi è un logos di qualcosa a qualcosa, affermativo o negativo. E questo è il principio « da cui [risulta] il sillogismo »: Aγ 12, 77^{a}37.

Conservo in italiano il termine greco, *protasi*, per evitare le varie connotazioni che « proposizione » ha assunto in opposizione a « enunciazione », sulle quali connotazioni le diverse lingue moderne non sembrano convenire chiaramente. Nessuno dei due termini italiani inoltre conserva abbastanza il valore oggettivo, extralinguistico ed extrapsicologico, che protasi ha nel contesto dell'*Analitica*. In particolare si noti che protasi non è esattamente lo stesso che il λόγος ἀποφαντικός di cui *De Int.* 4, 17^{a}2s; di questo è proprio essere o vero o falso. Ma la protasi che costituisce il sillogismo prescinde dalla verità o falsità ed è semplicemente ὑπάρχειν ἢ μὴ ὑπάρχειν: Aα 1, 24^{a}27s. Si ricordi che per Aristotele « vero è *dire* che ciò che è è e ciò che non è non è »: *Met.* Γ 7, 1011^{b}27 τὸ λέγειν... τὸ ὂν εἶναι καὶ τὸ μὴ ὂν μὴ εἶναι. Ora, dal fatto che *si dice* l'*A* al *B* e il *B* al *C*, non segue che « l'*A* *è* al *C* », ma tutt'al più che si dovrebbe correttamente *dire* che « l'*A* è al *C* ». Se dunque il conseguente deve essere che « l'*A* è al *C* », allora l'antecedente dovrà essere non un discorso, ma appunto ciò da cui il conseguente segue, cioè la protasi, cioè l'oggettivo

ὑπάρχειν ἢ μὴ ὑπάρχειν. Perciò il λόγος τινὸς κατά τινος della definizione di protasi, non è un « discorso con cui si dice qualcosa di qualcosa » ma il medesimo *rapporto* di qualcosa a qualcosa. Questo è adeguatamente esprimibile in una predicazione: perciò traduco: « protasi è il rapporto predicabile di qualcosa a qualcosa, affermativo o negativo ».

Nota: Con questa precisazione non intendo negare che la sillogistica si possa adeguatamente esprimere in termini o psicologici o strettamente semantici; ma solo intendo sottolineare che, sia che si dica che gli elementi del sillogismo sono i « concetti », o che sono le « parole », « concetti » e « parole » si devono assumere formalmente come segni, o meglio, come *segni formali*, cioè si assumono per quello che significano: cfr. FILOPONO, *Scholia* 37^{b}13-20.

Perciò, sebbene propriamente la verità è caratteristica « dell'anima che afferma o nega » in una qualsiasi delle sue attività, τέχνη, ἐπιστήμη, σοφία, φρόνησις, νοῦς (*Eth. Nic.* Z 3, 1139^{b}15), tuttavia non ci accadrà di far confusione se stabiliamo di prescindere sempre dalla supposizione psicologica o strettamente linguistica dei termini e diciamo indifferentemente « è vero che » o semplicemente « è »: cfr. i testi Aα 6, 28^{b}29; Aα 5, 26^{b}14; 17, 37^{a}38; Aγ 22, 83^{a}1, dove « è vero dire » e « è » sono semplicemente scambiati fra loro; perché « il vero si pone allo stesso modo che l'è »: Aα 46, 52^{a}32 (cfr. 37, 49^{a}6s).

Protasi, assunto, ipotesi

1.2. La protasi, dice Aristotele, *si assume* nel trattare del sillogismo; non si *afferma* necessariamente. Assumere, λαμβάνειν, ὑπολαμβάνειν, significa prendere in considerazione « l'*A* essere al *B* », senza bisogno di decidere o di sapere se, adesso o in altra situazione, il fatto sia che realmente l'*A* è al *B*: il sillogismo risulta dall'oggettivo significato della predicazione, non dalla contingente circostanza che di fatto lo stato di cose significato sia attualmente dato. Bisogna solo prendere in considerazione l'oggettiva natura del predicabile, cioè di un ὑπάρχειν nelle sue specifiche variazioni, per sapere quando e da quali determinati predicabili segua un determinato conseguente. Assumere cioè è considerare un determinato stato di cose di cui si cercano le determinate implicazioni. Protasi sillogistica ha sempre questa connotazione: essa è un oggettivo stato di cose in quanto lo si prende in considerazione nel suo nesso con le sue implicazioni. Essa viene a coincidere con « ciò che si suppone » cioè con l'ipotesi: nessuno stato di cose si chiama « ipotesi » in quanto è considerato a sé, ma solo

in quanto ci fa conoscere un conseguente all'ipotesi: « ciò da cui veniamo a conoscere la cosa inizialmente, si dice principio del [nostro conoscere] la cosa, p. es. *le ipotesi* delle dimostrazioni »: *Met.* Δ 1, 1013^{a}14-16. Cf. BONITZ, s. v. Perciò quando nel contesto della sillogistica si parla di protasi, non si include mai il conseguente, ma s'intende solo ciò da cui (ἐκ) o in forza di cui (διά) il conseguente viene ad essere (γίγνεται) o si effettua (ἐπιτελεῖται), o si fa manifesto alla considerazione (φαίνεται): cfr. BONITZ, 43^{a}5-8.

Sarà anzi utile notare che di solito Aristotele non considera il conseguente come parte di quello che egli chiama sillogismo: questo infatti è invariabilmente costituito, per Aristotele, da due protasi e tre termini, non da tre protasi: cfr. Aα 25, 42^{a}32 e *passim*; *infra*, 2.13., 2.14.

Estensione del significato di protasi

1.3. « Per il momento si è detto abbastanza che cos'è la protasi, ma più esattamente si dirà qui sotto »: δι' ἀκριβείας ἐν τοῖς ἑπομένοις ῥηθήσεται: Aα 1, 24^{b}14. Con questo Aristotele viene a dire che quanto segue è inteso come un'ulteriore spiegazione della natura della protasi. Quello che segue, dopo la definizione di termine e di sillogismo, è la definizione di « essere in tutto » e « predicare di tutto », la distinzione di universale e particolare, e le leggi della conversione.

« L'*A* è predicato di tutto il *B* » e « l'*A* è in tutto il *B* » è la stessa cosa. Cioè le due espressioni si equivalgono: non s'intende infatti predicare l'*A* del *B* se non in quanto l'*A* è al *B*. Perciò Aristotele da il medesimo valore alle due espressioni, come, secondo l'osservazione riferita al numero precedente, si permette di scambiare « è vero che » con « è », e viceversa. Questo da un'ulteriore conferma alla mia traduzione della definizione di protasi come « rapporto predicabile »: essa significa convenientemente il rapporto di inerenza di una qualsiasi determinazione in un qualsiasi soggetto, il quale si esprime dicendo che « l'*A* è al *B* » o che « il *B* è *A* ».

1.31. Quest'ultima espressione è ovviamente la più elementare e perciò le altre vanno intese in funzione di questa e non viceversa. Uno sguardo alle variazioni terminologiche ci servirà tuttavia a precisare il concetto aristotelico di protasi.

τὸ A ὑπάρχει τῷ B, « l'*A* è al *B* » è il modo più frequente di esprimere il concetto di protasi nell'esposizione della sillogistica. Le traduzioni moderne di quest'espressione: *to belong to*; *zukommen*; *appartenere*, come pure la normale traduzione latina *inesse*, sono molto approssimative, per non

dire inesatte. Io tradurrò sempre con « essere a »: « l'*A* è al *B* », intendendo che l'*A* è riferito al *B* in qualsiasi modo un predicato può essere riferito al soggetto in qualsiasi tipo di proposizione: cfr. Aα 37, 49^{a}6ss; *infra*, 2.32.

Il predicato « si dice del soggetto »: λέγεται oppure κατηγορεῖται κατά. Raramente κατηγορεῖσθαι significa essere soggetto di una predicazione.

Il predicato si dice seguire, ἕπεσθαι, al soggetto; oppure « accompagnarsi al » o « essere implicato dal » soggetto: ἀκολουθεῖν τῷ ὑποκειμένῳ. Inoltre il predicato περιέχει, cioè contiene o circoscrive, ossia definisce il soggetto. Si dice pure che il predicato καθ' ὑποκειμένου ἐστιν; ma ἐν ὑποκειμένῳ εἶναι si deve considerare come un'espressione meno accurata, come giustamente nota BONITZ, 377^{a}56: si veda infatti la distinzione di *Cat.* 2, 1^{a}20s.

Del soggetto dice Aristotele: τὸ ὑποκείμενον ἀρχὴ καὶ πρότερον δοκεῖ τοῦ κατηγορουμένου εἶναι: *Phys.* A 6, 189^{a}31; e perciò il predicato « consegue » al soggetto, come detto sopra. Però il soggetto è ὑπὸ τὸ κατηγορούμενον oppure τοῦ κατηγορουμένου, in quanto è solo sotto il punto di vista del predicato che il soggetto può essere preso in considerazione: cfr. Aα 23, 40^{b}31 e *passim*. Per una documentazione di questa terminologia si veda BONITZ, s.v. κατηγορεῖν, ὑποκεῖσθαι.

132. È implicito in quanto sono venuto dicendo, che io accetto come aristotelico e corretto il punto di vista tradizionale secondo il quale qualsiasi proposizione è traducibile in una proposizione *de tertio adjacente* (cfr. *De Int.* 10, 19^{b}19-21; Aα 3, 25^{b}21ss; in quest'ultimo passo, oltre a ἐστίν anche ἐνδέχεται è considerato come *tertium adjacens*). Perciò è sempre lecito riferirsi a una proposizione come costituita essenzialmente da soggetto, predicato e il terzo: ἐστίν, oppure ἐνδέχεται, oppure (per analogia) ἀνάγκη εἶναι. In particolare considero come equivalenti, cioè aventi lo stesso significato e perciò correttamente sostituibili l'una per l'altra, le due seguenti forme: « Se α, allora β » e « α implica sempre, o universalmente, β ». E faccio notare che « implicare », come « conseguire », è detto da Aristotele non solo del rapporto fra proposizioni, ma anzitutto ed elementarmente del rapporto fra soggetto e predicato: è infatti perché il *B* segue al *C* e l'*A* segue al *B*, che risulta necessario che l'*A* segua al *C*. E la seguente protasi: « l'ὑπάρχειν dell'*A* al *C* è conseguente all'ὑπάρχειν del *B* al *C* e dell'*A* al *B* » si può sempre sostituire all'altra della forma « Se l'*A* al *B* e il *B* al *C*, allora è necessario che l'*A* sia al *C* »: cfr. sotto 2.32.

Affermazione e negazione

1.33. Dei due termini che costituiscono gli estremi di una protasi, questa significa o l'identità o l'alterità. L'identità è significata dall'affermazione, l'alterità dalla negazione. L'identità di cui si intende parlare qui, è quella che Aristotele chiama identità del ταὐτὸν ἀριθμῷ: cfr. *Cat.* 5, 4a10, e per una più diffusa spiegazione del concetto *Met.* I 3 *per totum* e *Met.* Δ 9 *per totum.* Che l'affermazione importi questa identità è detto espressamente da Aristotele: identità (ταὐτότης) nel numero, o nella materia, o nella sostanza, è specifica della proprietà (πάθος) e del soggetto a cui la proprietà è, sia accidentalmente, sia per sé: *Met.* Δ 9, 1017b27 - 1018a7.

Che questa identità coincida con il valore oggettivo della protasi affermativa, mi sembra chiaro dal fatto che la opposizione specifica di affermazione e negazione è fatta coincidere con l'opposizione specifica di identità e alterità. Ora i termini propri della medesima relazione formale sono formalmente gli stessi. È infatti proprio della *sola* negazione e affermazione di essere sempre l'una vera l'altra falsa, senza nessuna ipotesi supplementare, cioè universalmente: *Cat.* 10, 13b33ss, perché essa si applica a tutto, non solo a un determinato genere; mentre gli altri tipi di opposizione non sono semplicemente applicabili a tutto: *ibid.* 11b24ss. Ora identità e alterità si applicano semplicemente a tutto: πᾶν πρὸς ἅπαν ἢ ταὐτὸ ἢ ἄλλο: *Met.* I 3, 1054b15s. difatti tutto ciò che è, o è il medesimo o è altro: πᾶν γὰρ ἢ ἕτερον ἢ ταὐτὸ ὅ τι ἂν ᾖ ὄν: *ibid.* 25; non solo, ma questa opposizione si applica anche al non-essere in quanto μὴ ταὐτὸ λέγεται: *ibid.* 21. Per un esame del medesimo concetto nel testo dell'*Analitica* devo rimandare al mio lavoro, *La sillogistica di Aristotele*, Bologna 1966, II, 3.1.; 4.2.

Quello che Aristotele chiama identità ἀριθμῷ oppure ὕλῃ, è tradizionalmente detta identità materiale e significa che i due termini sono *unum subjecto.* Aristotele la distingue dall'identità, o unità, εἴδει, cioè nella specie o, in generale, nell'attributo: « l'uomo è sapiente » significa che il medesimo che è uomo è sapiente (cfr. l'esempio di Aristotele in *Cat.* 3, 1b15), e questa è l'identità materiale, cioè del soggetto; ma non significa che essere uomo sia il medesimo che essere sapiente: uomo e sapiente sono due proprietà (πάθη). Ma le proprietà non sono se non molteplici determinazioni di un soggetto materiale, τὰ πάθη λόγοι ἔνυλοί εἰσιν: *De An.* A1, 403a25 (questo passo si riferisce direttamente alle proprietà dell'anima; è ovvio che vale *a fortiori* per le proprietà di altri oggetti per i quali non c'è questione se siano « separati » dalla materia). E il soggetto si

può denominare da una proprietà mentre si dice di esso una seconda proprietà. Anche in questo caso però, come se diciamo « Molti filosofi sono prudenti », il rapporto dato nell'affermazione non è fra « filosofo » e « prudente », ma fra « prudente » e il soggetto denominato filosofo: la predicazione come tale non attribuisce mai una forma a un'altra, ma sempre una forma a un soggetto: si dice l'identità del soggetto che è uomo e animale, non l'identità dell'essere uomo e dell'essere animale.

Non occorre avere grande familiarità con Aristotele, per riconoscere in questo concetto di predicazione un tratto fondamentale della sua metafisica e cioè che ogni essere complesso è reale solo nell'unità del suo elemento potenziale con l'elemento formale o attuale: è questo il fatto che è ripetuto dalla struttura fondamentale di ogni lingua, dove i diversi elementi semantici non possono comporsi se non come determinanti e determinati, cioè come funtori e argomenti. Diremo perciò che il predicato è come-forma, e il soggetto è come-materia della protasi: cfr. BONITZ, 708b36ss.

Anche nella stretta tautologia, come « Essere uomo è essere uomo », la realtà che si vuole esprimere è concepita sullo stesso schema, anche se questo caso della predicazione ha delle specifiche implicazioni psicologiche. La tautologia è comunque non il caso tipo della predicazione, ma un caso limite, da spiegare in funzione della normale forma della predicazione, non viceversa. Un'osservazione analoga va fatta per il caso della definizione che è predicata del definito.

Nota: su questo argomento cfr. M. MIGNUCCI, *La teoria aristotelica della scienza*, §§ 48ss.

1.331. Dovrebbe essere chiaro da quanto si è già detto, che l'ὑπάρχειν non è un rapporto per sé invertibile formalmente. Aristotele molto accuratamente dice che la protasi « inverte quanto ai termini »: τοῖς ὅροις ἀντιστρέφει: Aα 2, 25a6 e *passim.* L'espressione va distinta da quella che significa inversione « secondo l'antitesi », κατὰ τὴν ἀντίθεσιν, *ib.* 13, 32a32. Effettivamente il soggetto come tale non può essere predicato del suo predicato, come è ovvio che l'argomento come tale non può diventare funtore del suo funtore. Da questo punto di vista si deve cercare di comprendere un controverso passo dell'*Analitica* e il suo parallelo in *Cat.* 2, 1a20ss. Nell'*Analitica* (Aα 27, 43a25-43) Aristotele dice: Di tutto quanto è, alcune cose sono tali da non potersi predicare con verità e universalmente di alcun'altra [si ricordi che « essere predicato » è lo stesso che « essere a »: Aα 1, 24b26-28; *supra* 1.31.], mentre altre si predicano di esse; altre possono essere predicate e di esse si possono a loro volta predicare

altre cose; altre infine sono tali che sono predicabili ma non hanno alcun predicato, se non secondo l'apparenza (εἰ μὴ κατὰ δόξαν: *ibid.* 39); perché anche la serie dei predicati deve venire a un termine (ἵσταταί ποτε: *ibid.* 37).

Aristotele sa benissimo che « ci accade » di dire: « Quella cosa bianca lì è Socrate » (*ibid.* 35); ma questo uso di « Socrate » come predicato è accidentale, κατὰ συμβεβηκός (*ibid.*), cioè o costruiamo come predicato quello che intendiamo di fatto come soggetto; oppure « Socrate » non significa solo « questa cosa qui », ma ha delle connotazioni formali per le quali è assunto nella supposizione di predicato rispetto a « questa cosa qui ». Analogamente se diciamo: « L'essere è o spirituale o materiale », i due aggettivi non sono di fatto ciò in cui l'essere diventa intelligibile, ma viceversa abbiamo qualche intelligenza di qualsiasi cosa prima di tutto perché è; né « cosa » o « termine » o « materia » o « spirito » ha alcun senso se non in quanto è essere. Anche la predicazione « L'essere è materiale » o simili, è perciò un κατὰ συμβεβηκός, o, tutt'al più, dice Aristotele, sarà solo κατὰ δόξαν che l'essere è soggetto di alcun predicato.

Ciò non impedisce affatto che si assumano termini singolari nella protasi sillogistica (cfr. *infra*, 2.42. *nota*); né che si formulino delle dimostrazioni circa l'essere come tale, dato che di fatto noi costruiamo delle predicazioni con l'essere come soggetto. È poi compito della metafisica l'interpretare lo speciale *status* epistemologico delle sue conclusioni e il criticare lo specifico metodo dei suoi procedimenti.

Nota: Che ciò che si predica sia un « ente » sembra far difficoltà a Łukasiewicz (§ 3), il quale nota che Aristotele dovrebbe più correttamente dire che sta facendo una divisione di « termini », perché si predicano termini, non « cose » (ὄντα nel testo). La stessa difficoltà occupa G. Patzig, *Die aristotelische Syllogistik*, Göttingen 1959, p. 15s. Se non che, non vedo la ragione di questa difficoltà, salvo che si pensi a una inavvertita, ma inequivocabile posizione nominalistica, che è improbabile in un interprete di Aristotele. Dice Łukasiewicz: « Una cosa non si può predicare di un'altra cosa. Una cosa non può essere predicata; perché un predicato è parte di una proposizione e una proposizione è una serie di parole, scritte o parlate, aventi un certo significato » (*ibid.*). Se dunque noi diciamo « Socrate è sapiente » sarà facile convenire che facciamo una predicazione; non credo che sarà altrettanto facile convenire che noi stiamo dicendo che Socrate è una parte di una serie di parole aventi un certo significato. Stiamo parlando di Socrate, non delle nostre parole, cioè intendiamo ciò che le parole significano. Si noti poi che il

significato, cioè ciò che è significato, è prima delle parole; esso infatti si dà prima delle parole e anche se non si danno parole per esprimerlo; mentre la parola non è tale se non è segno, cioè se non significa. Qualcuno potrà non convenire con queste mie osservazioni, che certamente sono di carattere filosofico; sarà però difficile provare che esse sono indebitamente attribuite ad Aristotele (intendo infatti interpretare Aristotele), oppure che Aristotele stesso non concepisce la sua sillogistica come fondata su queste sue convinzioni. La più inaspettata impresa poi in cui si possa vedere impegnato un interprete di Aristotele è quella di difendere lo Stagirita dalla taccia di aver contaminato di filosofia la sua logica.

La negazione

1.332. La protasi affermativa è l'identità dei termini; la negativa è l'alterità di soggetto e predicato. La negazione non ha minor parte nella sillogistica che l'affermazione. E poiché la negazione sembra significare il non essere, e poiché non sembra che il non-essere possa essere alcunché di reale, si è concluso molto spesso che la negazione è un *ens rationis*, ossia qualcosa che ha la sua oggettiva realtà solo nell'essere pensato come essere, mentre, a prescindere dal suo essere pensato, esso non è. Di qui probabilmente è derivata la definizione di logica come « scienza delle *secundae intentiones* », che è classica in tutta la tradizione medioevale e in quasi tutta la manualistica moderna.

Non è questo il luogo di discutere altre ragioni per cui sia forse giusto parlare di *ens rationis* (cfr. Bocheński, *Hist. of Formal Logic*, p. 550). Quanto a considerare come tale la negazione però, faccio notare che, almeno nel contesto dell'*Analitica*, negazione significa uno stato di cose altrettanto reale e oggettivo quanto l'affermazione: l'alterità di « uomo » e « pietra » non è meno oggettiva che l'identità materiale di « uomo » e « vivente ». E per fare un sillogismo negativo, non si assume un *ens rationis*, ma l'alterità di A e B, significata da « A è a nessun B »; né, se si assume che una determinata differenza, p. es. « quadrupede », non è in una determinata specie, p. es. « animale ragionevole », si assume un *ens rationis*, ma si sta affermando l'alterità di « uomo » e « quadrupede ».

È facile vedere che l'osservazione fatta è valida per il caso più frequente, cioè quanto la negazione ha la forma « B non è A », dove A e B stanno per due determinazioni categoriali. In questo caso infatti, supposto che si stia parlando di un soggetto dato, il significato dell'espressione è al-

meno altrettanto determinato quanto quello del nome *infinito*, che, secondo Aristotele significa pure un qualche cosa di uno e determinato: ἕν γάρ πως σημαίνει ἀόριστον: *De Int.* 10, 19^{b}9, determinato cioè come qualcosa che, entro a un certo genere, o entro all'essere, è altro dal termine negato: cfr. Aα 46, 52^{a}35 e contesto.

Se però, al limite, diciamo di un *x* che « non è » o « non è reale », o simili, allora quell'*altro dall'essere* sembra appunto significare ciò che non è: è concepito come essere, ma è appunto il μὴ ὄν, di cui non si può dire che sia reale. Sarà perciò un *ens rationis*. Questa obiezione non è né moderna né medioevale, ma presocratica e platonica. Aristotele la considera e la sua risposta mi sembra del tutto soddisfacente: non bisogna pensare che il non-essere è, dato che di esso parliamo e abbiamo una qualche conoscenza, δόξα; non è infatti vero che concepiamo il non-essere, né che parliamo del non-essere: del non-essere infatti diciamo solo che non è: τὸ δὲ μὴ ὄν, ὅτι δοξαστόν, οὐκ ἀληθὲς εἰπεῖν ὄν τι· δόξα γὰρ αὐτοῦ οὐκ ἔστιν ὅτι ἔστιν, ἀλλ' ὅτι οὐκ ἔστιν: *De Int.* 11, 21^{a}32s. Né Aristotele crede di aver fatto torto all'oppositore con questa decisa risposta. Perché non è necessario che uno realmente assuma e pensi quello che sta dicendo: οὐκ ἀναγκαῖον ἅ τις λέγει ταῦτα καὶ ὑπολαμβάνειν: *Met.* Γ 3, 1005^{b}25; e questo è il caso di chi obbietta contro i primi principi, come dice il contesto del passo citato. Si può infatti sempre obbiettare a parole, ma non sempre con la mente: cfr. Aγ 10, 76^{b}26s. Per maggiori dettagli sulla mia interpretazione della negazione come semplice alterità, vedi il mio *La sillogistica di Aristotele*, II, 4.

I termini: l'universale

1.4. La protasi ha per estremi i termini e per ragione dei termini si distingue in universale o particolare. Se si prescinde dalla quantità, la protasi si considera indefinita. Ma la protasi come indefinita non ha particolare importanza per la sillogistica. Noi la useremo qualche volta nelle enunciazioni generiche, per brevità; ma mai in un determinato modo sillogistico. Per protasi particolare s'intende ogni protasi che non è universale. La particolare perciò include come un suo caso, la protasi singolare, cioè a soggetto singolare, che può ricorrere come minore in un sillogismo dimostrativo.

1.41. Il predicato è in ogni protasi e sempre universale. La ragione è che esso è nella protasi come forma del soggetto e la forma è universale. Aristotele perciò definisce senz'altro il termine universale come quello

che può essere predicato per sua natura di più soggetti: *De Int.* 7, 17^{a}39s.: λέγω δὲ καθόλου μὲν ὃ ἐπὶ πλειόνων πέφυκε κατηγορεῖσθαι. Si noti che dice πέφυκε κατηγορεῖσθαι, cioè l'universale è una cosa, πρᾶγμα (*ibid.*), tale che di natura sua è predicabile di più. La definizione di universale non ha relazione con l'esistenza di molti o pochi o nessun soggetto di cui si debba dire l'universale. « Marziano » è un universale anche se su Marte non ci sono abitanti; così pure τραγέλαφος (*De Int.* 1, 16^{a}16) è un universale, anche se non esiste nessun animale che unisca in sé le caratteristiche della capra e del cervo, come il nome richiederebbe. Che quello che un nome significa, esista o no in qualche parte della realtà, potrà interessare la zoologia o qualche altra scienza particolare, ma non la logica formale, dato che l'esistenza attuale di uno o molti soggetti aventi un dato complesso di attributi, non cambia per nulla i rapporti formali che detti attributi possono implicare. Perciò Aristotele non considera i termini vuoti come una classe a sé fra i termini che interessano la logica.

Protasi universale e protasi particolare

1.42. La protasi poi si dice universale quando il predicato è detto in universale di un universale. Di un soggetto singolare ovviamente non si può dire un predicato « in universale ». Di un universale invece si può considerare il tutto, oppure una parte. Se dico « Il tragelaphos è un animale mitico », considero « tragelaphos » *secondo il tutto*; se dico « Qualche tragelaphos è cornuto », il soggetto di fatto non è « Il tragelaphos » ma *una parte* di quelle cose che sono significate dal nome: nel primo caso la predicazione è fatta universalmente: καθόλου; nel secondo caso in parte: κατὰ μέρος, oppure ἐν μέρει. Si noti che in greco tanto quello che traduciamo come « universale », quanto il nostro « particolare » sono regolarmente degli avverbi: specificano il riferimento del predicato al soggetto: cfr. *De Int.* 7, 17^{b}5-12.

L'universale non è propriamente « Tutti i tragelaphi », ma « Il tragelaphos »: quando si dice πᾶς, cioè « ogni », « tutti » (lat. *omnes*; *omnis*), s'intende « secondo il tutto »: *ibid.* 12. La protasi infatti è sempre « una cosa di una cosa »: ἓν καθ' ἑνός: Aγ 2, 72^{a}8, e se i soggetti sono molti, non si ha *una* protasi ma più: cfr. *De Int.* 5, *per totum*.

La protasi particolare può, al limite, essere una predicazione riferita a un soggetto singolare: « Socrate è un filosofo ». Anche questa può essere assunta in un sillogismo, come protasi minore (cfr. 2.42. *nota*). Di fatto però il termine singolare non è preso in considerazione, cioè non è *assunto*,

se non come ‘ soggetto del suo predicato ’, e cioè, per la considerazione formale, esso è sempre un universale. Perciò non ha importanza per la sillogistica la distinzione fra protasi universali, particolari e singolari, ma solo fra universali e particolari, perché la protasi con soggetto singolare viene considerata giustamente come un caso della protasi particolare.

Il soggetto della protasi particolare poi è pure un universale. Non è però l’universale nominato nel soggetto, ma una sottospecie di questo, indeterminatamente. È ovvio che se diciamo (1) « Alcuni animali sono razionali », non stiamo propriamente parlando di « animali », ma di quegli alcuni animali di cui è vero dire che sono razionali, cioè di fatto parliamo di « uomo ». Nella (1) però non diciamo quali siano quegli animali che sono razionali. Ciò tuttavia non significa che la opposizione universale — particolare sia di carattere puramente estensionale, ma solo che la determinazione formale che distingue « alcuni animali » che è il soggetto in questione, resta generica. Questa di fatto può essere del tutto accidentale e insignificante per il punto di vista che ci interessa attualmente, mentre ci interessa solo che una sottospecie *qualunque* di « animale » è razionale. La distinzione poi può anche essere introdotta arbitrariamente dalla nostra considerazione, in modo che la protasi particolare « Alcuni animali sono *P* » può semplicemente significare « Quegli animali che stiamo di fatto considerando sono *P* ». Ma con tutto ciò, la distinzione è ancora formale.

Questa concezione di protasi particolare è ricavata dal criterio con cui Aristotele determina il soggetto particolare nel procedimento della ἔκθεσις: cfr. 2.633. In questa interpretazione, mi sembra, convengo con l’interpretazione che AL-FĀRĀBĪ da alla ἔκθεσις aristotelica (*Comm. in Anal. Pr.*, 254,1-4: *Al-Fārābī Short Commentary on Aristotle’s Prior Analytics*, trad. di NICHOLAS RESCHER, Pittsburgh 1963, p. 66). Si consideri inoltre che, assunto un soggetto *A*, non si può richiedere meno di quanto ho detto qui sopra per poter parlare sensatamente di « alcuni *A* »: nell’essere *A* infatti non si possono affatto opporre agli « altri » *A*. La distinzione fra « alcuni *A* » e « altri *A* » è ovviamente accidentale all’essere *A*; e perciò Aristotele dice che l’universale è καθ’ αὑτὸ καὶ ᾗ αυτό: Aγ 4, $73^{b}27$, mentre il particolare è φθαρτόν (Aγ 24, $85^{b}18$), cioè sta in rapporto accidentale con il suo predicato.

Protasi universale dunque è quella nella quale il predicato è detto del soggetto non *secondo parte*, κατὰ μέρος, ma *secondo se stesso* καθ’ αὑτὸ: se diciamo « Animale è un essere vivente » questa è una protasi universale: perché « essere vivente » non è solo in una parte di « animale », ma

in « animale » secondo il tutto, καθόλου; ora animale è pure « razionale », non però in tutto, ma solo in parte: dobbiamo dire « *Qualche animale* è razionale », perché non parliamo propriamente di « animale », ma di « una parte di animale », cioè, di fatto, dell’« uomo ». In tutti e due i casi, nella protasi universale e nella protasi particolare il soggetto è uno: nel primo caso è nominato determinatamente, nel secondo è nominato solo genericamente: e resta indeterminato quale parte del soggetto sia interessata dal predicato, salvo che il soggetto è detto essere « parte di animale ».

L’intelligenza dell’universale come uno e medesimo nei molti soggetti è un essenziale presupposto all’intelligenza del valore dimostrativo del sillogismo aristotelico: δεῖ ἄρα τι ἓν καὶ τὸ αὐτὸ ἐπὶ πλειόνων εἶναι μὴ ὁμώνυμον: Aγ 11, $77^{a}9$; e questo dev’essere « non fuori dei molti », παρὰ τὰ πολλὰ: *ibid.* 5, ma « uno [predicabile] dei molti » ἓν κατὰ πολλῶν: *ibid.* 6. E deve essere una cosa reale (πρᾶγμα: *De Int.* 7, $17^{a}38$) quanto l’oggetto della nostra scienza, perché esso è il medio necessario a connettere gli estremi: $77^{a}7$s. Il fatto poi che esso sia un universale non lo fa essere meno reale, né platonicamente separato. Anche se lo si chiama « astratto » (ἐξ ἀφαιρέσεως: Aγ 18, $81^{b}3$), ciò non significa che sia meno reale: esso non è meno dato nell’oggetto concreto della sensazione (*ibid.*); cf. pure Aγ 24, $85^{b}15$-20.

Valore intensionale della protasi

1.43. Del soggetto così inteso Aristotele dice che « il predicato consegue al soggetto »; e dello stesso predicato dice che « contiene o circoscrive » il soggetto. Questa terminologia è abituale in Aristotele; ma la si può prendere in considerazione particolarmente nei capitoli 28 e 41 di Aα; vedi i corrispondenti termini greci sopra, 1.31. Ora non è che una forma possa mai conseguire come predicato a un’altra forma: di fatto non si può mai predicare una forma di un’altra. Ma la forma *A* segue al *B* nel soggetto di *B*, cioè il soggetto-*B* è *A* perché è *B*, come: « essere vivente » consegue a « essere uomo »; non nel senso che « essere vivente » sia « essere uomo » o viceversa; ma nel senso che « ciò che è uomo è vivente appunto perché è uomo ».

Questa concezione dell’implicazione come data elementarmente fra termini di una protasi, si può scrivere in forma simbolica:

$$(1): \; « \varphi \supset \psi »$$

e si può chiamare concezione intensionale della protasi. Ora, dato che la forma non è altro che il « tale essere di un soggetto » (τὸ τί ἦν εἶναι

ἑκάστῳ: cfr. BONITZ 673b47ss.), il fatto che ψ consegue a φ significa:

$$(2):\ «\,(x)\ .\ \varphi\,(x) \supset \psi\,(x)\,».$$

Ora la (2) è la interpretazione estensionale della proposizione. Nella forma tradizionale essa si scriverebbe:

$$(3):\ «\,\text{Tutti i } \varphi \text{ sono } \psi\,».$$

La (1) però è per Aristotele determinatamente la ragione della (3); non viceversa.

Nella implicazione elementare, cioè nella natura della protasi, è data la possibilità del sillogismo: « l'*A* segue al *B* » significa che l'*A* è ai soggetti del *B*: Aα 41 (cfr. *infra*, 2.31; 20.3.): perciò se l'*A* segue al *B* e il *C* è « sotto il *B* », l'*A* necessariamente sarà al *C*, come si vedrà nella seconda parte. La stessa concezione della natura della protasi da anche ragione di quelle elementari illazioni che sono le leggi della conversione e della subalternazione cfr. 2.31.

Le leggi della conversione

1.5. Se Aristotele abbia concepito le brevi esposizioni della conversione, in Aα 2, come dimostrazioni strettamente dette, o solo come chiarimenti di princìpi indimostrabili non mi sembra facile decidere dal contesto immediato. Certo, se dette leggi sono dimostrabili e se d'altra parte non sono dimostrate sillogisticamente, allora sarebbe errato ciò che Aristotele sostiene come tesi determinata, che cioè ogni dimostrazione è sillogismo e che non c'è sillogismo se non nella forma da lui elaborata, con tre termini e due protasi e in uno dei tre schemi: Aα 23.

Non si deve dimenticare che, anche se è vero che per Aristotele è dimostrabile tutto quello che non è strettamente immediato, cioè ogni predicato che consegua a un soggetto non per sé e immediatamente: cfr. Aγ 3, 72b18ss., tuttavia egli non pensa che si debba problematizzare tutto ciò che non è immediato, ma solo ciò che non è evidente: « nessuno infatti che sia intelligente (νοῦν ἔχων) porrà per princìpi (προτείνειεν ἄν) ciò che a nessuno sembra vero, né farà problema (προβάλοι) di ciò che è manifesto a tutti o ai più »: *Top.* A 10, 104a3-7; cfr. 2.31. e la traduzione del PACIUS.

Comunque, se le leggi della conversione hanno bisogno di dimostrazione, non è vero che questa non potrà essere formulata sillogisticamente, né che provando sillogisticamente le leggi della conversione si commetterà una *petitio principii*.

1.51. Le leggi della conversione sono legate alla considerazione materiale della protasi, cioè alla considerazione dei soggetti, non delle forme: se « animale » segue a « uomo », « uomo » non necessariamente segue ad « animale ». Ma dato che « ciò che è uomo è animale » si domanda se da qui segua che « ciò che è animale, sia uomo ». E questo è il significato dell'aristotelico « invertire quanto ai termini ».

a) Se *A* è a tutto *B* allora i termini si possono invertire, non però in universale, ma in parte, ἐν μέρει.

Difatti: « *A* è a tutto *B* »

significa, secondo la definizione data in 24b26-28 e in Aα 41 (cfr. *supra* 1.3s. e la terminologia di Aα 13, 32b31-37):

« *A* è a tutti i soggetti che sono *B* »,

cioè:

« *A* è a tutti i soggetti a cui è *B* ».

Ora ciò significa che

« *B* è, non a tutti i soggetti a cui è *A*,
ma a quei soggetti-*A* ai quali è *B* »,

cioè ai soggetti-*AB*; perciò

« *B* è a qualche *A* »: *q.e.d.*

La dimostrazione si può ovviamente formulare in *Barbara* in termini aristotelici:

(1) « *Alpha* ἕπεται ad ogni *Beta*,
Beta ἕπεται ad ogni *Gamma*
perciò *Alpha* ἕπεται ad ogni *Gamma* »

Alpha sta per: « *B* è a quei soggetti-*A* che sono *B* »;
Beta sta per: « *A* è a tutti i soggetti a cui è *B* »;
Gamma sta per: « *A* è a tutto *B* ».

Le premesse di (1) sono ovvie perché *Beta* è definizione di *Gamma* e *Alpha* è definizione di *Beta*; resta perciò dimostrato il conseguente:

« '*B* è a qualche *A*' consegue a '*A* è a tutto *B*' ».

La dimostrazione presuppone solo la definizione di « essere predicato di tutto », quale è data nei testi citati. Per la sostituzione dei termini con proposizioni, cfr. *infra* 2.32 e nota [17] al cap. III.

b) Se poi « *A* è a qualche *B* » allora « *B* è a qualche *A* »: la dimostrazione è la medesima: *B* è a quei soggetti *A* che sono *B*.

c) Se invece « *A* è a nessun *B* » allora « *B* è a nessun *A* ». La dimostrazione è ancora la medesima se si assumono per termine medio e maggiore le adeguate definizioni:

medio = « *A* è a nessun soggetto a cui è *B* », cioè « Ai soggetti a cui è *B*, non è l'*A* »

maggiore = « *B* è a nessun soggetto-*A* ».

Se infine « *A* non è a qualche *B* », allora non segue alcuna inversione dei termini dati. È certo infatti che, se l'*A* non è a qualche-*B*, allora l'universale di quei *B* che sono qui considerati non sarà predicato di *A*, p. es. se « animale non è a qualche sostanza », allora quella « qualche sostanza », supponiamo « pietra », non sarà predicato di alcun animale; ma non segue che « sostanza non sia a qualche animale ». È chiaro cioè che la negativa particolare non inverte perché in essa non sono dati i termini invertibili: è infatti dato indeterminatamente « qualche *B* », e non si può perciò concludere se il *B* sia predicato di *A*, perché la protasi data non dice nulla del *B* come tale.

1.52. Sembra che l'esposizione che abbiamo fatto delle leggi della conversione, introduca una *petitio principii* nella sillogistica. Abbiamo infatti « dimostrato » le leggi della conversione in forza di un sillogismo; e ci troveremo poi a usare le dette leggi per « dimostrare » la validità del sistema dei sillogismi.

Ora noi abbiamo qui dimostrato leggi della conversione in forza del primo schema nel modo *Barbara*; e lo stesso procedimento si applicherà ai dati del secondo e terzo schema, per dimostrare che essi si risolvono nell'antecedente di un modo del primo schema. Ma il primo schema non è dimostrato per conversione delle protasi. La sola spiegazione che si da a ciascun modo del primo schema è la natura della protasi, cioè la definizione di « essere in tutto » o « essere predicato di tutto »: cfr. *infra*, 2.74.

Il primo schema poi è affermato per se stesso, non assunto né postulato né posto come ipotesi. Ora, « ciò che è necessità essere per sé ed essere manifesto per sé, non è ipotesi né petizione. Poiché la dimostrazione non è fatta per riguardo alle parole che si dicono di fuori, ma al logos che è dentro nell'anima. E così pure il sillogismo. È sempre possibile infatti obbiettare contro le parole di fuori; ma contro quelle di dentro, non sempre. Se dunque uno assume, senza dimostrarlo, ciò che è dimostrabile, allora si dirà che l'assume come ipotesi o postulato »: Aγ 10, 76b24-31:

οὐκ ἔστι δ' ὑπόθεσις οὐδ' αἴτημα, ὃ ἀνάγκη εἶναι δι' αὑτὸ καὶ δοκεῖν ἀνάγκη. οὐ γὰρ πρὸς τὸν ἔξω λόγον ἡ ἀπόδειξις, ἀλλὰ πρὸς τὸν ἐν τῇ ψυχῇ, ἐπεὶ οὐδὲ συλλογισμός. ἀεὶ γὰρ ἔστιν ἐνστῆναι πρὸς τὸν ἔξω λόγον, ἀλλὰ πρὸς τὸν ἔσω λόγον οὐκ ἀεί. ὅσα μὲν οὖν δεικτὰ ὄντα λαμβάνει αὐτὸς μὴ δείξας, ταῦτα . . . ὑποτίθεται . . . αἰτεῖται. Ora il primo schema « è necessità che sia e sia manifesto per sé », se è chiara la definizione di « essere a tutto »: Aα 4, 25b39s, e si veda l'analisi del testo, sotto, 20.2.

2. IL SILLOGISMO

2.0. Aristotele non concepì la sillogistica come una scienza a sé, ma come una parte della sua epistemologia; più precisamente la sua sillogistica è una trattazione (πραγματεῖα, cfr. Aα 30, 46ᵃ30, dove si riferisce ai *Topici*) sulla dimostrazione come tale; la dimostrazione poi è ciò che da alla scienza la sua differenza specifica entro al genere conoscenza.

Definizione del sillogismo

2.1. « Prima di tutto dobbiamo dire, così comincia l'*Analitica*, che cosa riguarda e che a cosa mira la nostra ricerca; e tratta la dimostrazione e mira alla scienza dimostrativa » Aα 1, 24ᵃ10s. I quattro libri dell'*Analitica* poi formano ovviamente un tutto organico. Aristotele li cita nelle altre opere senza distinguere i primi due dai secondi due; l'unica volta che si riferisce all'*Analitica* con la frase « nei primi », ἐν τοῖς πρώτοις, è in Aδ 12, 96ᵃ1; tutte le altre volte τὰ 'Αναλυτκά significa indifferentemente qualcuno dei quattro libri oppure tutti e quattro assieme: *Soph. El.* 2, 165ᵇ9 (cfr. BONITZ, s.v. 'Αριστοτέλης). Ora entro l'*Analitica* solo una parte minore si occupa di fatto della sillogistica come tale, cioè Aα 2-26 e Aβ 1-14. (cfr. ROSS, *An.* 280-85). Il resto dell'opera è, in termini moderni, un trattato di epistemologia e di metodologia che tende a dare un fondamento razionale alle conclusioni della scienza. Si legga, solo a modo di esempio, Aα 23: il senso del capitolo è questo: non si può avere sillogismo se non nel modo detto; la ragione è questa: se si vuole dimostrare qualcosa è inevitabile cadere nel metodo esposto sopra; e questo è appunto quello che si fa con il sillogismo: si dimostra qualcosa di qualcosa.

2.11. Ovviamente si può parlare di una sillogistica di Aristotele e la si può, fino a un certo punto, considerare a sé, senza fare allo stesso tempo l'epistemologia di Aristotele. Aristotele stesso cita a sé i capitoli che riguardano i sillogismi, τὰ περὶ συλλογισμοῦ: Aγ 3, 73ᵃ14. Tuttavia, se è lecito far astrazione dal contesto della sillogistica aristotelica, resta vero che si

falsa il suo senso storico se della sillogistica si da un'idea che non quádra più con il suo contesto originale. Anche questo può essere utile: il testo può essere letto per averne uno spunto per sviluppi diversi da quelli intesi da Aristotele; però non si tratta più di storia. E d'altra parte può essere appunto lo sforzo di intendere la sillogistica nel suo contesto dottrinale che ci da un'intelligenza del testo che né è accessibile né interessa a chi vi ricerca solo un aiuto per formulare un suo sistema. Fra questi due leggittimi estremi il lettore può cercare di collocare le due esposizioni della sillogistica di Aristotele che si presentano in questo libro.

2.12. Una certa autonomia della sillogistica è ovviamente intesa da Aristotele per la ragione che egli fa distinzione fra sillogismo e dimostrazione: « la dimostrazione infatti è una sorta di sillogismo; ma non ogni sillogismo è una dimostrazione » Aα 4, 25b30. In ordine ad avere sillogismo di due termini infatti non farà alcuna differenza (οὐδὲν διοίσει, Aα 1, 24a25) che le premesse siano vere o no; solo che, se le premesse non sono vere, allora non è dimostrato che il determinato rapporto di due termini significhi niente per l'oggetto che si ha da dimostrare. La dimostrazione dimostra il conseguente; il sillogismo è solo l'affermazione della sequela, cioè del nesso fra antecedente e conseguente.

2.13. Il significato più primitivo di συλλογισμός è quello di un confronto di un λόγος con un soggetto attraverso un termine medio: si legga il Aα 42: « Non ci deve poi sfuggire che in un medesimo sillogismo non tutti i conseguenti sono [ottenibili] attraverso un unico schema, ma un [conseguente] attraverso questo schema, un altro attraverso un altro schema »: 50b5-10. Il « medesimo sillogismo » che si può formulare in diversi schemi ovviamente non può essere altro che il medesimo gruppo di tre termini che sono i dati del problema. Cfr. Aβ 23, 68b30ss.

2.131. Se questo confronto poi riesce a determinarsi, allora la determinazione del rapporto del logos con il soggetto del problema è ancora συλλογισμός: è chiaro infatti che in molti contesti sillogismo significa lo stesso che συμπέρασμα: cfr. ALESSANDRO 53.19s: « Sillogismo chiama qui il συμπέρασμα». Secondo ALESSANDRO il sillogismo è la συζυγία degli estremi derivante dalle premesse (ALESSANDRO 277.36): dove è bene notare che anche συζυγία è in primo luogo la copulazione del predicato con il soggetto, e solo in secondo luogo la particolare combinazione dei termini che si chiama il τρόπος sillogistico. συζυγία non ricorre in Aristotele in questo

senso; si veda però un uso analogo di σύζευξις: *Eth. Nic.* E 7, 1131b9s. Di fatto i termini dati, *in forza* di (διά) o *nello* schema (ἐν) effettuano, τελειοῦνται, o definiscono o raccolgono, περαίνουσιν, il sillogismo, cioè la conclusione, che più comunemente si dice συμπέρασμα (cfr. BONITZ, 577b 17-25). Il medesimo significato di sillogismo si deve presupporre alle espressioni ἔσται συλλογισμὸς τοῦ A πρὸς τὸ B, oppure συμβαίνει συλλογισμός che ricorrono *passim* in tutta l'*Analitica*.

2.14. Il significato di sillogismo più comunemente invalso però è quello che coincide con τρόπος, cioè il nostro *modo* sillogistico. E a questo si applica la classica definizione di Aα 1, 24b18-20: συλλογισμὸς δέ ἐστι λόγος ἐν ᾧ τεθέντων τινῶν ἕτερόν τι τῶν κειμένων ἐξ ἀνάγκης συμβαίνει τῷ ταῦτα εἶναι, (Cfr. *Top.* A1, 100a25): sillogismo è un logos nel quale, posti alcuni [dati], qualcosa di distinto dai dati viene ad essere di necessità, per il fatto che essi sono.

συμβαίνει è sinonimo di γίγνεται (*ibid.* 22, lat. *evenire*, cfr. BONITZ, s.v.): significa perciò che il conseguente « viene ad essere con » l'antecedente, e più esattamente, in forza di (διά: *ibid.* 21) questo: questo infatti è causa (αἴτιον) del conseguente. Su questo punto tornerò più sotto.

L'antecedente consiste in alcuni dati: si noti che τεθέντα è sinonimo di κείμενα: significa cioè ciò che è dato, ciò che ci è posto (cfr. κεῖται ἡμῖν, *Poet.* 7, 1450b23) come antecedente, non propriamente ciò che noi poniamo. In conseguenza di ciò noi *dobbiamo* assumere (cfr. Aα 27, 43b1ss) certi determinati dati, cercandoli nell'esperienza, come dice in Aα 28, il capitolo della *venatio terminorum*: bisogna infatti cercare e trovare e poi prendere in considerazione i termini che stanno in certo rapporto fra loro, se vogliamo scoprire il rapporto in cui stanno gli estremi del problema: cfr. pure Aα 23, 40b30ss.

Il conseguente poi è qualcosa d'altro dall'antecedente: domandarsi qualcosa infatti è sempre domandarsi perché *A* è *B*; e cercare di stabilire *A* di *A* è cercare niente: οὐθέν ἐστι ζητεῖν: *Met.* Z 17, 1041a14: si confronti tutto il capitolo; per l'equivalente proposizionale (cioè *Cpp*), cfr. Aγ 3, 72b32-35.

Da cui segue che non si considera sillogismo quello nel quale il conseguente sia identico a una delle premesse: niente infatti si dice seguire da se stesso, o venire ad essere con se stesso, o risultare di necessità da se stesso o simili. E se fra i dati c'è il conseguente, allora non si ha sillogismo dimostrativo, ma *petitio principii*: τὸ ἐξ ἀρχῆς ἔσται εἰλημμένον: Aα 23, 40b32, oppure τὸ ἐξ ἀρχῆς αἰτήσεται: Aα 24, 41b20; cfr. *Top.* θ 13.

Il conseguente poi è « per il fatto che l'antecedente è », cioè l'antecedente è causa del conseguente. Questa considerazione non sembra extralogica ad Aristotele, se per logica s'intende la πραγματεῖα di cui tratta l'*Analitica*. Ed è chiaro dal contesto del lavoro, che la definizione di sillogismo include il riferimento al rapporto causale dell'antecedente sul conseguente a ragion veduta. Se difatti il sillogismo è la forma della dimostrazione e cioè il metodo formale della scienza, e questa consiste nel sapere, attraverso dimostrazione, la causa determinata delle cose, per cui si possa escludere la contraddittoria della conclusione scientifica (cfr. la definizione in Aγ 2, $71^{b}9$-11; e si veda una spiegazione della definizione in *Eth. Nic.* Z 3, $1139^{b}19$-36), allora è chiaro che nel sillogismo si deve in qualche modo conoscere un nesso causale. E questo è detto esplicitamente nell'*Analitica*: allora solo infatti abbiamo scienza, quando abbiamo sillogismo dalle cause prime e vere: Aγ 9, $76^{a}28$ss; e si avrà migliore scienza se si procede da cause più alte, ἐκ τῶν ἀνώτερον αἰτίων e la scienza perfetta se dalle cause incausate: ἐκ μὴ αἰτιατῶν αἰτίων: *ibid.* 19, 20; cfr. Aγ 24, $85^{b}23$s. Il sillogismo ovviamente si può avere senza prendere in considerazione la natura o la verità delle cause; ma non senza che l'antecedente sia formalmente causa del conseguente, così che, se l'antecedente è vero, in forza di sillogismo sia stabilito il conseguente. Più esattamente la causa del determinato rapporto degli estremi che è dato nel conseguente, è il termine medio, in quanto connette (συνάπτει: cfr. Aα 23, $41^{a}1$) gli estremi: cfr. Aδ 12, tutto il capitolo; Aδ 2, $90^{a}6$.

Se ora il sillogismo è un λόγος in cui ci si pongono alcune cose, e per il fatto che tali cose stanno (κεῖται), qualche cosa d'altro viene ad essere di necessità, è difficile dare una traduzione adeguata di tale λόγος. Esso non è solo un « discorso » (cfr. JOSEPH, *Introd. to Logic*, p. 249), come comunemente si traduce. Il sillogismo non è un'entità linguistica. Esso è quell'oggettivo rapporto di cose che si è descritto qui sopra. Perciò (*a*) sillogismo è quel determinato rapporto oggettivo in cui *A* e *C* vengono a trovarsi quando *C* è *B* e questo medesimo *B* è *A*. Questo rapporto è tipicamente esprimibile in una predicazione. Possiamo perciò chiamarlo rapporto predicabile. Allora possiamo dire più esattamente che (*b*) il sillogismo è il risultare del determinato rapporto predicabile dell'*A* al *C*, per ragione del rapporto predicabile di questi due termini con un termine comune, detto medio. Questo oggettivo stato di cose è sempre dato quando due termini si trovano in certi rapporti con il medio: (*c*) perciò quel logos è un πρᾶγμα καθόλου (cfr. *De Int.* 7, $17^{a}38$), cioè un oggettivo universale

rapporto di implicazione di un predicabile in due predicabili, cioè del conseguente nell'antecedente.

Sillogismo e implicazione

2.2. « Implicazione » nel numero precedente è anzitutto la traduzione dell'aristotelica ἀκολούθησις che denomina dal punto di vista del conseguente, quella che noi, considerandola dal punto di vista dell'antecedente, chiamiamo implicazione: cfr. Aα 13, $32^{a}24$: di tre espressioni modali dice che ἤτοι ταὐτά ἐστιν ἢ ἀκολουθεῖ ἀλλήλοις, cioè o sono la medesima cosa o « si conseguono » a vicenda, cioè si implicano a vicenda, in modo che se è data l'una allora è data pure la seconda e la terza. Non intendo però limitare il concetto di implicazione a una determinata forma espressiva, cioè alla forma ipotetica « *Se — allora* », perché questa limitazione tecnica non c'è in Aristotele, né mi sembra utile all'intelligenza del testo. Adotto il termine perché, oltre ad essere comune nel linguaggio ordinario, è usato da Aristotele come quasi tecnico nell'*Analitica*; ma lo uso come lo usa l'autore dell'*Analitica*: (*a*) tenendo presente che le parole sono segni che si usano per indicare ciò di cui s'intende parlare e perciò si possono sempre scambiare fra loro le parole che si equivalgono nel significato, ἃ τὸ αὐτὸ δύναται: Aα 39, $49^{b}3$; (*b*) tenendo presente che il proprio significato di sillogismo è quell'oggettivo stato di cose che abbiamo descritto, e che Aristotele lo descrive di fatto sia in forma ipotetica, εἰ ... ἀνάγκη, sia in forma categorica. Si legga il capitolo 4 di Aα: Diciamo ora a quali condizioni e come e *quando* (πότε) si avrà sillogismo... Or dunque, ogniqualvolta tre termini siano, ὅταν οὖν τρεῖς ὅροι οὕτως ἔχωσι, come nel primo schema, ci sarà sillogismo: infatti, se (εἰ γάρ) l'*A* al *B* e il *B* al *C*, allora l'*A* al *C*. ($25^{b}26$-40). Se poi la maggiore sia universale e la minore particolare affermativa, allora ci sarà sillogismo perfetto: sia infatti (ὑπαρχέτω γάρ) l'*A* a tutto il *B* e il *B* a qualche *C*: *è dunque necessario*, se è chiaro come abbiamo definito il « predicarsi di tutto », l'*A* essere a qualche *C*: οὐκοῦν ... ἀνάγκη τὸ A τινὶ τῷ Γ ὑπάρχειν: $26^{a}17$-25. Quest'ultimo passo è la formulazione di *Darii*. Analoga è la formulazione di *Cesare*: Aα 5, $27^{a}5$ss: si predichi l'*M* di nessun *N* e di ogni *X*: poiché dunque (ἐπεὶ οὖν) il negativo converte, ..., e perciò l'*N* sarà a nessun *X*: ὥστε τὸ N οὐδενὶ τῷ Ξ.

ὅταν introduce la descrizione del primo e del secondo schema, nella quale stabilisce le condizioni generali dello schema; εἰ οὖν oppure εἰ γάρ introduce l'enumerazione dei singoli modi. Quello che importa ad Aristotele

è il valore universale, comunque esprimibile, del sillogismo. Non bisogna dimenticare che la tendenza a limitare la logica all'uso corretto dei segni, evitando cautamente ogni implicazione metafisica che la natura dei segni porti con sé, è una preoccupazione moderna: leggerla nel testo di Aristotele è un anacronismo; e inoltre è forzare il testo, perché è chiaro che Aristotele ha concepito la sua logica nel contesto del suo realismo: « non si fa infatti dimostrazione per riguardo al discorso esteriore, πρὸς τὸν ἔξω λόγον, ma per riguardo a quello che è nell'anima », cioè nella dimostrazione si considera ciò che è inteso, il significato, del discorso, non i segni; e la ragione è: ἐπεὶ οὐδὲ συλλογισμός: Aγ 10, 76b25, cioè perché neppure il sillogismo è inteso per riguardo ai segni. Io perciò accetto il commento di ALESSANDRO (372.29): « Poiché il sillogismo non ha il suo essere nei vocaboli, ma nei significati ».

Con tutto ciò concorda quella che in termini moderni si può chiamare la regola aristotelica della sostituzione: si può sempre sostituire un'espressione a un'altra dello stesso significato, allo scopo di semplificare il procedimento: Aα 39. Questo criterio è ovviamente meno tecnico del criterio moderno che richiede una definizione esplicita come presupposto della sostituzione. Ma concedere che il criterio moderno può facilitare un meccanico controllo dell'esattezza delle operazioni logiche, non significa ancora ammettere che il criterio aristotelico sia inesatto o che il moderno sia necessario alla formulazione scientifica della logica. Penso perciò che non incorro in inesattezze se non sempre, in questa esposizione, i sillogismi aristotelici saranno riferiti in forma di implicazione.

Va inoltre ricordato che Aristotele costantemente parla di « sillogismo dimostrativo », cioè del sillogismo nel quale la verità dell'antecedente è affermata come causa effettiva della verità del conseguente. E perciò non è corretto affermare che il sillogismo aristotelico è solo un'implicazione.

Sillogismo, conseguenza, mediazione

2.3. La definizione citata da Aα 1, 24b18-20 sembra essere troppo estesa. Sembra infatti che posto che « Nessun *A* sia *B* » segua di necessità « Nessun *B* è *A* » e che questa conseguenza corrisponda alla definizione di sillogismo. Ma nessuno considera sillogistica tale conseguenza. Lo stesso si dica delle altre leggi della conversione e della *tabula oppositionis*. D'altra parte la posizione di Aristotele sembra abbastanza definita ed è difficile considerare l'inesattezza della definizione in questione come una svista. Si legga Aβ 2, 53b12-23: « Se dunque essendo l'*A* è necessità essere il *B*,

allora non essendo il *B* è necessità non essere l'*A*, altrimenti accadrà che il medesimo sia e non sia insieme. Ma per il fatto che si è posto un solo termine, l'*A*, non si supponga che essendo [dato] un quale che sia unico termine, accada che segua (συμβαίνειν) di necessità alcunché. Questo infatti non è possibile (οὐ γὰρ οἷόν τε): ciò infatti che segue (τὸ συμβαῖνον) di necessità, è il conseguente (τὸ συμπέρασμα) e il minimo da cui questo può risultare sono tre termini e due intervalli e protasi... Dunque *A* posto come uno, [è] due protasi prese assieme (συλληφθεῖσαι) ».

2.31. La risposta alla difficoltà, oltre a quanto detto sopra, 1.51., si può forse vedere nel termine tecnico usato nella definizione. Nessuno, che consti a me, ha portato l'attenzione sul fatto che συμβαίνειν non è usato da Aristotele per significare indifferentemente il nostro « seguire », o più genericamente il rapporto dell'antecedente con il conseguente in un'espressione del tipo « Se *p*, allora *q* » oppure « se φ di *x* allora ψ di *x* », ma solo per significare la conseguenza propria della dimostrazione, cioè della ἀπόδειξις; e questa è per Aristotele lo specifico procedimento della conoscienza *mediata* che egli chiama ἐπιστήμη, scienza. Quello che non è tecnicamente *mediato* non deriva propriamente da altro, cioè non ha propriamente un antecedente, né in sé, né per la nostra conoscenza, salvo *per accidens*, κατὰ συμβεβηκός; ma è noto per ἐπαγωγή ed è oggetto del νοῦς. Il νοῦς non conosce per dimostrazione, ma è principio di essa: cfr. Aδ 19. Il significato reale della definizione di sillogismo perciò è: quell'oggettivo stato di cose in cui un rapporto predicabile è mediato in modo determinato. Come un rapporto predicabile possa essere mediato è detto nella descrizione dei tre schemi.

Resta vero che un'allusione a quelle che più o meno felicemente si dicono « illazioni immediate » (cfr. JOSEPH, *Intr. to Logic*, pp. 233ss.) poteva essere opportuna a chiarire la definizione di sillogismo. Ma non bisogna dimenticare che l'*Analitica* non è una sillogistica: forse leggendo la sillogistica nel suo contesto, quell'oscurità scomparirebbe. Io infatti suppongo che i primi due capitoli dell'*Analitica* appartengano per Aristotele alla fondazione *noetica* (nel senso di Aδ 19) della sua teoria della scienza; e che non contengano alcuna dimostrazione. Non ogni chiarimento che si possa apportare ai princìpi che si assumono in una scienza, si deve chiamare dimostrazione. La interpretazione che ho qui proposto di uno specifico significato tecnico di συμβαίνειν è facilmente verificabile con una lettura dei primi capitoli dell'*Analitica*; per quanto consta a me l'uso di Aristotele è costante, cioè, salvo involontarie sviste da parte mia, il termine è sempre

riferito alla conseguenza di una predicazione mediata, mai alla spiegazione di qualche assioma che non sia sillogizzabile. Un'eccezione si può *forse* trovare in Aα 32, 47ª32, 36. Si confronti anche BONITZ, s.v.

Inoltre si tenga presente che quello che si dice venir ad essere nel sillogismo è « qualcosa d'altro dai dati »; si confronti a questo proposito Aγ 3, 72ᵇ18-73ª6, la critica di Aristotele alla « dimostrazione circolare ». Non è affatto certo per me che Aristotele non considererebbe che il rapporto « Nessun *B* è *A* » non sia senz'altro dato quando è dato che « Nessun *A* è *B* ». Su questo esempio, si potrebbe utilmente esaminare quale tipo di distinzione Aristotele richiede fra antecedente e conseguente, per parlare di sillogismo e di ἀπόδειξις.

L'ipotesi che io propongo si può riassumere nelle seguenti tesi:

(*a*) συμβαίνειν, (cioè: convenire, risultare, conseguire, essere implicato in, e simili) si dice solo del conseguente di un procedimento dimostrativo, cioè di una ἀπόδειξις o di un sillogismo, e presuppone perciò una effettiva mediazione: cioè se τὸ συμβαῖνον (34ᵇ2) è « *A* è al *C* », allora l'*A* non può essere al *C* immediatamente, ma per altro dall'*A* e dal *C*.

(*b*) diverse formulazioni di un medesimo dato di esperienza non costituiscono dimostrazione, anche se una formulazione sia più ovvia dell'altra. Così possiamo dire: « (1) 'L'alterità è reciproca'; (2) perciò, (3) 'se *A* è altro da *B*', allora (4) '*B* è altro da *A*' », ma qui (2) non introduce una conclusione *dimostrata*, né (3) e (4) formano un'implicazione, perché (4) è la semplice ripetizione di (3). E tutto ciò è evidente se è chiaro (1).

(*c*) se poi si vuole considerare (4) come veramente altra cosa da (3), resta ancora che il passaggio da (3) a (4) non si può classificare come συμβαίνειν, se non è mediato e cioè dimostrabile: il procedimento conoscitivo che gli si riferisce specificamente è la ἐπαγωγή. Ora questa non appartiene alla dimostrazione né alla sillogistica, ma è l'ἀρχή presupposta alla conoscenza scientifica.

L'esempio che ho dato qui sopra, serve a mostrare l'immediatezza della « legge della conversione » per la protasi universale negativa. A me sembra che un'analoga spiegazione *si può* dare alle altre leggi della conversione, alla legge della subalternazione e al principio della ἔκθεσις. Per la legge della subalternazione in particolare, cioè per la legge: « Se *A* è a tutto *B*, allora *A* è al *B* καθ' ἕκαστον, cioè a qualche *B* e ad ogni singolo soggetto-*B* », Aristotele dice espressamente che essa non è dimostrata, ma è nota nello stesso atto (ἅμα) di conoscere l'universale « *A* è a tutto il *B* », e che è nota

non come una conseguenza mediata, ma per ἐπαγωγή: Aγ 1, 71ª17-24. L'analogo vale ovviamente per la legge *CEabOab*.

A quali termini si estende il sillogismo

2.32. Una nota sull'estensione del concetto di rapporto predicabile è necessaria a completare la definizione di sillogismo. I termini con cui Aristotele esprime il concetto sono vari, ma ovviamente sono scelti fra i più semplici, con lo scopo di rendere più chiara l'esposizione. Ad evitare malintesi perciò Aristotele aggiunge una nota: Aα 37, 49ª6-10: « L'ὑπάρχειν si deve prendere in tanti modi in quanti si dividono le predicazioni (αἱ κατηγορίαι), e queste o a sé o con complementi, o semplici o complesse (ἢ πῇ ἢ ἁπλῶς, ἔτι ἢ ἁπλᾶς ἢ συμπεπλεγμένας). Lo stesso poi per il μὴ ὑπάρχειν. Tutto ciò poi va determinato con più diligenza ». κατηγορίαι del testo è riferito alle *categorie* da BONITZ (378ª24) e da ROSS (*An.*, p. 408). Anche se questo in definitiva non farebbe grande differenza nel significato del testo, penso che il termine vada inteso più genericamente come « ogni sorta di predicazione »; ciò che vuol dire, continuando il testo del capitolo precedente: ὑπάρχειν sta a significare ogni sorta di proposizione. Questa può essere complessa; le categorie invece sono, per definizione, ἄνευ συμπλοχῆς: *Cat.* 2, 1ª17.

Significa perciò che i rapporti presi in considerazione ed espressi normalmente con una formula come « *A* è al *B* », possono essere di fatto molto più complessi di quelli di una proposizione quale « Uomo è animale »; la formula può significare p. es. « La sapienza ha per oggetto il bene »: Aα 36, 48ᵇ12; oppure può significare una proposizione *de secundo adjacente*, come « Socrate corre »: *Cat.* 2, 1ª18; oppure una proposizione che è « una per congiunzione », συνδέσμῳ: *De Int.* 5, 17ª8ss. Né ovviamente fra i diversi tipi di predicazione c'è solo quello che ha per soggetto un termine quale « uomo » o « animale »; dire che: « '*A* è a nessun *B*' » converte in « '*B* è a nessun *A*' », è pure un tipo di predicazione. Perciò anche il seguente esempio è un sillogismo aristotelico:

« Essere al Pireo è essere in Atene;
ma essere in Atene è essere in Grecia:
perciò essere al Pireo è essere in Grecia »,

che si può pure scrivere così:

« 'Io sono al Pireo' importa 'Io sono in Atene';
ma 'Io sono in Atene' importa 'Io sono in Grecia':
perciò 'Io sono al Pireo' importa 'Io sono in Grecia' ».

Se poi invece di dire « importa » vogliamo dire « implica » e scrivere « *C* » e sostituire le tre proposizioni, che sono i tre termini, con le variabili *p*, *q*, *r*, allora scriveremo questo sillogismo aristotelico come segue:

CKCpqCqrCpr.

Ora questo è il cosiddetto sillogismo ipotetico, che, come ha ben visto ŁUKASIEWICZ, è noto ad Aristotele.

Qui però c'è da notare che tale sillogismo, che ha per variabili delle proposizioni, cade sotto la definizione di sillogismo di Aα 1, 24^{b}18-20, così come Aristotele l'ha intesa, conforme ai testi citati qui sopra: cioè Aristotele considera la legge del sillogismo ipotetico come sussunta sotto il principio del sillogismo κατ' ἐξοχήν che è il primo schema, cioè il sillogismo perfetto. Si confronti pure Aα 29, 45^{b}34; Aα 36, 48^{a}40-49^{a}5.

Dobbiamo perciò concludere che è falso dire che per Aristotele i 'termini' dei suoi sillogismi sono solo variabili terminali. Che poi questa non sia solo una mia interpretazione, sarà chiaro se, oltre a ripensare i passi citati sopra, si legga Aα 33, dove Aristotele espressamente sostituisce i termini con proposizioni: *A* con « morirà domani », *B* con « Miccalo è un musico »; oppure *A* con « vivere per sempre », *B* con « Aristomene è razionale »: 47^{b}21-31.

Non si può inoltre dimenticare che per Aristotele la sillogistica è *il* metodo per rispondere ai vari problemi che si possono porre nella scienza: cfr. Aα 28. Ora, quale tipo di problemi egli ha in mente, è chiaro dalla classificazione che egli propone in Aδ 1, dove ovviamente egli intende ridurre alle loro forme elementari tutti i possibili quesiti che l'esperienza può porre alla nostra σκέψις. Bisogna dunque ammettere che, almeno nell'intenzione del suo autore, la sillogistica aristotelica doveva rappresentare una metodica abbastanza comprensiva da potersi applicare a tutti i tipi di problemi che erano familiari ad Aristotele. Si veda il cap. Aα 36, *per totum*.

Il sillogismo perfetto: testi

20. Prima di passare a una descrizione del sillogismo perfetto, sarà bene leggere almeno i seguenti testi: Aγ 14 (79^{a}17-33); Aα 4 (25^{b}32-26^{a}33); Aα 41 (49^{b}14-32). Per utilità del lettore ne presento qui una breve analisi, la quale ha due scopi: (*a*) di facilitare la lettura dei testi. Qualcuno troverà questa schematica analisi non più facile che i testi; ma penso che tutti troveranno più facile la lettura dei testi con l'aiuto dell'analisi che segue.

(*b*) Questa inoltre ci dispenserà dal moltiplicare i rimandi al testo durante l'esposizione.

Espongo soltanto il contenuto categorico dei testi, avvicinando passi complementari, ma senza inoltrarmi in alcuna esegesi che possa sembrare controvertibile.

20.1. *Testo Aγ 14, 79^{a}17-33*

1. Il più perfetto dei tre schemi sillogistici è il primo: ^{a}17.

11. La ragione è: tutte le scienze che appartengono alla matematica, quali l'aritmetica, la geometria, l'ottica, e, si può dire (σχεδὸν ὡς εἰπεῖν), tutte le scienze che ricercano il διότι, portano le loro dimostrazioni in forza del primo schema: ^{a}18-20.

12. E difatti il sillogismo del διότι è o sempre o per lo più in forza del primo schema: ^{a}21s.

13. Perciò il sillogismo scientifico è in questo schema più che negli altri due (μάλιστα; cfr. Aγ 2, 72^{a}29s): ^{a}22s.

2. Precipuo (κυριώτατον) infatti del conoscere (τοῦ εἰδέναι) è l'avere la teoresi del διότι: ^{a}23s; cfr. Aγ 2, 72^{b}9ss.

3. Inoltre solo in primo schema si può ricercare (θηρεῦσαι: cfr. il latino *venari*) la scienza del τί ἐστιν: ^{a}24s.

31. Difatti nel secondo schema non c'è sillogismo affermativo; ora, la scienza del τί ἐστιν è affermativa: ^{a}25ss.

Nel terzo schema poi c'è sillogismo affermativo, ma non universale; ora, il τί ἐστιν è dell'universale: ^{a}27s.

4. Inoltre il primo schema non ha bisogno degli altri due; questi invece si compiono in forza della mediazione del primo (διὰ τούτου καταπυκνοῦνται: cfr. Aγ 23, 84^{b}31-35), e così si riducono ai princìpi immediati (εἰς τὰ ἄμεσα): ^{a}30s.

20.2. *Testo Aα* 4, 25^{b}32-26^{b}33

1. Tutte le volte che tre termini stanno fra loro così che l'ultimo è in tutto sotto il medio e il medio è, oppure non è, in tutto sotto il primo, è necessità che degli estremi ci sia sillogismo perfetto [*Barbara-Celarent*]: 25^{b}32-35.

Se poi l'uno dei termini sia riferito in universale, l'altro in particolare, allora:

tutte le volte che quello riferito al medio è attribuito universalmente, affermativo o negativo, e [il medio] che è riferito al minore è attribuito in parte, ma affermativo, allora è necessità che ci sia sillogismo perfetto [*Darii* - *Ferio*]: 26^{a}18-20 + 25^{b}32-35 (v. 20.2. *nota*).

2. Tutti i sillogismi del primo schema sono perfetti: difatti sono completi in forza dei semplici dati che si assumono da principio [cioè: che sono dati dalla formulazione dello schema]: 26^{b}29s.

21. Cfr. Aα 1, 24^{b}21-26: perfetto si dice il sillogismo quando il necessario [cioè la conseguenza] si effettua in forza dei dati assunti, cioè delle protasi (^{b}26), non in forza di altro, anche se questo altro sia contenuto potenzialmente nei termini dati.

3. Chiamo medio quel termine il quale è in uno [degli altri due], mentre l'altro dei due è in esso: 25^{b}35.

31. Cfr. Aα 23, 41^{a}3s; ^{a}11: medio si chiama il termine del quale è dato il rapporto predicabile con tutti e due gli altri.

4. Chiamo estremi quello che è nell'altro [cioè nel medio] e quello nel quale l'altro [cioè il medio] è: 25^{b}31s; maggiore è quello in cui il medio è; minore quello che è sotto il medio [cioè soggetto del medio]: 26^{a}21ss.

5. Ora dunque: se l'*A* è [predicato] di tutto il *B* e il *B* di tutto il *C* è necessità che l'*A* si predichi di tutto il *C* [*Barbara*]: 25^{b}37-39.

E similmente: se l'*A* [si predica] di nessun *B* e il *B* di tutto il *C*, [è chiaro] che l'*A* sarà a nessun *C*. [*Celarent*]: 26^{a}1s.

51. Abbiamo infatti già detto in che senso diciamo «l'*A* si predica di tutto il *B*»: 25^{b}39; e cioè: «essere l'*A* predicato di tutto il *B*» è identico (ταὐτόν) a «essere tutto il *B* sotto l'*A*»: A^{a} 1, 24^{b}26-28 (v. 20.2. *nota*).

Diciamo poi «l'*A* è predicato di tutto il *B*» quando non c'è nessuno dei *B* che non sia *A*: 24^{b}28-30.

E similmente diciamo «l'*A* è predicato di nessuno»: *ibid.*

6. Inoltre: sia l'*A* a tutto il *B* e il *B* a qualche *C*:
or dunque (οὐκοῦν) è necessità che l'*A* sia a qualche *C* [*Darii*],
se «essere predicato di tutto» è quello che si è detto: 26^{a}23-25.

7. Se invece l'*A* è a nessun *B* e il *B* a qualche *C*
è necessità che l'*A* non sia a qualche *C* [*Ferio*],

s'è già definito infatti come prendiamo «predicare di nessuno»: 26^{a}25-27.

8. Non c'è sillogismo in primo schema se la minore è negativa: 26^{a}3ss; 26^{b}1; cfr. Aα 6, 28^{b}31ss.

81. Non c'è sillogismo in primo schema se la maggiore non è universale: 26^{a}30-33; 26^{b}21s.

82. Per il termine minore vale la ἀκολούθησις del maggiore al medio, purché la minore sia affermativa: 26^{b}5s; cfr. Aα 41, 49^{b}28-32.

20.2. *Nota al testo* Aα *1, 24^{b}26-28.*

La traduzione del testo è controvertibile: τὸ ἐν ὅλῳ εἶναι ἕτερον ἑτέρῳ καὶ τὸ κατὰ παντὸς κατηγορεῖσθαι θατέρου θάτερον ταὐτόν ἐστιν. Intendo εἶναι = ὑποκεῖσθαι, cioè ὑποκείμενον εἶναι. Per l'uso di ὑποκεῖσθαι con il dativo in questo significato logico, cfr. Platone, *Gorgia* 465 B. Traduco: «Essere l'uno in tutto soggetto all'altro» e «essere l'altro predicato di tutto il primo» è lo stesso. Non leggo ἕτρον ἐν ὅλῳ ἑτέρῳ, cioè «in tutto il predicato», perché ὅλος non sembra riferibile al predicato: cfr. Aα 27, 43^{b}17ss: il predicato non si prende «tutto», ὅλον, ma si afferma solo che consegue (ἀκολουθεῖν), come abbiamo già detto. Prendere il predicato con il segno della quantità è inutile e impossibile (ἄχρηστον καὶ ἀδύνατον): *ibid.* 20.

Analogamente rendo il passo parallelo Aα 4, 25^{b}33: «l'ultimo essere *in tutto* [soggetto] al medio», dove a ἐν ὅλῳ do ancora un senso avverbiale analogo a καθόλου. La traduzione più comune è: «l'ultimo [cioè il minore] essere nel medio *come in un tutto*». Anche questa traduzione non è del tutto piana, ma è più normale dal punto di vista puramente linguistico. Inoltre, se il passo si avvicina a Aα 36, 48^{b}34; 25, 42^{a}9-12, si può pensare che Aristotele suggerisca qui l'immagine che fu poi tradotta nei cosiddetti «cerchi di Eulero». Si noti però che *come in un tutto* è un pleonasmo che lascia inespresso il senso più importante del testo e cioè che *tutto il soggetto* è nel predicato e cioè abbiamo una protasi universale; mentre si può dire anche di un soggetto particolare che è nel predicato *come in un tutto.*

Io ritengo la mia traduzione, perché da un senso più coerente con il contesto e cioè non mi costringe ad attribuire ad Aristotele una quantificazione del predicato. Inoltre faccio notare il parallelo fra ἐν ὅλῳ di 25^{b}33, con ἐν μέρει di 26^{a}19: il primo passo descrive l'ipotesi delle pre-

messe universali; il secondo introduce l'ipotesi della minore particolare e qui ἐν μέρει è riferito al soggetto, cioè al minore che è preso « in parte », mentre nel primo caso era preso « in tutto ». Si veda in BONITZ, s.v. ὅλος, un'abbondante documentazione sull'uso del termine in Aristotele. Si legga inoltre ALESSANDRO, 32.13ss.

20.3. *Testo* Aα *41, 49ᵇ14-32*

1. Non è identico dire (1) « l'*A* è a tutto quello cui è il *B* » e dire (2) « l'*A* è a tutto quello a tutto il quale è il *B* »: ᵇ14-16.

2. (2) significa che l'*A* è solo ai soggetti a cui il *B* è attribuito in universale; ma non implica che l'*A* sia a un *C* che sia soggetto del *B* ma solo in particolare; perciò la (2) non è il primo schema: non da infatti alcuna necessità della conseguenza: ᵇ16s; 25-27.

3. Il termine maggiore è riferito a tutti i soggetti del *B* (ᵇ18s), cioè a tutti i *C* che siano di fatto (ἀληθῶς) soggetti del *B*, non importa come: ᵇ28-32.

4. Se poi il *B* è a tutto il *C*, allora l'*A* sarà pure a tutto; se invece il *B* è al *C* in parte, allora non è necessità che l'*A* sia a tutto il *C*: ᵇ30-32.

Definizioni

2.4. Premettiamo alla descrizione del sillogismo alcune definizioni che ricaviamo principalmente dai testi esaminati. Questi si riferiscono al sillogismo *perfetto*. Le definizioni valgono dei sillogismi *potenziali* in proporzione, cioè in quanto questi possono essere dimostrativi. Se qualcuno considera tutti i modi validi allo stesso livello, e ritiene *Baroco* altrettanto dimostrativo quanto *Barbara*, allora le definizioni che seguono sono difettose. Cerco infatti di dare delle definizioni formali e queste non soddisfano una considerazione materiale della sillogistica: che *Baroco* prova una *O* è un fatto tanto quanto è un fatto che *Barbara* prova una *A*; però *Barbara* prova per se stesso, mentre *Baroco* prova perché si riduce a *Camestres* - *Cesare* - *Celarent*; le definizioni che do qui perciò si applicheranno agli elementi di ciascun modo in tanto in quanto ciascun modo è o si riduce a una forma per sé dimostrativa (Cfr. *infra*, 2.6.).

2.41. Come la dimostrazione è sempre dimostrazione di un ὑπάρχειν: Aα 23, 40ᵇ23s, cioè di un rapporto predicabile di un *A* rispetto a un *C*,

così si dice esattamente che si « sillogizza l'*A* del *C* »: *ibid.* ᵇ30; ossia che si fa sillogismo di questo rispetto a quello, τοῦδε πρὸς τόδε: *ibid.* 41ᵃ12s, cioè si sillogizza il predicato rispetto al soggetto (cfr. Aα 28, 43ᵇ39-43).

2.42. Fra gli elementi del sillogismo si chiama *termine minore* quello del quale si dimostra il predicato, cioè il soggetto del problema dato, o del conseguente a cui il sillogismo da luogo; e perciò minore è il soggetto del medio nel sillogismo dimostrativo: Aα 4, 26ᵃ21ss.

Nota: Il minore è effettivamente il γένος ὑποκείμενον del quale si cerca di stabilire le proprietà. Al limite, minore può essere un τόδε τι, cioè un singolare sensibile. E questo è spesso il caso nelle dimostrazioni della scienza, secondo gli esempi di Aristotele: cfr. il problema « se la terra sia fra la luna e il sole »: Aγ 2. Di tale problema si da dimostrazione; ed esso ha ovviamente un soggetto singolare, il quale deve entrare nel sillogismo: cfr. Aγ 8: la dimostrazione è la seguente: l'eclisse è l'interposizione della terra; ma adesso la luna ha l'eclisse; perciò adesso la luna ha la terra interposta fra la luna e il sole: 75ᵇ24-30. Questo non è un sillogismo universale, ma ὅτι νῦν, *ibid.* 30, cioè *ut nunc*, come lo chiama la Scolastica. Vedi un altro esempio a cui Aristotele da al minore *C* un valore singolare: Aβ 21, 67ᵃ5-21. Tuttavia il termine minore (la luna) non entra nel sillogismo sensatamente se non in quanto è il soggetto del termine medio (avere l'eclisse); ed è in forza di questo che il sillogismo prova. Perciò, sebbene si sia assunto un minore singolare, il sillogismo ha dimostrato il predicato (aver la terra interposta) in universale, cioè per tutti i casi in cui ci sia l'ecclisse e per tutti i corpi celesti che si trovino ad « avere l'eclisse »; e cioè la dimostrazione, per quanto eseguita circa *questo* caso *ora*, è valida per ciò che accade più volte τῶν πολλάκις γινομένων: *ibid.* ᵇ34. Da cui segue che anche il minore singolare è assunto nel sillogismo con valore universale, cioè « in quanto è comunque soggetto del medio »: cfr. testo 03.3. Perciò Aristotele lo chiama « il genere soggetto » del quale si fa dimostrazione: cfr. *infra*, 2.43.

2.43. Si chiama *termine maggiore* il predicato del problema, o del conseguente, cioè quello che consegue (ἕπεται, ἀκολουθεῖ: cfr. Aα 28 *passim*) al minore in forza del medio.

Nota a: si veda Aγ 10, 76ᵇ11-15: in ogni procedimento dimostrativo si considerano tre cose: il dato o genere (γένος) del quale la scienza cerca i predicati; gli assiomi dai quali li deduce; e i predicati stessi, τὰ πάθη;

cioè in breve: ciò *di cui* si dimostra; ciò *da cui* si dimostra; e ciò *che* si dimostra: *ibid.* b22.

Nota b: il predicato è detto maggiore rispetto agli altri due termini perché è formalmente più esteso, cioè perché lo si assume come predicato, il quale περιέχει il soggetto: Aα 27, 43b23 e *passim*: nella predicazione il predicato definisce il soggetto, lo circoscrive ma non ne è a sua volta circoscritto né definito. Perciò il soggetto si dice stare sotto, ὑπό, al predicato e si dice inferiore, ἧττον, al predicato: Aα 30, 46b1; inferiore formalmente in quanto soggetto, come nota ALESSANDRO commentando questo passo (335.35-336.3). Per un sillogismo con protasi false ovviamente resta vero che il predicato *è assunto* come maggiore. Per premesse negative, il nome è preso dalle protasi affermative; e resta pure vero, come osserva MAIER (*Syll.* II a, p. 60 n. 1) che anche alla negazione « *A* non è *B* » si può sempre presupporre un problema « Se *A* sia *B* », nel quale i due termini sono confrontati come soggetto e predicato e concepiti come potenzialmente correlati come nell'affermazione.

2.44. Si chiama *medio* il termine che è soggetto del maggiore e predicato del minore: Aα 4, 25b35.

Nota: La definizione data in Aα 23, dove il medio è detto il termine « comune » ai due estremi, è pure vera; ma si deve ridurre alla prima definizione: quello che è essenziale per il medio è che ne sia dato il rapporto con tutti e due gli estremi, affinché « connetta le predicazioni » (*ibid.* 41a1, 4, 12) e determini il conseguente. Ora quando il medio è due volte predicato o due volte soggetto, non è utile a determinare alcuna conseguenza, se non in potenza; ma se lo si può ridurre a soggetto del maggiore e predicato del minore, allora è medio di sillogismo in atto.

2.45. *Sillogismo perfetto* è quello che è per sé dimostrativo del conseguente di cui si dice sillogismo, cioè quello che dimostra per sé in forza della disposizione dei termini dai quali è denominato. Così *Barbara* è sillogismo perfetto rispetto al dimostrabile « *A* è ad ogni *C* ».

2.46. Sillogismo *potenziale* (δυνατός: Aα 5, 27a2) o *imperfetto* (ἀτελής: 29a15) rispetto a un dato dimostrabile è quell'insieme di termini del quale si può dimostrare, in senso tecnico, cioè sillogisticamente, che esso implica il detto dimostrabile. Quelli che comunemente si dicono sillogismi imperfetti, sono considerati sillogismi in potenza da Aristotele. Che la loro dimostrazione sia sillogistica, si vedrà a suo luogo.

2.47. (*a*) Si dice sillogismo *diretto* o *immediato* rispetto a un dato dimostrabile quello che è sillogismo o perfetto o potenziale di detto dimostrabile. Sono perciò sillogismi diretti tutti i modi del primo schema; *Cesare* e *Festino* nel secondo; *Darapti*, *Datisi*, *Felapton*, *Ferison* nel terzo schema. Il termine « diretto » o « immediato » non è aristotelico. Il « sillogismo inverso » di cui sotto, non coincide esattamente con il sillogismo indiretto.

(*b*) Si dicono sillogismi *indiretti* o *mediati* rispetto a un dato dimostrabile quelli che sono sillogismi diretti di un conseguente tale che da esso si possa dedurre il detto dimostrabile in uno di questi modi:

a) per conversione;

b) per la legge della subalternazione: « Se *A* è ad ogni *C*, allora *A* è a qualche *C*; se *A* è a nessun *C*, allora *A* non è a qualche *C* »;

c) per ἔκθεσις, ossia esposizione: « Se *A* è a qualche *C*, allora per qualche *C* [*qC*] è vero che *A* è ad ogni *qC* ». Così *Barbara* è un sillogismo indiretto rispetto a « *A* è a qualche *C* »: cfr. Aβ 1, 53a2ss; *Cesare* è indiretto rispetto al conseguente di *Camestres* e viceversa: Aα 5, 27a10ss. Un sillogismo poi è semplicemente indiretto se è denominato da un conseguente che si ottiene solo applicando al suo dimostrabile diretto uno dei processi *a*), *b*), *c*). Così *Baroco* è indiretto semplicemente: il suo conseguente, « *N* non è a qualche *X* », si ottiene solo attraverso *Camestres*, applicando il principio della subalternazione al conseguente di quest'ultimo: cfr. *infra*, 2.633.

2.48. Se α è un sillogismo che dimostra « *A* di *C* », allora β si dice sillogismo *inverso* (ἀντεστραμμένος: 44a31) rispetto ad α, se β dimostra « *C* di *A* »: cfr. *infra*, 2.7.

Il primo schema

2.5. Il primo schema è sillogismo perfetto. I quattro modi del primo schema sono quattro casi del medesimo principio dimostrativo: essi non effettuano il necessario, cioè una determinata conseguenza, in forza delle loro differenze, ma in forza dello schema comune. Questo è dimostrativo per sé e immediatamente: cioè il suo valore dimostrativo non ha, né ha bisogno di dimostrazione.

2.51. Se facciamo il semplice riassunto dei testi sopra citati (20.2., 20.3.), l'enunciato dello schema risulta come segue: di tre termini, *A*, *B*, *C*, quanto del *C* è di fatto *B*, sta con l'*A* nel medesimo rapporto predicabile che è dato fra l'*A* e il *B*.

I quattro modi sono solo l'applicazione del principio: quando il rapporto fra *A* e *B* è affermativo, il rapporto fra *A* e *C* sarà affermativo; e similmente quando il rapporto fra *A* e *B* è negativo; quando tutto il *C* è *B*, il rapporto di *A* a *B* varrà per tutto il *C*; quando invece solo qualche *C* è *B*, il rapporto varrà solo per qualche *C*. Cioè il principio si applica immediatamente e intuitivamente ai quattro casi, come segue:

Barbara	*Celarent*
$A \to B \to C$	$A \mid B \to C$
$A \to C$	$A \mid C$
Darii	*Ferio*
$A \to B \to qC$	$A \mid B \to qC$
$A \to qC$	$A \mid qC$

Il segno « → » significa « è a », cioè ὑπάρχει τῷ, e riferisce come predicato a soggetto il termine che precede al termine che segue immediatamente; analogamente il segno « / » significa « non è a », cioè μὴ ὑπάρχει τῷ, e riferisce il termine che lo precede al termine che lo segue come predicato a soggetto. Il segno della quantità « *q* » precede il soggetto che da « *q* » è determinato: il segno dell'universalità è omesso, perciò « *qC* » si legge « qualche *C* »; mentre la prima linea si legge: « *A* a tutto *B*, *B* a tutto *C* ». In ogni sillogismo è enunciata prima la premessa maggiore, poi la minore sulla stessa riga e con il medio in comune; sotto alla premessa maggiore, il conseguente ripete il rapporto di *A* a *B*.

2.52. Che i quattro modi siano solo differenze materiali del principio enunciato nel primo schema, oltre a sembrare chiaro dal numero precedente, è indicato da Aristotele quando dice, *passim* e costantemente, che il necessario, cioè la conseguenza, è effettuata non dal modo, τρόπος, ma dallo schema, διὰ τοῦ σχήματος. Il che significa che il sillogismo propriamente è lo schema: infatti il sillogismo è il logos nel quale posti alcuni dati, segue il necessario τῷ ταῦτα εἶναι, per il fatto che questi dati sono; λέγω δὲ τῷ ταῦτα εἶναι τὸ διὰ ταῦτα συμβαίνειν, cioè « voglio dire che la conseguenza è in forza di essi dati » Aα 1, 24b20. Ora la conseguenza non è data in forza delle differenze specifiche dei quattro modi, ma in forza dello schema, come enunciato sopra. Le differenze dei quattro modi poi condizionano la qualità e la quantità del conseguente, non la necessità della conseguenza; cioè sono differenze materiali rispetto allo schema.

In questo senso si deve dire che il primo schema è *il principio* della sillogistica; e s'intende il principio *proprio*, ἀρχὴ ἰδία: Aγ 10, 76a37ss, cioè il principio noetico da cui direttamente deriva il sistema dei sillogismi. Ciò che non significa che non siano presupposti altri princìpi *comuni* alla sillogistica, come ad ogni scienza. Ma il principio di contraddizione, oppure il principio d'identità, per fare due esempi, non sono princìpi *della sillogistica*; come la definizione della velocità: $v = \frac{s}{t}$, non è principio dell'ippica, ma probabilmente della dinamica.

Le leggi del primo schema

2.53. Se ora vogliamo solo esplicitare l'enunciato in questione, avremo quelle che si dicono le due leggi del primo schema: la maggiore del sillogismo dimostrativo è universale; la minore è affermativa: difatti il minore è connesso con il maggiore, perché è soggetto del medio.

2.531. La necessità della maggiore universale è affermata più volte nei testi che abbiamo citato; si veda pure Aα 33, 47b27 e contesto. La ragione poi si può trovare spiegata espressamente in Aα 41, che abbiamo analizzato: il sillogismo è il fatto che il *B* (medio) causa l'essere l'*A* (maggiore) al *C* (minore), perché *C* è soggetto del *B*: l'*A* è al *C* perché « l'*A* è a tutto ciò a cui il *B* è in verità » (Aα 41, 49b23s): ciò che vuol dire appunto che l'*A* è al *B* in universale. Che se si vuol fare l'ipotesi che l'*A* non sia a tutto il *B*, ma a qualche *B*, allora la causa dell'essere l'*A* al *C* non sarebbe ovviamente il *B*, ma solo quel qualche *B*, cioè quella specie del genere *B*, a cui l'*A* è; e allora questa specie sarebbe di fatto il medio, e rispetto ad essa la maggiore sarebbe ancora universale.

Analogamente, per dimostrare che l'*A* non è al *C*, cioè per avere sillogismo negativo, bisogna che l'*A* sia a nessun *B* in universale: il medio infatti causerà in questo caso non l'essere l'*A* al *C*, ma l'essere l'*A* altro dal *C*, che significa: il *C* è altro dall'*A* perché il *C* è soggetto del *B*.

2.532. La minore del sillogismo dimostrativo poi deve essere affermativa: se infatti il *C* non è *B*, allora non è necessario che per il *C* valga il rapporto *A* - *B*: il *B* non è causa né dell'essere, né del non-essere l'*A* al *C*.

La minore però può essere particolare: se infatti l'*A* è al *B* allora l'*A* è a tutti quelli che sono di fatto soggetto del *B*, in universale o no, di necessità o no: per il termine minore, purché esso sia un soggetto-*B*, vale la ἀκολούθησις dell'*A* al *B*, in tanto in quanto il minore è un soggetto-*B*.

I sillogismi potenziali

20. Raccogliamo assieme alcuni testi che ci servano per l'esposizione dei sillogismi del secondo e terzo schema e per una valutazione dei sillogismi indiretti e inversi e della IV figura.

20.4. *Testo* Aα *5*

1. Quando tre termini *M*, *N*, *X*, sono tali che *M* sia predicato degli altri due, chiamo questo schema secondo; dico medio il predicato di ambedue, maggiore quello che sta vicino al medio e minore il più lontano; il medio si scrive per primo, fuori degli estremi: 26b34ss.

2. Il secondo schema non è in nessun modo (οὐδαμῶς) sillogismo perfetto: 27a1.

21. Difatti semplicemente dal secondo schema (μόνον ἐξ τῶν ἐξ ἀρχῆς: 27a17), cioè dall'essere un termine predicato di altri due, non risulta alcun sillogismo di questi due: 27a16ss.

22. Difatti gli estremi sono riferiti al medio come a genere comune (πρὸς αὐτὸ τὸ γένος: 36, 48b33-35; cfr. Ross, p. 407); ora ciò non importa che l'uno degli estremi sia dato come parte dell'altro, né la protasi minore come parte della maggiore; ma questo era supposto necessario nel sillogismo perfetto: cfr. 25, 42a9-12.

3. Però i termini che stiano in secondo schema sono materia possibile di sillogismo: 27a2s.

31. Non però di sillogismo affermativo, ma solo negativo: 28a8s;

32. e perciò una protasi dovrà essere negativa: 27a4s; b12.

33. La maggiore poi dovrà sempre essere universale: 27a26s; b4s.

4. Difatti:
se *M* è a nessun *N* e a tutto *X* [*Cesare*]: 27a5s,
allora, da questo solo non segue alcun necessario (27a16),
ma invertendo la protasi si ha il primo schema [*Celarent*],
da cui segue che è necessario che *N* sia a nessun *X*: 27a6-8.

42. Se poi inversamente *M* è a tutto *N* e a nessun *X* [*Camestres*] (27a9s), allora segue che *X* è a nessun *N*, perché risulta di nuovo il primo schema, *X* a nessun *M*, *M* a tutto *N* (a11); e poiché la negativa inverte, neppure *N* sarà ad alcun *X*; e così avremo lo stesso, ὁ αὐτός, sillogismo, [cioè lo stesso che *Cesare*]: 27a9-14.

43. Se poi *M* è a nessun *N* e a qualche *X* [*Festino*],
allora, invertendo la maggiore si ha [*Ferio*]
che *N* non sarà a qualche *X*: 27a32-36.

44. Se *M* è a tutto *N* e non è a qualche *X*, oppure
M è a tutto *N* ed è a non-tutto *X* [*Baroco*],
allora si prova per riduzione (ἀπαγωγή) che è necessità
che *N* non sia a qualche *X*:

difatti: stante che *M* sia a tutto *N*,
se *N* è a tutto *X*, allora [*Barbara*]
M a tutto *X*,
e perciò è impossibile che *M* sia a non-tutto *X*
secondo l'ipotesi: 27a36-b2.

[441. Si prova poi anche per esposizione (ἔκθεσις) per analogia con *Bocardo* (cfr. Aα 6, 28b20s), cioè considerando
« quegli *X* [*qX*] i quali (per ipotesi) non sono *M* »; difatti:
se *M* a tutto *N* e a nessun [*qX*], allora [*Camestres*]
N a nessun [*qX*],
ma [*qX*] è qualche *X*,
perciò *N* non sarà a qualche *X*].

5. La minore del secondo schema può essere data come negativa: 27a4s; a30s.

51. Ma allora la minore si assumerà come maggiore, cioè si dimostrerà l'inverso del quesito proposto, cioè si domostrerà *X* di *N*, non *N* di *X*:

a) universalmente: 27a11s;
b) in parte cfr. sopra, *Baroco*: 44.

20.5. *Testo* Aα *6*

1. Quando tre termini, *P*, *R*, *S*, sono tali che uno, *S*, sia soggetto degli altri due, chiamo questo terzo schema; medio il soggetto, che si mette fuori degli estremi e ultimo di posto; maggiore il più lontano dal medio, minore il più vicino: 28a10-14.

2. Neppure il terzo schema è sillogismo perfetto: 28a15; 29a14. Si deve infatti assumere qualcosa d'altro [oltre ad essere gli estremi predicati del medio] per effettuare il sillogismo: 29a15s.

2.1. Difatti il minore non è dato come parte del maggiore, né la protasi minore come parte della maggiore (cfr. supra 20.422.), perché il minore non è dato come soggetto del medio. Ma un presupposto formale della dimostrazione è che il minore sia soggetto del medio: Aα 41, 49b18s; b25-27.

3. Però i termini che stiano in terzo schema sono materia possibile di sillogismo: 28a16,

31. sia affermativo che negativo: cfr. 29a18.

32. Tuttavia non è possibile sillogismo universale in terzo schema: 29a17.

33. La protasi minore poi dovrà sempre essere affermativa: 28a30; b16; b22s.

4. Difatti: se il *P* e l'*R* sono a tutto l'*S* [*Darapti*], allora,
invertendo la minore si ha il primo schema [*Darii*]
e perciò è necessario che *P* sia a qualche *R*: 28a18ss.

42. Se poi *P* è a nessun *S*
e l'*R* è a tutto l'*S* [*Felapton*], allora
invertendo la minore si ha il primo schema [*Ferio*]
e perciò il *P* non sarà a qualche *R*: 28a26ss.

43. Similmente se il *P* è a tutto l'*S*
e l'*R* a qualche *S* [*Datisi*]
invertendo la minore si ha il primo schema [*Darii*]
e perciò il *P* sarà a qualche *R*: 28b12ss.

44. Se poi il *P* è a nessun *S*
e l'*R* a qualche *S* [*Ferison*]
invertendo la minore si avrà il primo schema [*Ferio*]
e perciò il *P* non sarà a qualche *R*: 28b33s.

45. Se invece la maggiore sia particolare, e sia
l'*R* a tutto l'*S*
e il *P* a qualche *S*, [*Disamis*]

è necessità che il *P* sia a qualche *R*;
difatti, poiché l'affermativa inverte, sarà l'*S* a qualche *P*;
e così, poiché l'*R* a tutto l'*S*,
e l'*S* a qualche *P* [*Darii*],
l'*R* sarà a qualche *P*, e perciò il *P* a qualche *R*;
la dimostrazione poi si può avere anche per impossibile
o per esposizione (ἔκθεσις): 28b11-15.

46. Se poi il *P* non è a qualche *S*
e l'*R* è a tutto l'*S*
allora il *P* non sarà a qualche *R* [*Bocardo*].
Si dimostra per impossibile, oppure per ἔκθεσις, ossia prendendo qualcuno degli *S* a cui [per ipotesi] il *P* è: 28b17ss.

5. La maggiore del terzo schema può essere data come particolare, e tuttavia i termini si potranno ridurre a formare sillogismo, assumendo come medio l'universale di « quegli *S* [*qS*] che sono *P*, oppure che non sono *P* »: 28b20s:

[*a*) se è dato *Disamis*, si assumerà che *P* è a tutto *qS* e *R* è a tutto *qS*, come in *Darapti*;

b) se è dato *Bocardo*, si assumerà che *P* è a nessun *qS* e *R* è a tutto *qS*, come in *Felapton*].

Testi sui « modi indiretti » o sulla « IV figura ».

20.6. *Testo Aα 28, 43a11-35*

1. Sia dato il problema di provare *A* di *E*: cap. 28 *passim*.

11. Se ci avviene di trovare un medio comune *BH* (a30), tale che sia predicato di *A* (a13) e soggetto di *E* (a15s), allora avremo un sillogismo inverso, rispetto al nostro problema: a31; difatti dimostrerà che *E* è a tutto l'*A*: a31s.
Tuttavia, poiché l'universale inverte in una particolare, sarà necessario che l'*A* sia a qualche *E*: a34s; [*Baralipton*] ma quanto all'essere l'*A* all'*E* come tale (παντί) non ci sarà sillogismo: a33.

20.7. *Testo Aβ 1, 53a4-24*

1. I sillogismi universali sillogizzano sempre più di una proposizione (τί κατὰ τινός: 53a8s); sillogizzano infatti il loro conseguente e questo inverte e dà un'altra proposizione: 53a4, 7.

2. In generale: se la protasi *A-B* è sillogizzata in forza del medio *C* [cioè: se *A* è a *B* perché « *A* è a *C* e *C* è a *B* »], allora resta provato che l'*A* non solo è ai soggetti di *C*, (cioè a *B*), ma anche ai soggetti di *B*: 53ᵃ19-24.

3. I sillogismi particolari poi

a) se sono affermativi sillogizzano più di una proposizione: difatti il loro conseguente inverte;

b) se sono negativi sillogizzano solo il loro conseguente, perché la protasi negativa particolare non inverte: 53ᵃ5s.

20.8. *Testo Aα 7, 29ᵃ19-27*

1. È chiaro che in tutti gli schemi, anche quando non c'è sillogismo [cioè: date quelle combinazioni di termini che non fanno sillogismo], se le due protasi sono ambedue affermative o ambedue negative, non c'è affatto conseguenza (ἀναγκαῖον),
se però una è affermativa e una negativa e se la negativa è universale, allora, invertendo le protasi, si ha sempre un sillogismo del termine [dato come] minore rispetto a quello [dato come] maggiore; p. es.

se l'*A* è a tutto il *B*, oppure a qualcuno
e il *B* è a nessun *C*, allora
[*C* a nessun *B*, *B* a qualche *A*]
il *C* non sarà a qualche *A*.

Nota: « invertire le protasi » non significa *solo* « cambiare il posto dei loro soggetti e predicati » (Łukasiewicz, par. 13); neppure ovviamente significa invertire l'ordine nel quale si enunciano le protasi, come, nell'interpretazione di Łukasiewicz, direbbe Prantl; ma significa prendere la maggiore come minore e la minore come maggiore. Łukasiewicz chiama termine maggiore il predicato del conseguente; ma non sembra far differenza fra i due estremi nell'antecedente, dato che considera come premessa maggiore quella che contiene il termine minore e viceversa.

I sillogismi potenziali: dimostrazione

2.6. I sillogismi del secondo e terzo schema sono considerati come sillogismi *in potenza*, cioè i termini così come sono dati in questi due schemi da sé soli non provano alcun conseguente. Ovviamente essi sono non meno realmente probativi che il sillogismo perfetto e perciò possono essere validamente assunti in qualsiasi dimostrazione come leggi di deduzione.

Vale cioè semplicemente la tesi: l'antecedente di *Cesare* implica il conseguente *E*; l'antecedente di *Camestres* implica il suo conseguente, ecc. Perciò i diversi modi si possono assumere in ogni scienza dimostrativa come regole di illazione e si possono affermare come princìpi di deduzione. Questo però è vero per una scienza particolare, che presuppone la sillogistica. Entro alla sillogistica, come una delle scienze dimostrative, anzi, in qualche modo, la prima di esse, il primo schema non si può mettere allo stesso livello che gli altri due: i modi di questi infatti sono tecnicamente dimostrati in forza del primo schema. E lo stesso vale per i modi indiretti del primo schema.

2.61. Sia dato l'antecedente di *Cesare*:

« *M* è a nessun *N* e a tutto *X* ».

È sempre vero che allora:

« *N* è a nessun *X* ».

Difatti:

« Tutti i termini che stanno nel rapporto:
' *N* a nessun *M*, *M* a tutto *X* ' (antecedente di *Celarent*)
provano il conseguente ' *N* a nessun *X* ';
ma tutti i termini che stanno nel rapporto:
' *M* a nessun *N* e a tutto *X* ' (antecedente di *Cesare*)
stanno nel rapporto ' *N* a nessun *M*, *M* a tutto *X* ';
perciò tutti i termini che stanno nel rapporto:
' *M* a nessun *N* e a tutto *X* '
provano ' *N* a nessun *X* '.

In forma aristotelica:

« Provare *E* è all'antecedente di *Celarent*;
ma essere antecedente di *Celarent* è ad ogni antecedente di *Cesare*;
perciò provare *E* è ad ogni antecedente di *Cesare* ».

La prova della minore è il principio dell'inversione della *E*:

« *M* a nessun *N* implica *N* a nessun *M* » (cfr. 1.51.).

È facile vedere che la prova è esattamente un sillogismo in *Barbara*:

« *A* a tutto *B*, *B* a tutto *C*;
perciò *A* a tutto *C* »,

dove *A* significa « provare ' *N* a nessun *X* ' »; *B* « stare nel rapporto dell'antecedente di *Celarent* »; *C* « stare nel rapporto dell'antecedente di *Cesare* ».

Un'analoga dimostrazione si può fare per gli altri modi del secondo e terzo schema. Perciò Aristotele non li considera come princìpi primi, quale invece è il primo schema: il secondo e terzo schema sono esattamente mediati, cioè oggetto di quella scienza dimostrativa che è la sillogistica.

Definizione degli estremi nel II e III schema

2.62. La ragione per cui gli ultimi due schemi non sono per sé dimostrativi è che essi non sono un insieme di tre termini dei quali l'uno è il predicato e l'altro è il soggetto del medio. E la ragione per cui in secondo e terzo schema si può avere sillogismo dimostrativo è che, fatte le ipotesi riferite ai nn. 20.432., 433. e 20.533. della nostra analisi dei testi, si può dimostrare che quell'insieme di termini equivale agli antecedenti di *Celarent, Darii, Ferio.*

In ordine a fare un sillogismo quando sono dati due predicati di un termine comune o due soggetti di un termine comune, è del tutto indifferente quale dei due estremi si consideri maggiore e quale minore. Però se si vuole determinatamente sillogizzare l'*N* dell'*X* o il *P* dell'*R*, allora bisognerà che i termini dati siano tali da permetterci di ridurre, con un solo sillogismo o con più, l'*N* e il *P* a predicati del medio e l'*X* e l'*R* a soggetti del medio. Così, determinato il problema che si intende sillogizzare, resterà determinato quale termine è il maggiore e quale il minore. Viceversa si può assumere un termine come maggiore e l'altro come minore e chiedersi quale problema si potrà dimostrare. Così fa Aristotele: non da alcuna definizione formale degli estremi nel secondo e terzo schema, perché lo schema in se stesso non la comporta; ma fissa una convenzione pratica: nel secondo schema, si prenda come maggiore *N* e lo si scriva vicino al medio *M*; *X* sia il minore; nel terzo schema si prenda come minore *R* e lo si scriva lontano dal medio *S*; *P* sia il maggiore.

2.621. Come medio si può ovviamente assumere solo il termine comune: è infatti il solo che può diventare soggetto del maggiore e predicato del minore nell'antecedente dimostrativo.

I modi del secondo schema

2.63. Porre il secondo schema è domandare quale rapporto predicabile sia dato fra due soggetti di un predicato *M*. Ora se tutto *N* è *M* e tutto

X è *M*, con ciò non è dato nessun rapporto determinato fra *N* e *X*. In realtà infatti *M* non è dato neppure come termine comune: non si dice infatti che *N*, o *X*, sia tutto l'*M*, ma solo che è *M*; e perciò non è dato che *N* sia quell'*M* di cui *X* è soggetto; ogni lupo è quadrupede e ogni cane è quadrupede; ma non è detto se il lupo sia quel tipo di quadrupede che è il cane. Il predicato infatti si assume indeterminatamente per quanto riguarda la quantità: Aα 27, 43b17ss. Ciò che è pure il presupposto della legge dell'inversione della protasi universale affermativa (cfr. *supra*, 1.43.; 1.5.). Perciò dice Aristotele che quando due termini sono contenuti come soggetto sotto un qualche predicato (cfr. ὅταν ὑπό τινος περιέχηται τὸ ὑποκείμενον: *ibid.* b22s), non è detto se l'uno dei due contenga l'altro come predicato contiene soggetto: i due non sono dati come parte e tutto, né le due protasi sono date come parte in tutto, secondo il testo citato sopra 20.422. Si confronti il commento di ALESSANDRO al testo 42a10ss: i termini devono essere dati τὸ μὲν ὡς ὅλον τὸ δὲ ὡς μέρος: nel senso che bisogna τὴν μέν τινα πρότασιν καθόλου εἶναι, τὴν δὲ ὑπὸ ταύτην; e non si darà sillogismo μὴ τοῦ μὲν καθόλου ληφθέντος, τοῦ δὲ ἐπὶ μέρους καὶ ἐν τούτῳ περιεχομένου (ALESSANDRO, 277.9-11). Nessuna conclusione affermativa perciò sarà data nei termini del secondo schema.

2.631. Se però una protasi è negativa, allora sarà possibile qualche conclusione negativa determinata: il soggetto della negazione infatti è fuori da tutta l'estensione del predicato, come è presupposto dall'invertibilità della protasi *E*, e perciò se *N* è altro da *M*, esso sarà altro da qualsiasi soggetto di *M*: se perciò *X* è *M*, in tutto o in parte, allora *N* non sarà a *X*, oppure non sarà a qualche *X*: *Cesare, Festino.*

2.632. È poi ovvio che se le protasi sono date in forma inversa, cioè se l'affermativa è data come maggiore, si potrà ancora fare sillogismo degli estremi nel modo seguente: Se le protasi sono universali si avrà l'inverso di *Cesare*:

« *M* a tutto *N* e a nessun *X* »,

si prenda la minore come maggiore e viceversa: si proverà l'inverso di *Cesare*:

« *X* a nessun *N* ».

Ma questo non farà nessuna differenza in ordine al nostro problema, poiché « *N* a nessun *X* » equivale a « *X* a nessun *N* ». Perciò considereremo oltre a *Cesare*, anche il suo inverso *Camestres* come ugualmente utile.

La prova di Baroco; *la* ἔκθεσις.

2.633. Se una delle protasi è particolare, allora, se è dato

« *M* a qualche *N* e a nessun *X* »,

non segue alcun conseguente nel quale l'*N* sia predicato. Si può ovviamente ridurre questo insieme di termini alla forma

« *M* a nessun *X* e a qualche *N* »

dove *X* sia preso come maggiore: il conseguente sarà

« *X* non è a qualche *N* »,

che non è convertibile. Ma questa è la ripetizione di *Festino* con soli i nomi dei termini scambiati fra loro. Non si da perciò l'inverso di *Festino*, come invece si da *Camestres* inverso di *Cesare*.

Si da invece un antecedente « in forma contraria » (ἀντικειμένως) a quello di *Festino* e con il medesimo conseguente: infatti:

« se *M* è a tutto *N*
e non è a qualche *X* » [*Baroco*],
allora *N* non è a quell'*X* a cui non è *M*.

Si vede immediatamente che la negazione di questo conseguente importa la contraddizione con l'antecedente dato: se infatti,

dato che « *M* è a tutto *N*,
N fosse a tutto *X* [*Barbara*]
allora sarebbe « *M* a tutto *X* »,

contro l'ipotesi espressa nella minore di *Baroco*. Questa è la prova che Aristotele porta nel testo; e questa è la ragione del nome *Baroco*, perché si prova *per impossibile* in forza di *Barbara*. Aristotele non sembra avere alcun dubbio sulla validità di questa prova. Essa tuttavia è una prova indiretta, dipendente da un'ipotesi supplementare (che « *N* sia a tutto *X* »): cfr. 28^{a}6s, e prova solo ὅτι, come tutte le prove per impossibile. Sull'analogia della prova di *Bocardo* però possiamo dare una facile prova diretta del διότι di *Baroco*.

Se l'ipotesi data è che *M* non è a qualche *X*, allora prendiamo come termine minore tutti quegli *X*, quali e quanti che siano, i quali appunto non sono *M*, e lasciamoli qualificati solo da questo dato che ci è fornito dall'ipotesi: quel tipo di *X* [*qX*] che è altro da *M*. Avremo allora come antecedente:

« *M* a tutto *N* e a nessun [*qX*] »

che è l'antecedente di *Camestres*. Il conseguente:

« *N* a nessun [*qX*] »

equivale per ipotesi a

« *N* non è a qualche *X* ».

Nota: ŁUKASIEWICZ si preoccupa di confutare il parere di ALESSANDRO secondo il quale la ἔκθεσις, sarebbe l'esposizione di un termine singolare sensibile. Ora ciò, dice ŁUKASIEWICZ, non ha alcun suffragio nel testo dell'*Analitica Prima*; e per di più ridurrebbe la ἔκθεσις a una prova « per percezione sensibile », e questa non è una prova « logica » (par. 19).

Ora il testo Aα 6, 28^{b}21, che ŁUKASIEWICZ considera come il terzo caso da esaminare, sembra espressamente dar ragione ad Alessandro: dice infatti: ...se si prenda *uno degli S*, al quale... ἐὰν ληφθῇ τι τῶν Σ, ᾧ... E più chiaramente nel medesimo libro, capitolo 41, dice che usa l'esposizione come la sensazione: τῷ δ' ἐκτίθεσθαι οὕτω χρώμεθα ὥσπερ καὶ τῷ αἰσθάνεσθαι: 50^{a}1. Che poi questo modo di argomentare non sia logico, si potrà dire se uno si riferisce alla particolare disciplina che egli intende osservare nella costruzione della sua logica; la sola conclusione sarebbe che l'*Analitica* è altra cosa da questa logica. Io penso tuttavia che questo non sia il caso: basterà leggere il contesto dell'ultimo passo citato. Non si deve pensare che dall'esporre i termini segua qualcosa di errato. Noi non la usiamo per [trarre delle conclusioni] dalla realtà di questo individuo sensibile, τῷ τόδε τι εἶναι, ma come fa il geometra che dice che questa è una retta ed è unidimensionale ecc. mentre non lo è. Ma egli non sillogizza fondandosi sul fatto che quella sia davvero una retta ecc.: 49^{b}33-50^{a}4. Egli infatti non si riferisce a « quella che egli chiama " questa linea qui ", ma a quello che i suoi disegni significano »: Aγ 10, 77^{a}2.

Il termine esposto perciò può essere un singolare e importa certamente un ricorso all'evidenza che è data nella conoscenza immediata delle cose concrete: è di queste infatti che Aristotele sta facendo, in universale, la teoria della dimostrazione. E tuttavia il termine non entra nel sillogismo se non come universale, cioè come tale da stare in quel determinato rapporto con gli altri termini; esso è, se si vuole, una variabile individuale, alla quale cioè si può sostituire come valore qualsiasi termine individuale tale che stia nel detto rapporto con gli altri (cfr. *supra*, 2.42, *nota*). Quello che ŁUKASIEWICZ intende affermare è perfettamente corretto: Aristotele non fa dimostrazioni se non attraverso universali; quello che è errato è il timore di distruggere la scienza se la si connette con la prima intuitiva evidenza, che è data nella sensazione, ma non alla sola sensazione: l'uni-

versale di Aristotele non è « separato » platonicamente, ma costantemente visto nei singolari sensibili. La difficoltà di ŁUKASIEWICZ perciò non è in definitiva di carattere logico, ma esattamente metafisico. ALESSANDRO era più vicino alla mentalità del maestro.

Le leggi del secondo schema

2.634. Le leggi che si danno tradizionalmente per il secondo schema si trovano espressamente in Aristotele. Una delle formulazioni note è: *Una negans esto, nec maior sit specialis.* L'equivalente è riferito sopra, 20.432., 33.

La necessità di una protasi negativa è intuitiva, data la definizione dello schema: cfr. *supra*, 2.63.

Il fatto che possa essere data una minore negativa e tuttavia i termini restino riducibili al sillogismo dimostrativo nel quale la minore è affermativa, è chiaro se si considera che la minore negativa può dar luogo a un sillogismo inverso il cui conseguente equivale a quello di *Cesare*. È perciò intuitiva la possibilità di *Camestres*. Una minore negativa e particolare impedirebbe la trasposizione delle protasi, perché la maggiore deve essere universale. Tuttavia i termini dati come nell'antecedente di *Baroco* provano il conseguente *O* perché, attraverso la considerazione formale del minore, *qX*, come « altro da *M* », si assume di fatto la minore come universale: la ἔκθεσις perciò, fornendoci la ragione per cui la minore « *M* non è a qualche *X* » si può considerare come universale, da la ragione per cui l'antecedente di *Baroco* è riducibile alla forma dimostrativa. Perciò ho detto sopra che la ἔκθεσις è la dimostrazione διότι della validità di *Baroco*. Non sono perciò del parere di ŁUKASIEWICZ, che la ἔκθεσις non abbia alcuna importanza per la sillogistica di Aristotele come sistema (par. 19, inizio e *sub fine*). È vero che tutte le tesi del sistema si possono provare senza ἔκθεσις; ma la prova *per impossibile* ci da solo il fatto che (ὅτι) il conseguente è dato quando sono dati quei termini; la ἔκθεσις ci da il perché (διότι). Ora, se accettiamo la definizione aristotelica della scienza: Aγ 2, 71b9ss., fa differenza se si possa sapere il perché delle nostre tesi o se si possa solo stabilire che esse sono valide.

La ragione per cui la maggiore non può essere particolare è che il termine maggiore in questo caso sarebbe dato solo come particolare; cioè invece che *N* sarebbe dato una specie di *N*; in definitiva perciò non si potrebbe rispondere al problema « Se *X* sia *N* », ma solo al problema « Se *X* sia quella specie di *N* »: e in questo caso la maggiore sarebbe daccapo universale e avremmo solo cambiato il nome dei termini.

I modi del terzo schema

2.64. Porre il terzo schema è domandare quale rapporto predicabile sia dato fra due predicati di un medesimo soggetto: se *S* è soggetto di *P* e di *R*, allora quale rapporto è dato fra *P* e *R*.

Una risposta intuitiva, immediata e valida, è data a questa questione se si assume *S* come un individuo sensibile: se quell'individuo lì ora passa sotto la mia finestra e fuma, allora è necessario concludere che un passante fuma. Questo però non è il terzo schema; infatti non è un sillogismo: tanto le due protasi iniziali, quanto la terza « un passante fuma » sono infatti date immediatamente all'esperienza: la « conclusione » è termine di ἐπαγωγή, non di sillogismo: non c'è sillogismo senza la mediazione dell'universale. Questo chiarimento che interessa particolarmente la possibilità di un medio singolare in terzo schema, è dato espressamente da Aristotele in Aα 32 e 33: concede che ci può essere un necessario; ma se non c'è la mediazione dell'universale, con tre termini e due protasi non c'è sillogismo: il necessario infatti è più esteso che il sillogismo: ogni sillogismo è necessario, ma non ogni necessario è sillogismo: *ibid.* 32, 47a33-35. Qualche necessario infatti può essere chiaro per ἐπαγωγή; ma la epagoge non è sillogismo: « infatti ciò che dimostra qualcosa nell'epagoge non è come parte e tutto »: ALESSANDRO, 278.30s.: οὐ γὰρ ἔτι ἐν τῇ ἐπαγωγῇ τὰ δεικτικά τινος τὰ μὲν ὡς ὅλα τὰ δὲ ὡς μέρος.

I dati del terzo schema perciò sono: che *P* e *R* sono due predicati di un soggetto di tal genere, γένος ὑποκείμενον. Nessun determinato rapporto predicabile di *P* a *R* è dato immediatamente dal terzo schema. È però dato il rapporto di *P* a *quell'R che* è *S*: se *R* è a *S* allora qualche *R* è *S*. Invertendo la minore del terzo schema abbiamo il primo schema: *N* a *S*, *S* a *qR*.

2.641. La conversione della minore è il mezzo termine per dimostrare che il terzo schema è probativo: è con la conversione della minore infatti che Aristotele riporta in primo schema tutti i modi del terzo, compreso Bocardo se si considera la prova diretta, cioè per esposizione.

Invertita la minore è immediatamente evidente che sono provati quattro modi del terzo schema, corrispondenti ai quattro modi del primo, cioè *Darapti*, *Felapton*, *Datisi*, *Ferison*. La differenza sta nel conseguente: dato che tanto la protasi *A* quanto la *I* invertono indifferentemente in una *I*, la minore universale equivale di fatto a una minore particolare, cioè *Darapti* e *Felapton* hanno lo stesso valore dimostrativo di *Datisi* e *Ferison*. Perciò in terzo schema non c'è sillogismo universale.

2.642. In modo analogo al secondo schema (cfr. *supra*, 2.632), se un'affermativa particolare sia data come protasi maggiore, essa sarà ugualmente utile a provare il conseguente *I*: si assuma la maggiore come minore e si proverà « *R* a qualche *P* » che equivale a « *P* a qualche *R* ». Perciò oltre a *Datisi*, considereremo *Disamis* come ugualmente utile.

La prova di Bocardo; *la* ἔκθεσις *in III schema*

2.643. Il modo *Bocardo* ha pure il suo analogo in secondo schema: *Bocardo* rappresenta una possibilità di un sillogismo ricavato da una maggiore che è data come particolare; in secondo schema *Baroco* è il caso di una minore data come negativa. La ἔκθεσις riduce a un'universale la minore di *Baroco*, permettendo così di prendere la minore negativa come maggiore, cioè riduce *Baroco* a *Camestres*. Lo stesso procedimento riduce *Bocardo* a *Felapton*. Il procedimento di Aristotele infatti è semplicemente questo: « Dato che *P* non è a qualche *S* e *R* è a tutto *S*, esponiamo quel qualche *S* a cui *P* non è »: Aα 6, 28b21. Questo significa che allora i dati saranno trasformati in:

« *P* a nessun [*qS*]
e *R* a tutto [*qS*] »

che è l'antecedente di *Felapton* la cui validità è già provata.

Aristotele accenna pure alla prova per ἔκθεσις per i modi *Datisi* e *Disamis*: Aα 7, 28b14s., ma non dice quale termine sia da esporre in questi due casi. A me sembra evidente che il termine da esporre è ancora il medio, *S*: è infatti il solo che è dato come particolare nei due casi; e l'esposizione è appunto il prendere un termine dato come particolare, come il « qualche *S* a cui non è *N* » di *Bocardo*, e considerarlo come l'universale di « quegli *S* a cui non è *N* ». La ἔκθεσις applicata a *Datisi* e *Disamis* perciò riduce i due modi a *Darapti*, prendendo [*qS*] per medio, invece che *S*. È perciò chiaro che il termine esposto non è considerato come singolare; ma, anche se un singolare è preso in considerazione per rendere più visiva la dimostrazione, il termine è di fatto probativo come l'universale di quei termini che entrano nella detta relazione con gli altri due. Se questo non fosse vero infatti, avremmo in terzo schema un singolare come medio. Abbiamo già visto che questa non è l'intenzione di Aristotele.

Le leggi del terzo schema

2.644. Le leggi *Sit minor affirmans, conclusio particularis* si possono difficilmente considerare come caratteristiche formali del terzo schema;

o meglio solo la prima stabilisce un requisito necessario a che i dati del terzo schema siano riducibili alla forma dimostrativa. Che la conseguente sia sempre particolare è ovviamente richiesto dall'antecedente: questo prova per inversione della minore: questa perciò, dato che è affermativa, nella sua forma dimostrativa sarà sempre particolare.

La ragione per cui se la minore fosse data come negativa non sarebbe possibile ridurre i termini alla forma dimostrativa è che il minore dell'antecedente dimostrativo si deve comunque ottenere per conversione di un'affermativa; se dunque la minore è data come negativa e si traspongono le premesse, cioè si assume la minore come maggiore e viceversa, il conseguente sarà comunque particolare, perché relativo al soggetto della affermativa che si è invertita, e negativo, perché per ipotesi la maggiore nella forma dimostrativa sarebbe negativa; ora la protasi negativa particolare non inverte: avremo perciò provato *R* di qualche *N*, senza possibilità di invertire il conseguente; cioè avremo di fatto considerato come minore quella che era data come maggiore: cioè daccapo la minore sarà stata assunta come affermativa, ma avremo scambiato i nomi degli estremi.

La maggiore invece può essere data come particolare; per la ragione analoga alla possibilità di una minore negativa in secondo schema, come si è visto al numero precedente. La esposizione del minore, [*qX*] da in secondo schema un conseguente « [*qX*] a nessun *N* », convertibile in « *N* non a qualche *X* »; in terzo schema l'esposizione del medio riduce *Disamis* a *Darapti* e *Bocardo* a *Felapton* dando in tutti e due i casi direttamente il conseguente « *P* non a qualche *R* ».

I « modi indiretti » e la IV figura

2.7. Il sillogismo come tale è il principio che « il predicato del medio è ai soggetti del medio, così come è al medio ». Se ora ci chiediamo come i soggetti del medio possano essere predicati del predicato del medio è facile rispondere: saranno predicabili in tanto in quanto si possono invertire i conseguenti del primo schema. È chiaro infatti che se dall'antecedente « *A* a tutto *B*, *B* a tutto *C* » segue che « *A* a tutto *C* », poiché questo conseguente inverte in « *C* a qualche *A* », quest'ultima proposizione sarà implicata dall'antecedente detto. Aristotele fa notare la legittimità di questa affermazione generale: l'antecedente di ogni sillogismo universale implica non solo il suo conseguente ma anche la proposizione in cui quest'ultimo inverte; e l'analogo vale per il sillogismo particolare affermativo. Il particolare negativo ovviamente implica solo il suo diretto conseguente.

Siccome poi Aristotele stesso nel secondo e terzo schema ha enumerato come validi gli insiemi di termini che provano indirettamente il conseguente cercato, cioè allo stesso modo con cui abbiamo provato qui che « C è a qualche A » dall'antecedente « A a tutto B e B a tutto C », sembra legittimo completare la sua enumerazione aggiungendo ai modi già considerati anche gli indiretti del primo schema: essi sono *Baralipton*, *Celantes*, *Dabitis*, *Fapesmo*, *Frisesomoron*: i primi tre sono semplicemente *Barbara*, *Celarent*, *Darii* nei quali si prende per conseguente l'inverso del conseguente diretto. Gli ultimi due modi non si dovrebbero propriamente dire « modi indiretti », ma modi « inversi »: non è infatti che si assuma sotto l'antecedente di *Ferio* l'inverso del suo conseguente, ma si assume per minore la protasi che è data come maggiore, e viceversa, e si prova in modo diretto e in primo schema il conseguente da cui si denomina il modo: si riducono di fatto i termini dati al modo *Ferio* nel quale gli estremi non sono più i dati, ma l'inverso dei dati.

2.71. Se questo gruppo di sillogismi si debba considerare come un quarto schema mi sembra in buona parte una questione accademica. Se si vuole si può citare l'autorità di Aristotele in favore dell'una o dell'altra opinione. Aristotele conosce i modi in questione e li considera validi, come ha ben notato Łukasiewicz (par. 9). Non solo: ma probabilmente Aristotele ha anche considerato il caso di *Fapesmo* e *Frisesomoron* (cfr. Aα 7, 29a19ss.) in modo strettamente analogo ai dati del secondo e terzo schema: dato che « A sia predicato di B e B di C », in ordine a provare C di A (cioè il minore del maggiore) si devono invertire le protasi (cfr. *nota* al testo 20.8.) e si riducono i dati al primo schema, come si fa negli altri due schemi: dato

« A a tutto B e B a nessun C »

invertendo le protasi avremo:

« C a nessun B e B a qualche A »

cioè se il problema che ci poniamo è di provare C di A, i dati sono che il medio è soggetto del minore e predicato del maggiore; dati altrettanto imperfetti e altrettanto potenziali rispetto a un sillogismo valido di C ad A, quanto sono imperfetti e potenziali i dati in cui il medio sia due volte predicato o due volte soggetto. Perciò mi sembra che giustamente si può parlare di un quarto schema « aristotelico ».

Per gli altri tre casi tuttavia non sembra possibile avere una riduzione dei termini ad alcuna forma dimostrativa diretta: se il medio del nostro

problema è predicato del maggiore e soggetto del minore, allora, ad eccezione dei due modi detti, questi dati non ci permettono di provare alcun determinato rapporto predicabile del nostro maggiore al minore, tranne appunto indirettamente: avremo cioè un sillogismo invertito, nel quale invece che provare C di A, proveremo A di C e poi, quando possibile, invertiremo il conseguente per rispondere al nostro problema. Ma in questo caso non si può parlare di un nuovo sillogismo: abbiamo esattamente il primo schema.

Sarà utile notare che Aristotele non considera nemmeno *Camestres* come un modo diverso da *Cesare*. Se si legge attentamente il testo infatti, egli dice che, dato che in secondo schema sia M (medio) a tutto N (maggiore) e a nessun X (minore), non si proverà N di X, ma X di N; tuttavia, « poiché il negativo inverte, neppure l'N sarà ad alcun X. E così avremo il medesimo sillogismo ». Io perciò interpreto che, analogamente, non si debbono considerare i cosiddetti modi indiretti come diversi sillogismi: se il sillogismo è la forma della dimostrazione, dato che i modi indiretti come tali non sono affatto forme dimostrative, essi non sono sillogismi, se non nel senso spiegato. Si dovrà perciò concludere che l'osservazione di Maier (citato da Łukasiewicz, par. 13), che, se si vuol parlare di una quarta figura, questa dovrebbe constare di soli due sillogismi, *Fapesmo* e *Frisesomoron*, è alquanto sensata.

2.72. Si deve qui chiarire che la distinzione dei due estremi riguarda il sillogismo come tale, cioè come forma dimostrativa, e perciò maggiore e minore vanno formalmente distinti nell'antecedente e solo di conseguenza si può sensatamente parlare di maggiore e minore nel conseguente. Se poi vogliamo distinguere i due estremi in un insieme di termini che non è per sé dimostrativo, allora sarà maggiore il predicato del problema che in quei termini si può formulare, per la ragione che il nostro problema troverà una risposta solo se i nostri dati ci permetteranno di ridurre il maggiore del nostro problema a predicato del medio.

Se intendiamo esporre la sillogistica di Aristotele, mi sembra necessario fornire una qualche intelligenza del fatto che l'antecedente è determinatamente la causa dell'essere questo predicato a questo soggetto. Proprietà del sillogismo di fatti è di essere dimostrativo *della causa e del perché*: δεικτικὸς αἰτίας καὶ τοῦ διὰ τί: Aγ 24, 85b23s.: l'A risulterà *maggiore* nel conseguente, perché è tale nell'antecedente. È quasi superfluo ripetere qui che l'estensione nella quale il termine è considerato entro il sillogismo non ha alcun determinato necessario rapporto con il numero di quelli

che si dicono i suoi « inferiori », prendendo l'immagine dalla classica *arbor porphyriana.*

Riporto sotto un prospetto dei modi della IV figura come li enuncia ŁUKASIEWICZ (par. 26) perché si possa vedere la differenza fra la IV figura e il primo schema indiretto: nell'enunciazione di ŁUKASIEWICZ il termine maggiore è solo nominato tale perché è il predicato nel conseguente; nell'antecedente non fa differenza se esso sia predicato o soggetto del medio. Ora effettivamente ciò è giusto nel sistema di ŁUKASIEWICZ; ma non riflette il concetto aristotelico di sillogismo. Ciò che mi sembra giustificare la conclusione che la lucida presentazione di ŁUKASIEWICZ riesce ad essere esattamente ciò che intendeva essere, e cioè una brillante interpretazione matematica di una sillogistica filosofica. Preziosa, anche se non necessaria, conferma dell'esattezza che si può raggiungere in filosofia. Preziosa in se stessa perché noi vogliamo vedere confermata l'osservazione di Aristotele che il vero deve sempre e in tutto essere coerente con se stesso, δεῖ γὰρ πᾶν τὸ ἀληθὲς αὐτὸ ἑαυτῷ ὁμολογούμενον εἶναι πάντῃ: Aα 32, 47^{a}8s.; e più preziosa per noi moderni, che comprendiamo più spesso il linguaggio preciso della scienza della quantità, che il troppo ricco linguaggio del discepolo di Platone.

I « modi subalterni »

2.73. Per analogia con i « modi indiretti » si possono pure enumerare alcuni « modi subalterni », per ciascuno dei sillogismi universali. Poiché « chi ha conoscenza dell'universale, sa anche il particolare »: Aγ 24, 86^{a}12, allora se uno sa che « *A* è a tutto *C* » in *Barbara*, sa anche che *A* è alle diverse specie di *C*, in quanto queste sono soggetti di *C*: cfr. testo 20.72. In quest'ultimo testo sembra chiaro che il « modo subalterno » è considerato solo materialmente connesso con l'universale di cui si dice subalterno. Sembra chiaro infatti che Aristotele considera il conseguente « *A* è ai soggetti di *B* » cioè, nell'esempio citato, « *A* è ai soggetti *del minore* », come risultato della ripetizione del primo procedimento dimostrativo, cioè come un nuovo caso di *Barbara*, il quale è particolare rispetto al primo caso considerato, ma in se stesso è daccapo un sillogismo universale. Tale è l'esempio dato in Aγ 24: chi conosce che il triangolo ha la somma degli angoli uguale a due retti, sa anche che un particolare tipo di triangolo, per es. tutti gli isosceli hanno la somma degli angoli uguali a due retti.

Nello stesso testo però c'è anche l'applicazione di *Barbara* a un minore

che è un individuo dato alla percezione sensibile: ἡ δὲ κατὰ μέρος εἰς αἴσθησιν τελευτᾷ: 86^{a}29s. Se questo si debba considerare come un sillogismo con il minore singolare, o come una conclusione indiretta della solita forma di *Barbara* non fa molta differenza. Tutte e due le interpretazioni mi sembrano possibili. Possiamo perciò elencare un modo *Barbari*, al quale si darà una delle due interpretazioni dette.

Analogamente si sono tradizionalmente enumerati i « modi subalterni » dei sillogismi universali negativi: *Celaront*, *Cesaro*, *Camestrop*, e infine *Camenop* come subalterno della IV figura.

Nota sul « dictum de omni »

2.8. Se l'esposizione che precede faccia derivare tutta la sillogistica dal principio che si dice il *dictum de omni* mi sembra pure una questione alquanto accademica, se è chiaro comunque che la sillogistica di Aristotele deriva tutta dal primo schema. Questo mi sembra che si possa sensatamente chiamare *il principio proprio* della sillogistica. È infatti tale per Aristotele: egli non dice che riduce i sillogismi che deve provare a un modo del primo schema, ma allo schema in forza del quale dimostrano (cfr. *supra*, 2.5ss.). Lo schema come tale si può certo considerare come un unico principio anche se è pure possibile formularlo in più proposizioni.

Non sarà poi sfuggito al lettore che il solo commento e la sola spiegazione che Aristotele aggiunge alla enumerazione *dei quattro modi*, è un rimando a questo principio: « L'*A* è *predicato di tutto* il *B* » è lo stesso che « Non c'è nessun singolo *B* di cui non si predichi *A* »: 24^{b}28-30. Ciascuno può confrontare questo principio con il *dictum de omni* e con il mio enunciato del primo schema. La critica di ŁUKASIEWICZ (par. 15) contro coloro che assumono il *dictum de omni* come principio della sillogistica, non è per me molto convincente (cfr. BOCHEŃSKI, *Hist. of Formal Logic*, 14.23). Se sembra a lui che il *dictum* non si possa formulare se non come una congiunzione di due princìpi, questo fa certo una qualche differenza « meccanica », ma non prova che il principio non possa rappresentare un'unica idea (cfr. par. 25, *sub fine*). E non vedo perché, se è vero che il testo qui sopra citato, 25^{b}28-30, è una semplice spiegazione del significato di « essere predicato di tutto » o « di nessuno », segua da ciò che questo non possa essere un principio o due princìpi. Principio infatti per Aristotele è *ciò da cui* segue il conseguente; e *ciò da cui* è esattamente il τί ἐστιν del genere soggetto in questione. Il τί ἐστιν è ovviamente non solo la « definizione essenziale », ma ogni determinazione di « che

cosa un soggetto è ». Ora sembra appunto che, determinato che cosa sia un termine *B*, resterà anche determinato che cosa siano i soggetti di *B*: e questo è il sillogismo. Perciò dice esplicitamente Aristotele che Socrate aveva ragione di cercare il τί ἐστιν: quello che egli intendeva infatti era di ottenere delle conclusioni universali circa la virtù e perciò cercava il modo di sillogizzare; ora il *che cos'è* è il principio dei sillogismi: συλλογίζεσθαι γὰρ ἐζήτει, ἀρχὴ δὲ τῶν συλλογισμῶν τὸ τί ἐστιν: *Met.* M 4, 1078^b24s. Sembra dunque chiaro che per Aristotele c'è una ἀρχή della sillogistica; e questa è il *che cos'è* del medio, perché di qui segue che cos'è o non è il soggetto del medio, perché « se l'*A* si predica di tutto il *B*, non ci sarà nessun singolo *B* di cui l'*A* non si predichi » e perciò si sarà dimostrato che l'*A* si predica di tutti i soggetti-*B*.

Se poi si debba tradurre l'aristotelica ἀρχή con « assioma » nel senso che il termine ha entro a un moderno sistema assiomatico, come fa ŁUKASIEWICZ, per me non è ancora chiaro. Mi sembra però che ci siano delle differenze.

Appendice I

Nomi tradizionali dei modi sillogistici

I schema $A \to B \to C$	Barbara	Celarent	Darii	Ferio	
II schema M →N →X		*Cesare*		*Festino*	*Baroco*
	(Baroco)	*Camestres*			
III schema P →S R →			*Darapti* *Datisi*	*Felapton* *Ferison*	
	(Bocardo)		*Disamis*		*Bocardo*
« modi indiretti »	*Baralipton*	*Celantes*	*Dabitis*	*Fapesmo* *Frisesomoron*	
IV figura	*Bramantip*	*Camenes*	*Dimaris*	*Fesapo* *Fresison*	
modi subalterni	*Barbari*	*Celaront* *Cesaro* *Camestrop* *Camenop*			

Le vocali che ricorrono nei nomi dei modi significano le prime la protasi maggiore, la seconda la minore e la terza il conseguente; la quarta e quinta in *Baralipton* e *Frisesomoron* sono aggiunte *metri gratia*, dato che i nomi si solevano enunciare in versi. La vocale *A* significa una protasi universale affermativa; *E* universale negativa; *I* particolare affermativa; *O* particolare negativa. I modi imperfetti si riducono al modo della prima figura che comincia per la stessa consonante di ciascun modo imperfetto. *Baroco* e *Bocardo* sono nominati da *Barbara* perché Aristotele li prova in *Barbara* con la *reductio ad impossibile*.

Se nel nome di un modo ricorre un *M*, questo significa che bisogna mutare le premesse, cioè prendere la maggiore come minore e viceversa, per ottenere l'antecedente dimostrativo. La consonante *S* indica sempre che la vocale precedente sta per una protasi che si deve invertire *simpliciter* (*E* in una *E*; *I* in una *I*); la consonante *P* significa che la vocale precedente si deve invertire ἐν μέρει (*A* in una *I*: cfr. Aα 2, 25^a8).

Appendice II

Descrizione dei modi sillogistici

I Schema

Barbara	*Celarent*
$A \to B \to C$	$A/B \to C$
$A \to C$	A/C
Darii	*Ferio*
$A \to B \to qC$	$A/B \to qC$
$A \to qC$	A/qC

Il segno ‘ $\to$ ’ indica l’affermazione e significa « è a », che traduce l’aristotelico ὑπάρχει τῷ; esso riferisce il termine che lo precede al termine che lo segue come predicato a soggetto. Perciò la prima riga si legge « *A* è a *B*, *B* è a *C* ». Il segno ‘ / ’ sta per la forma negativa della protasi e significa « non è a », cioè μὴ ὑπάρχει τῷ e riferisce il termine che lo precede al termine che lo segue come predicato a soggetto. Perciò la seconda parte della prima riga si legge: « *A* non è a *B*, *B* è a *C* ». Il segno ‘ *q* ’ è preposto al termine soggetto che è preso ἐν μέρει; perciò ‘ *qC* ’ si legge « qualche *C* ». Il soggetto a cui non precede il segno della quantità ‘ *q* ’ si intende che è preso in universale. Perciò la terza riga significa: « *A* è a tutto *B*, *B* è a qualche *C* ». In ogni sillogismo è enunciata prima la protasi maggiore e poi la minore sulla stessa riga con il medio in comune; il conseguente è enunciato nella riga seguente sotto la premessa maggiore della quale ripete il rapporto *A-B*.

II Schema

Cesare	*(Celarent)*	*E*
M/N	$N/M \to X$	
$M \to X$	N/X	N/X

Camestres	*(Celarent)*	*E*
$M \to N$	$X/M \to N$	
M/X	X/N	N/X

Festino	*(Ferio)*	*O*
M/N	$N/M \to qX$	
$M \to qX$	N/qX	N/qX

Baroco	*(Camestres)*	*E.O*	*(Celarent)*	
$M \to N$	$M \to N$		$[qX]/M \to N$	
M/qX	$M/[qX]$	$N/[qX]$	$[qX/]N$	$N/[qX]$
		N/qX		N/qX

Nella prima colonna stanno i termini come essi sono per ipotesi dati in secondo schema.

Nella seconda colonna i termini sono ridotti alla forma dimostrativa eseguendo le trasformazioni che sono indicate dai loro nomi, come spiegato in appendice I; il conseguente della forma dimostrativa è riportato sotto l’antecedente dimostrativo. In terza colonna è riportato il conseguente da cui il modo è dominato: questo è l’inverso del conseguente diretto per i modi indiretti, *Camestres* e *Baroco*.

La prova per esposizione di *Baroco* non è significata dal nome; il modo è provato comunemente *per impossibile* e in *Barbara*, sull’esempio di Aristotele.

III Schema

Darapti	(*Darii*)	I	
$P \to$ $R \to$ S	$P \to S \to qR$ $P \to qR$	$P \to qR$	
Felapton	(*Ferio*)	O	
$P/$ $R \to$ S	$P/S \to qR$ P/qR	P/qR	
Datisi	(*Darii*)	I	
$P \to S$ $R \to qS$	$P \to S \to qR$ $P \to qR$	$P \to qR$	
Disamis	(*Darii*)	I	
$P \to qS$ $R \to S$	$R \to S \to qP$ $R \to qP$	$P \to qR$	
Ferison	(*Ferio*)	O	
P/S $R \to qS$	$P/S \to qR$ P/qR	P/qR	
Bocardo	(*Felapton*)	(*Ferio*)	
P/qS $R \to S$	$P/[qS]$ $R \to [qS]$	$P/[qS] \to qR$ P/qR	P/qR

Nel modo *Disamis* è provato direttamente R di P e per conversione P di R.

I dati di *Bocardo* sono ridotti prima a *Felapton* per esposizione; poi a *Ferio* che prova direttamente il conseguente cercato.

Il nome di *Bocardo* si riferisce alla dimostrazione *per impossibile* in *Barbara*; la prova per esposizione non è significata dal nome.

Appendice III

Descrizione dei « modi indiretti » e della IV figura

I « modi indiretti » in primo schema		IV figura secondo Łukasiewicz
Baralipton	(*Barbara*)	*Bramantip*
$A \to B \to C$ $C \to qA$	[da: $A \to C$]	$B \to C;\ A \to B$ $C \to qA$
Celantes	(*Celarent*)	*Camenes*
$A/B \to C$ C/A	[da: A/C]	$B \to C;\ A/B$ C/A
Dabitis	(*Darii*)	*Dimaris*
$A \to B \to qC$ $C \to qA$	[da: $A \to qC$]	$B \to qC;\ A \to B$ $C \to qA$
Fapesmo	(*Ferio*)	*Fesapo*
$A \to B/C$ C/qA	$[= C/B \to qA]$	$B/C;\ A \to B$ C/qA
Frisesomoron	(*Ferio*)	*Fresison*
$A \to qB;\ B/C$ C/qA	$[= C/B \to qA]$	$B/C;\ A \to qB$ C/qA

L'antecedente dei « modi indiretti » è quello del modo nominato nella seconda colonna. Sotto il relativo nome del modo diretto, ho riportato in seconda colonna il conseguente diretto da cui deriva per conversione il conseguente dei modi indiretti.

Solo per *Fapesmo* e *Frisesomoron* i dati dell'antecedente non sono per sé dimostrativi e sono ridotti all'antecedente di *Ferio* con le operazioni indicate dal nome.

La IV figura è trascritta letteralmente dal testo di Łukasiewicz, par. 26, con solo questo cambiamento: ho scritto prima il predicato e poi il

soggetto in ciascuna protasi, per facilitare il confronto con i modi corrispondenti. Le differenze nei nomi indicano il diverso modo di *nominare* le protasi nell'antecedente. La maggiore è indicata sempre dalla prima vocale del nome ed è sempre enunciata per prima da ŁUKASIEWICZ. L'antecedente dei modi della IV figura si può sempre ridurre al corrispondente del primo schema nominato nella seconda colonna. La riduzione a una forma dimostrativa del primo schema è il procedimento che usa sempre Aristotele per provare i sillogismi potenziali. Ma se si segue questo metodo è chiaro che solo in due casi i dati della IV figura si possono ridurre a un antecedente che provi direttamente il loro conseguente; negli altri tre casi il conseguente si ricava solo per conversione di un conseguente diretto in primo schema.

PARTE II

LA SILLOGISTICA DI ARISTOTELE DAL PUNTO DI VISTA DELLA LOGICA FORMALE MODERNA

CAPITOLO I

ELEMENTI DEL SISTEMA

§ 1. *La vera forma del sillogismo aristotelico*

In tre recenti pubblicazioni filosofiche [1] si dà come esempio di un sillogismo aristotelico il seguente:

(1) Tutti gli uomini sono mortali,
Socrate è un uomo,
perciò
Socrate è mortale.

Questo esempio sembra molto antico. Con una leggera variazione (' animale ' invece di ' mortale '), già Sesto Empirico lo riferisce come un sillogismo « Peripatetico » [2]. Un sillogismo peripatetico però non è necessariamente un sillogismo aristotelico. E di fatto l'esempio riferito si differenzia in due punti logicamente importanti dal sillogismo aristotelico.

Anzitutto, la premessa « Socrate è un uomo » è una proposizione singolare, dato che il soggetto « Socrate » è un termine singolare. Ora Aristotele non introduce nel suo sistema né termini né proposizioni singolari [1]. Perciò il seguente sillogismo sarebbe più aristotelico:

(2) Tutti gli uomini sono mortali,
Tutti i Greci sono uomini
perciò
Tutti i Greci sono mortali.[3]

[1] Ernest Kapp, *Greek Foundation of Traditional Logic*, New York (1942), p. 11; Frederick Copleston, S.J., *A History of Philosophy*, Vol. I: *Greece and Rome* (1946), p. 277; Bertrand Russell, *History of Western Philosophy*, London (1946), p. 218.

[2] Sesto Empirico, *Hyp. Pyrrh.* II. 164 Σωκράτης ἄνθρωπος, πᾶς ἄνθρωπος ζῷον, Σωκράτης ἄρα ζῷον. Poche righe prima Sesto Empirico dice che parlerà dei cosiddetti sillogismi categorici, περὶ τῶν κατηγορικῶν καλουμένων συλλογισμῶν, usati principalmente dai Paripatetici, οἷς χρῶνται μάλιστα οἱ ἀπὸ τοῦ Περιπάτου. Si veda pure *ibid.* II, 196, dove il medesimo sillogismo è citato con premesse invertite.

[3] B. Russell, *op. cit.*, p. 219, da la forma (2) immediatamente dopo la forma (1), aggiungendo fra parentesi l'osservazione: « Aristotele non distingue fra queste due forme; e questo, come vedremo, è un errore ». Russell dice bene che queste due forme vanno distinte, ma la sua critica non si applica ad Aristotele.

Tuttavia questo sillogismo non è ancora aristotelico. È un'illazione, nella quale, da due premesse accettate come vere, « Tutti gli uomini sono mortali » e « Tutti i Greci sono uomini » si tira la conclusione « Tutti i Greci sono mortali ». Il segno caratteristico dell'inferenza è la parola « perciò » (ἄρα). Ora, e questa è la seconda differenza, Aristotele non formula mai un sillogismo primariamente come un'illazione; tutti i sillogismi per Aristotele sono delle implicazioni aventi come antecedente la congiunzione delle premesse e come conseguente la conclusione [2]. Perciò un vero esempio di sillogismo aristotelico sarebbe la seguente implicazione:

(3) Se tutti gli uomini sono mortali
e tutti i Greci sono uomini
allora tutti i Greci sono mortali.

Questa implicazione non è che un esempio moderno di un sillogismo aristotelico e non esiste nelle opere di Aristotele. Sarebbe meglio ovviamente avere come esempio un sillogismo dato da Aristotele stesso. Sfortunatamente nell'*Analitica Prima* non si trova nessun sillogismo con termini concreti. Qualche esempio di tale sillogismo però si può ricavare da alcuni passi dell'*Analitica Seconda*. Il più semplice è questo:

(4) Se tutte le latifoglie sono decidue
e tutte le viti sono latifoglie,
allora tutte le viti sono decidue.[4]

Tutti questi sillogismi, aristotelici o no, sono solo esempi di alcune forme logiche, ma non appartengono alla logica, perché contengono termini che non appartengono alla logica, come « uomo », « vite ». La logica non è una scienza circa gli uomini o le piante [3]; a tali oggetti è semplicemente applicabile come è applicabile a ogni altro oggetto. Per avere un sillogismo entro l'ambito della pura logica, dobbiamo rimuovere dal sillogismo ciò che possiamo chiamare la sua materia, e conservare solo la sua forma. Questo è ciò che fece Aristotele con l'introdurre lettere al posto di soggetti e predicati concreti. Mettendo in (2) la lettera *A* per « deciduo »,

[4] Aδ 16, 98b5-10 ἔστω γὰρ τὸ φυλλορροεῖν ἐφ' οὗ A, τὸ δὲ πλατύφυλλον ἐφ' οὗ B, ἄμπελος δὲ ἐφ' οὗ Γ. εἰ δὴ τῷ B ὑπάρχει τὸ A (πᾶν γὰρ πλατύφυλλον φυλλορροεῖ), τῷ δὲ Γ ὑπάρχει τὸ B (πᾶσα γὰρ ἄμπελος πλατύφυλλος), τῷ Γ ὑπάρχει τὸ A, καὶ πᾶσα ἄμπελος φυλλορροεῖ. Da questo passo, scritto, in verità, con una certa trascuratezza (dopo τῷ B, τῷ δὲ Γ, e τῷ Γ, si doveva inserire παντί), otteniamo il seguente sillogismo in termini concreti: εἰ πᾶν πλατύφυλλον φυλλορροεῖ καὶ πᾶσα ἄμπελος πλατύφυλλος, πᾶσα ἄμπελος φυλλορροεῖ.

la lettera *B* per « latifoglia », la lettera *C* per « vite » e usando questi termini al singolare, come fa Aristotele, otteniamo la seguente forma sillogistica:

(5) Se ogni *B* è *A*
e ogni *C* è *B*,
allora ogni *C* è *A*.

Questo sillogismo è uno dei teoremi logici inventati da Aristotele, ma nello stile differisce anch'esso dal genuino sillogismo aristotelico. Formulando i sillogismi con l'aiuto delle lettere, Aristotele mette sempre il predicato al primo posto e il soggetto al secondo. Non dice mai « ogni *B* è *A* », ma usa invece l'espressione « *A* è predicato di ogni *B* » oppure, più spesso, « *A* appartiene a ogni *B* »[5]. Applichiamo ora la prima di queste espressioni alla forma (5) e otteniamo l'esatta traduzione del più importante sillogismo aristotelico, quello che fu in seguito nominato *Barbara*:

(6) Se *A* è predicato di ogni *B*
e *B* è predicato di ogni *C*
allora *A* è predicato di ogni *C*[6].

Così, cominciando con lo spurio esempio (1), attraverso graduali correzioni abbiamo raggiunto il genuino sillogismo aristotelico (6). Spiegheremo ora queste correzioni e le convalideremo in base al testo.

§ 2. *Premesse e termini*

Ogni sillogismo aristotelico consiste di tre proposizioni dette premesse [4]. Una premessa (πρότασις) è un'enunciazione che afferma o nega qualcosa di qualcosa[7]. In questo senso anche la conclusione è una πρότασις, perché dice qualcosa circa qualcosa[8]. I due elementi compresi in una premessa sono il suo soggetto e predicato. Aristotele li chiama « termini » e definisce un termine (ὅρος) come ciò in cui si risolve la premessa[9]. Il

[5] τὸ A κατηγορεῖται κατὰ παντὸς τοῦ B oppure τὸ A ὑπάρχει παντὶ τῷ B. Si veda pure n. 41.

[6] Aα, 4, 25b37 εἰ γὰρ τὸ A κατὰ παντὸς τοῦ B καὶ τὸ B κατὰ παντὸς τοῦ Γ, ἀνάγκη τὸ A κατὰ παντὸς τοῦ Γ κατηγορεῖσθαι. La parola ἀνάγκη, omessa nella traduzione, sarà spiegata in seguito.

[7] *Ibid.* 1, 24 a 16 πρότασις μὲν οὖν ἐστὶ λόγος καταφατικὸς ἢ ἀποφατικός τινος κατά τινος.

[8] Aβ, 1, 53 a 8 τὸ δὲ συμπέρασμα τὶ κατά τινός ἐστιν.

[9] Aα, 1, 24 b 16 ὅρον δὲ καλῶ εἰς ὃν διαλύεται ἡ πρότασις, οἷον τό τε κατηγορούμενον καὶ τὸ καθ' οὗ κατηγορεῖται.

primitivo significato del greco ὅρος, come pure del latino *terminus*, è « limite » o « confine ». I termini di una premessa, il suo soggetto e predicato, sono i limiti della premessa, il suo inizio e la sua fine. Questo è il senso esatto della parola ὅρος e dobbiamo guardarci dal far coincidere questa espressione logica con espressioni psicologiche o metafisiche, come « idea », « nozione », « concetto », oppure *Begriff* in tedesco[10].

Ogni premessa è o universale o particolare o indefinita. « Tutti » e « nessuno » aggiunti al soggetto sono i segni dell'universalità, « alcuni » e « alcuni no » oppure « non tutti » sono i segni della particolarità. Una premessa senza segno di quantità [5], cioè di universalità o di particolarità, è detta indefinita, per es. « Il piacere non è un bene »[11].

Nell'*Analitica Prima* non si dice nulla dei termini [6]. Una definizione dei termini universali e singolari è data solo nel *De Interpretatione*, dove un termine è detto universale se è di tale natura da essere predicato di molti soggetti, per es. « uomo »; un termine che non ha questa proprietà è detto singolare, per es. Callia[12]. Aristotele dimentica qui che un termine non universale non è necessariamente singolare, perché può essere vuoto, come il termine tragelafos citato da Aristotele stesso pochi capitoli prima[13].

Nel costruire la sua logica Aristotele non prende in considerazione né i termini singolari né i termini vuoti. Nei primi capitoli dell'*Analitica Prima*, che contengono l'esposizione della sua sillogistica, sono menzionati solo termini universali. Alessandro nota giustamente che la definizione stessa che Aristotele ha dato della premessa si può applicare solo a termini universali e non è adattabile al singolare o individuale[14]. È evidente che i termini di premesse universali o particolari devono essere universali. Aristotele non accetterebbe certo come sensate espressioni

[10] Aristotele usa pure la parola ὅρος nel senso di ὁρισμός cioè « definizione ». Io sono completamente del parere di E. Kapp (*op. cit.*, p. 29) che questi due diversi significati della parola ὅρος « sono completamente indipendenti l'uno dall'altro e non vengono mai confusi da Aristotele. Disgraziatamente uno studioso tanto rispettabile quanto Carl Prantl . . . basa tutta la sua descrizione della logica di Aristotele su questa omonimia . . . egli identifica il vuoto sillogistico *horos* (" termine ") con il correlativo metafisico di *horos* nel senso di definizione (" Begriff " in Prantl). Il risultato ne fu una disastrosa confusione ».

[11] Aα 1, 24ª 17 (continuazione del testo citato alla n. 7) οὗτος δὲ ἢ καθόλου ἢ ἐν μέρει ἢ ἀδιόριστος. λέγω δὲ καθόλου μὲν τὸ παντὶ ἢ μηδενὶ ὑπάρχειν, ἐν μέρει δὲ τὸ τινὶ ἢ μὴ τινὶ ἢ μὴ παντὶ ὑπάρχειν, ἀδιόριστον δὲ τὸ ὑπάρχειν ἢ μὴ ὑπάρχειν ἄνευ τοῦ καθόλου ἢ κατὰ μέρος, οἷον τὸ τῶν ἐναντίων εἶναι τὴν αὐτὴν ἐπιστήμην ἢ τὸ τὴν ἡδονὴν μὴ εἶναι ἀγαθόν.

[12] *De Int.* 7, 17ª 39 λέγω δὲ καθόλου μὲν ὃ ἐπὶ πλειόνων πέφυκε κατηγορεῖσθαι, καθ'ἕκαστον δὲ ὃ μή, οἷον ἄνθρωπος μὲν καθόλου, Κάλλιας δὲ τῶν καθ' ἕκαστον.

[13] *Ibid.* 1, 16ª 16 τραγέλαφος.

[14] Alessandro 100. 11 κατὰ γὰρ αἰσθητοῦ καὶ ἑνὸς κατ' ἀριθμὸν οὐκέθ' ἁρμόζει τὸ κατὰ παντὸς οὐδὲ ὁ διορισμὸς ὅλως· ὁ γὰρ διορισμὸς τῶν προτάσεων ἐπὶ τῶν καθόλου χώραν ἔχει· τὰ δὲ ἄτομα οὐ καθόλου. Cfr. *ibid.* 65.26.

quali « Tutti i Callia sono uomini » oppure « Alcuni Callia sono uomini », se ci fosse solo un Callia. Lo stesso si deve dire dei termini delle premesse indefinite: essi pure sono universali. Ciò segue dal nome che Aristotele ha scelto, come pure dagli esempi che dà. Uno che fosse indeciso se sia vero dire « Nessun piacere è un bene », o solamente « Qualche piacere non è un bene », potrebbe dire, senza determinare la quantità del soggetto: « Il piacere non è un bene ». Ma in quest'ultima enunciazione « piacere » è ancora un termine universale, come nelle due enunciazioni precedenti. Per tutta l'esposizione sistematica della sua sillogistica, Aristotele tratta in pratica le premesse indefinite come particolari, senza affermare esplicitamente la loro equivalenza[15]. Questo fu fatto solo da Alessandro[16].

Le premesse indefinite non hanno alcuna importanza nel sistema logico di Aristotele. Nessuna tesi logica, legge di conversione o sillogismo, è formulata da Aristotele con questo genere di premesse. Era solo giusto che esse dovessero essere abbandonate dai logici seguenti, i quali ritennero solo i quattro generi di premesse ben noti a tutti gli studenti di logica tradizionale, cioè l'universale affermativa, l'universale negativa, la particolare affermativa e la particolare negativa. In questa quadruplice divisione non rimane alcun posto per le premesse singolari[17].

§ 3. *Perché Aristotele omise i termini singolari*

Nell'*Analitica Prima* c'è un capitolo interessante, nel quale Aristotele divide tutte le cose in tre classi. Alcune, egli dice, sono tali che non si possono con verità predicare di alcunché, come Cleone, Callia e l'individuale e il sensibile, ma altre cose possono essere predicate di esse, per es. uomo o animale. Alcune altre cose, e queste sono la seconda classe, sono esse stesse predicate di altre, ma niente è anteriormente predicato di esse. Aristotele non dà alcun esempio di questa classe di cose, ma è chiaro che egli intende ciò che è il più universale, come l'ente, τὸ ὄν. Alla terza classe appartengono quelle cose che possono essere predicate di altre e altre di esse, per es. uomo di Callia e animale di uomo; e, come regola, conclude

[15] Si veda p. es. Aα 4, 26ª 29 ὁ γὰρ αὐτὸς ἔσται συλλογισμὸς ἀδιορίστου τε καὶ ἐν μέρει ληφθέντος, oppure *ibid.* 7, 29ª 27 δῆλον δὲ καὶ ὅτι τὸ ἀδιόριστον ἀντὶ τοῦ κατηγορικοῦ τοῦ ἐν μέρει τιθέμενον τὸν αὐτὸν ποιήσει συλλογισμὸν ἐν ἅπασι τοῖς σχήμασιν.

[16] Alessandro 30. 29 περὶ δὲ τῶν ἀδιορίστων (scil. τῆς τῶν ἀδιορίστων ἀντιστροφῆς) οὐ λέγει, ὅτι μηδὲ χρήσιμοι πρὸς συλλογισμούς εἰσι αὗται, καὶ ὅτι ἴσον ταῖς ἐπὶ μέρους δύνανται.

[17] Gli argomenti che si portano in suffragio della tesi che le proposizioni singolari si possono considerare come una sottoclasse delle universali (v. p. e. J. N. Keynes, *Formal Logic*, London (1906), p. 102), sono a mio parere completamente sbagliati.

Aristotele, le argomentazioni e le ricerche riguardano questa classe di cose[18].

Ci sono anzitutto in questo passo alcune inesattezze che dobbiamo correggere. Non è corretto dire che una cosa si può predicare di un'altra cosa. Le cose non si possono predicare, perché il predicato è una parte di una proposizione e una proposizione è una serie di parole pronunciate o scritte, aventi un certo significato. Il termine « Callia » può essere predicato di un altro termine, mai non ma la cosa Callia. La classificazione che qui Aristotele sta dando è perciò una divisione di termini, non di cose [7].

Inoltre non è corretto dire che i termini individuali o singolari, come « Callia », non possono essere predicati con verità di alcun'altra cosa. Aristotele stesso dà esempi di proposizioni vere con un predicato singolare, come « Quella cosa bianca è Socrate », oppure « Quello lì che s'avvicina è Callia »[19]. dicendo che tali proposizioni sono « accidentalmente » vere. Ci sono altri esempi di questo genere che sono veri non solo accidentalmente, come « Socrate è Socrate » o « Sofronisco era il padre di Socrate » [8].

Una terza inesattezza riguarda la conclusione che Aristotele trae dalla classificazione dei termini. Non è vero che le nostre argomentazioni e ricerche trattano di regola di tali termini universali che possono essere predicati di altre e altri di essi. È chiaro che i termini individuali sono tanto importanti quanto i termini universali, non solo nella vita quotidiana, ma anche nelle ricerche scientifiche. Questo è il difetto più grande della logica aristotelica, che i termini e le proposizioni singolari non vi hanno posto. Quale ne è la causa? [1].

Vige fra alcuni filosofi l'opinione che Aristotele abbia costruito il suo sistema di logica sotto l'influenza della filosofia di Platone; era infatti Platone che credeva che l'oggetto della conoscenza vera deve essere stabile e capace di definizione precisa, ciò che è caratteristica dell'universale, non del singolare. Io non posso condividere questa opinione. Non ha alcuna conferma nel testo dell'*Analitica Prima*. L'*Analitica Prima* è un lavoro di pura logica ed è esente da ogni contaminazione filosofica; e questo vale anche per il passo citato sopra [9]. La ragione per cui, per Aristotele, le nostre ricerche riguardano di regola termini universali, è una ragione pratica; e sebbene sia molto debole, e anche Aristotele deve averne avvertito la debolezza, non è però corroborata da alcuna ragione filosofica presa a prestito da Platone.

[18] Αα 27, 43a25-43 ἁπάντων δὲ τῶν ὄντων τὰ μέν ἐστι τοιαῦτα ὥστε κατὰ μηδενὸς ἄλλου κατηγορεῖσθαι ἀληθῶς καθόλου (οἷον Κλέων καὶ Καλλίας καὶ τὸ καθ' ἕκαστον καὶ αἰσθητόν), κατὰ δὲ τούτων ἄλλα (καὶ γὰρ ἄνθρωπος καὶ ζῷον ἑκάτερος τούτων ἐστί). τὰ δ' αὐτὰ μὲν ἄλλων κατηγορεῖται, κατὰ δὲ τούτων ἄλλα πρότερον οὐ κατηγορεῖται· τὰ δὲ καὶ αὐτὰ ἄλλων καὶ αὐτῶν ἕτερα, οἷον ἄνθρωπος Καλλίου καὶ ἀνθρώπου ζῷον. . . . καὶ σχεδὸν οἱ λόγοι καὶ αἱ σκέψεις εἰσὶ μάλιστα περὶ τούτων.

[19] Αα 27, 43a 33 τῶν γὰρ αἰσθητῶν σχεδὸν ἕκαστόν ἐστι τοιοῦτον ὥστε μὴ κατηγορεῖσθαι κατὰ μηδενός, πλὴν ὡς κατὰ συμβεβηκός· φαμὲν γάρ ποτε τὸ λευκὸν ἐκεῖνο Σωκράτην εἶναι καὶ τὸ προσιὸν Καλλίαν.

C'è comunque un altro punto degno di nota, il quale può portare qualche luce al nostro problema. Aristotele sottolinea che un termine singolare non è adatto ad essere il predicato di una proposizione vera, come il termine più universale non è adatto ad essere il soggetto di una tale proposizione. La prima affermazione non è generalmente vera, come abbiamo visto, e anche la seconda sembra essere falsa. Non interessa però qui se queste affermazioni siano vere o false; ci basta sapere che Aristotele le ha considerate come vere e che ha eliminato dal suo sistema appunto quei termini che nella sua opinione non erano adatti ad essere e soggetti e predicati di proposizioni vere. E qui, come mi sembra, sta il punto del nostro problema. È essenziale per la sillogistica aristotelica che il medesimo termine si possa senza restrizione usare come soggetto e come predicato. In tutte e tre le figure sillogistiche note ad Aristotele c'è un termine che funge una volta da soggetto e poi di nuovo da predicato: nella prima figura è il termine medio, nella seconda il termine maggiore, nella terza il termine minore. Nella quarta figura tutti e tre i termini ricorrono come soggetto e come predicato allo stesso tempo. La sillogistica, come Aristotele l'ha concepita, richiede che i termini siano omogenei quanto alla loro possibilità di prendere il posto di soggetto e di predicato. Questa sembra la vera ragione per cui Aristotele omette i termini singolari.

§ 4. *Variabili*

Nell'esposizione sistematica della sillogistica, Aristotele non dà mai esempi di sillogismi con termini concreti. Solo combinazioni invalide di premesse sono esemplificate con tali termini, i quali sono naturalmente universali, come « animale », « uomo », « cavallo ». Nei sillogismi validi tutti i termini sono rappresentati da lettere, cioè da variabili, per es. « Se R appartiene a ogni S e P appartiene a qualche S, allora P appartiene a qualche R »[20].

[20] *Ibid.* 6, 28b 7 εἰ γὰρ τὸ μὲν Ρ παντὶ τῷ Σ τὸ δὲ Π τινί, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ Ρ ὑπάρχειν. Questo è un modo della terza figura, in seguito detto *Disamis*, con premesse invertite.

L'introduzione delle variabili nella logica è una delle più grandi invenzioni di Aristotele. È quasi incredibile che fino ad ora, per quanto mi risulta, nessun filosofo né filologo ha attirato l'attenzione su questo importantissimo fatto[21].

Oserei dire che devono essere stati tutti cattivi matematici, perché ogni matematico sa bene che l'introduzione delle variabili nell'aritmetica determinò l'inizio di un'era nuova in quella scienza. Aristotele sembra che abbia considerato la sua invenzione come del tutto ovvia e ogni spiegazione superflua, perché nelle sue opere logiche non fa mai alcuna menzione delle variabili. Fu Alessandro che per primo disse che Aristotele presenta la sua dottrina in lettere, στοιχεῖα, per mostrare che otteniamo la conclusione non in conseguenza della materia delle premesse, ma in conseguenza della loro forma e combinazione; le lettere sono segni di universalità [10] e mostrano che tale conclusione segue sempre, per ogni termine che possiamo scegliere[22]. C'è un altro commentatore, Giovanni Filopono, che è pure completamente consapevole dell'importanza e significato delle variabili. Egli dice che Aristotele, dopo aver mostrato con esempi come ciascuna premessa si possa convertire, stabilisce alcune regole universali della conversione prendendo lettere invece di termini. Poiché un'enunciazione universale può essere confutata da un singolo esempio nel quale è falsa, ma è provata o esaminando tutti i particolari (che è un'operazione infinita e impossibile), o stabilendo una regola universale evidente. Una tale regola è data qui da Aristotele in lettere e il lettore può sostituire al posto delle lettere qualsiasi termine concreto ch'egli vuole[23].

Sappiamo già che alle variabili si possono sostituire solo termini universali. In un esempio citato sopra [24] Aristotele fa una tale sostituzione, dicendo « Sia *A* deciduo, *B* latifoglia, *C* vite ». Questo è il solo tipo di

[21] Sono felice di apprendere che Sir David Ross nella sua edizione dell'*Analitica*, p. 29, dà rilievo al fatto e dice che Aristotele con l'introdurre l'uso delle variabili diventò il fondatore della logica formale.

[22] Alessandro 53. 28 ἐπὶ στοιχείων τὴν διδασκαλίαν ποιεῖται ὑπὲρ τοῦ ἐνδείξασθαι ἡμῖν, ὅτι οὐ παρὰ τὴν ὕλην γίνεται τὰ συμπεράσματα ἀλλὰ παρὰ τὸ σχῆμα καὶ τὴν τοιαύτην τῶν προτάσεων συμπλοκὴν καὶ τὸν τρόπον· οὐ γὰρ ὅτι ἥδη ἡ ὕλη, συνάγεται συλλογιστικῶς τόδε, ἀλλ' ὅτι ἡ συζυγία τοιαύτη. τὰ οὖν στοιχεῖα τοῦ καθόλου καὶ ἀεὶ καὶ ἐπὶ παντὸς τοῦ ληφθέντος τοιοῦτον ἔσεσθαι τὸ συμπέρασμα δεικτικά ἐστιν.

[23] Filopono 46. 25 δείξας ὅπως ἑκάστη τῶν προτάσεων ἀντιστρέφει διὰ παραδιγμάτων. . . καθολικοὺς κανόνας παραδίδωσι τὰ στοιχεῖα παραλαμβάνων ἀντὶ τῶν ὅρων. . . τὸν μὲν γὰρ καθόλου λόγον ἐλέγχει μὲν καὶ ἓν παράδειγμα, ὡς ἤδη εἴρηται, κατασκευάζει δὲ ἢ ἡ διὰ πάντων τῶν κατὰ μέρος διέξοδος, ὅπερ ἐστὶν ἄπειρον καὶ ἀδύνατον, ἢ ἡ διὰ καθολικοῦ κανόνος πίστις· ὅπερ ποιεῖ νῦν διὰ τῶν στοιχείων δίδους ἑκάστῳ, ὥσπερ εἴρηται, ἐπ' ἐξουσίαν χρῆσθαι καὶ ὑποβάλλειν ἀντὶ τῶν στοιχείων οἵας ἂν βούληται ὕλης ὅρους.

[24] V. n. 4.

sostituzione che troviamo nell'*Analitica Prima*. Aristotele non sostituisce mai una variabile *A* con un'altra variabile *B*, per quanto egli sappia benissimo che lo stesso modo sillogistico può essere formulato con variabili differenti. Il modo *Disamis*, per es., citato all'inizio di questo paragrafo, è formulato con le lettere *R*, *S*, *P*; altrove è formulato con *C*, *B*, *A*[25]. È evidente che la validità di un sillogismo non dipende dalla forma delle variabili usate nella formulazione: Aristotele lo sa senza mai dirlo [19]. È ancora Alessandro che stabilisce espressamente questo fatto[26].

Non c'è alcun passo nell'*Analitica Prima* nel quale due differenti variabili siano identificate. Anche quando il medesimo termine è sostituito a due variabili, queste due variabili non vengono identificate. Nel libro II dell'*Analitica Prima* Aristotele discute il problema se si possa fare un sillogismo con premesse opposte. Questo, egli dice, si può fare nella seconda e terza figura. Stiano ambedue *B* e *C* per « scienza » e *A* per « medicina ». Se ora si assuma che « ogni medicina è scienza » e che « nessuna medicina è scienza », si sarà assunto che « *B* appartiene ad ogni *A* » e che « *C* appartiene a nessun *A* », così che « qualche scienza non è scienza »[27]. Il modo sillogistico a cui ciò si riferisce si enuncia così: « Se *B* appartiene ad ogni *A* e *C* appartiene a nessun *A*, allora *C* non appartiene a qualche *B* »[28]. Per ottenere un sillogismo con premesse opposte da questo modo, è sufficiente identificare le variabili *B* e *C*, cioè sostituire *B* a *C*. Con tale sostituzione otteniamo: « Se *B* appartiene ad ogni *A* e *B* appartiene a nessun *A*, allora *B* non appartiene a qualche *B* ». Il pesante giro di frase con termini concreti è del tutto superfluo. Sembra che il metodo più semplice in questo problema, cioè il metodo di identificare le variabili, non è stato percepito da Aristotele.

Aristotele sa che enunciazioni quali « Qualche scienza non è scienza » non possono essere vere[29]. La generalizzazione di tali enunciazioni perciò,

[25] Aβ 7, 59ª 17 εἰ γὰρ τὸ Γ παντὶ τῷ B, τὸ δὲ A τινὶ τῷ B, ἀνάγκη τὸ A τινὶ τῷ Γ ὑπάρχειν.

[26] Alessandro 380. 2. οὐ γὰρ παρὰ τὸ τὸ μὲν A αὐτῶν εἶναι τὸ δὲ B ἢ Γ ἡ συναγωγή· τὸ γὰρ αὐτὸ γίνεται, κἂν ἄλλοις ἀντὶ τούτων χρησώμεθα.

[27] Aβ 15, 64ª 23 ἔστω γὰρ ἐπιστήμη ἐφ' οὗ τὸ B καὶ Γ, ἰατρικὴ δ' ἐφ' οὗ A. εἰ οὖν λάβοι πᾶσαν ἰατρικὴν ἐπιστήμην καὶ μηδεμίαν ἰατρικὴν ἐπιστήμην, τὸ B παντὶ τῷ A εἴληφε καὶ τὸ Γ οὐδενί, ὥστ' ἔσται τις ἐπιστήμη οὐκ ἐπιστήμη.

[28] Questo sillogismo è un modo della terza figura, detto in seguito *Felapton*, con premesse invertite. Nell'esposizione sistematica della sillogistica è formulato con le lettere *R*, *S*, *P*. Vedi *ibid.* 6, 28ª 26 ἂν τὸ μὲν P παντὶ τῷ Σ, τὸ δὲ Π μηδενὶ ὑπάρχῃ, ἔσται συλλογισμὸς ὅτι τὸ Π τινὶ τῷ P οὐχ ὑπάρξει ἐξ ἀνάγκης.

[29] Aβ 15, 64ᵇ 7 φανερὸν δὲ καὶ ὅτι ἐκ ψευδῶν μὲν ἔστιν ἀληθὲς συλλογίσασθαι, . . . , ἐκ δὲ ἀντικειμένων οὐκ ἔστιν· ἀεὶ γὰρ ἐναντίος ὁ συλλογισμὸς γίνεται τῷ πράγματι.

« Qualche *A* non è *A* » (cioè « *A* non appartiene a qualche *A* ») deve pure essere falsa. Non è probabile che Aristotele conoscesse questa formula. È di nuovo Alessandro che vide la falsità della formula e applicò questo fatto alla prova della legge della conversione della premessa universale negativa. La prova che egli dà, procede per *reductio ad absurdum*: se la premessa « *A* appartiene a nessun *B* » non è convertibile, allora supponiamo che *B* appartenga a qualche *A*. Da queste due premesse, attraverso un sillogismo della prima figura, otteniamo la conclusione assurda: « *A* non appartiene a qualche *A* »[30]. È chiaro che Alessandro ha in mente il modo della prima figura che fu più tardi detto *Ferio:* « Se *A* appartiene a nessun *B* e *B* appartiene a qualche *C*, allora *A* non appartiene a qualche *C* »[31], e che in questo modo sillogistico egli identifica le variabili *A* e *C*, sostituèndo *A* al posto di *C*. Questo è forse il più chiaro esempio di una prova per sostituzione che si possa derivare da una fonte antica.

§ 5. *La necessità sillogistica*

Il primo sillogismo aristotelico, più tardi detto *Barbara*, si può rappresentare, come abbiamo detto,[32] nella forma della seguente implicazione:

Se *A* è predicato di ogni *B*
e *B* è predicato di ogni *C*,
allora *A* è predicato di ogni *C*.

Ma c'è ancora una differenza fra questa formulazione e l'originale testo greco. Le premesse sono le stesse in greco e nella traduzione italiana, ma l'esatta traduzione della conclusione dovrebbe essere « È necessità *A* essere predicato di ogni *C* », cioè « *A* è predicato necessariamente di ogni *C* ». Questa parola « necessità » (ἀνάγκη) è il segno della cosiddetta « necessità sillogistica ». Aristotele lo usa in quasi tutte le implicazioni

[30] Alessandro 34, 15 ἔνεστι δὲ καὶ διὰ συλλογισμοῦ δεῖξαι διὰ τοῦ πρώτου σχήματος γινομένου, ὡς καὶ αὐτὸς προσχρῆται τῇ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῇ· εἰ γάρ τις μὴ λέγοι ἀντιστρέφειν τὴν καθόλου ἀποφατικήν, κείσθω τὸ Α μηδενὶ τῷ Β· εἰ δὲ μὴ ἀντιστρέφει, ἔστω τὸ Β τινὶ τῷ Α· γίνεται ἐν πρώτῳ σχήματι τὸ Α τινὶ τῷ Α μὴ ὑπάρχων, ὅπερ ἄτοπον.

[31] Aα 4, 26ª 25 εἰ τὸ μὲν Α μηδενὶ τῷ Β ὑπάρχει, τὸ δὲ Β τινὶ τῷ Γ, ἀνάγκη τὸ Α τινὶ τῷ Γ μὴ ὑπάρχειν.

[32] Cfr. n. 5.

che contengono variabili e rappresentano leggi logiche, cioè leggi di conversione o sillogismi[33].

Ci sono tuttavia dei sillogismi nei quali questa parola « necessità » è omessa, per es. in questa forma aristotelica del modo *Barbara:* « Se *A* appartiene ad ogni *B* e *C* appartiene ad ogni *A*, allora *C* appartiene ad ogni *B* »[34]. Ora, se è possibile omettere la parola « necessità » in alcuni sillogismi, dev'essere possibile eliminarla completamente da tutti i sillogismi. Vediamo perciò che cosa questa parola significa e perché Aristotele la usa.

Il problema sembra semplice ed è risolto da Aristotele stesso incidentalmente quando tratta delle leggi della conversione, dove dice: « Se *A* appartiene a qualche *B*, è necessario che *B* appartenga a qualche *A*, ma se *A* non appartiene a qualche *B*, non è necessario che *B* non appartenga a qualche *A* ». Infatti, se *A* sta per « uomo » e *B* per « animale », è vero che qualche animale non è uomo, ma non è vero che qualche uomo non è animale, perché tutti gli uomini sono animali[35]. Possiamo vedere da questo esempio che Aristotele usa il segno della necessità nel conseguente di una implicazione vera per dar risalto al fatto che l'implicazione è vera per tutti i valori delle variabili che si trovano nell'implicazione. Perciò possiamo dire: « Se *A* appartiene a qualche *B*, è necessario che *B* appartenga a qualche *A* » perché è vero che « Per tutti gli *A* e per tutti i *B*, se *A* appartiene a qualche *B*, allora *B* appartiene a qualche *A* ». Ma non possiamo dire: « Se *A* non appartiene a qualche *B*, è necessario che *B* non appartenga a qualche *A* » perché non è vero che « Per tutti gli *A* e per tutti i *B*, se *A* non appartiene a qualche *B*, allora *B* non appartiene a qualche *A* ».

Si danno, come abbiamo visto, dei valori di *A* e *B* i quali verificano l'antecedente dell'ultima implicazione, ma non verificano il suo conseguente. Nella logica formale moderna espressioni quali « per tutti gli *A* » o « per tutti i *B* », dove *A* e *B* sono variabili, sono dette quantificatori, o quantori, universali. Il segno della necessità sillogistica usato da Aristotele rappresenta un quantore universale e si può omettere, perché un quantore uni-

[33] Cfr. nn. 20; 25; 28; 31.

[34] Aβ 11, 61ᵇ 34 εἰ γὰρ τὸ Α παντὶ τῷ Β καὶ τὸ Γ παντὶ τῷ Α, τὸ Γ παντὶ τῷ Β.

[35] Aα 2, 25ª 20-26 εἰ γὰρ τὸ Α τινὶ τῷ Β καὶ τὸ Β τινὶ τῷ Α ἀνάγκη ὑπάρχειν . . . εἰ δέ γε τὸ Α τινὶ τῷ Β μὴ ὑπάρχει, οὐκ ἀνάγκη καὶ τὸ Β τινὶ τῷ Α μὴ ὑπάρχειν, οἷον τὸ μὲν Β ἐστὶ ζῷον, τὸ δὲ Α ἄνθρωπος. ἄνθρωπος μὲν γὰρ οὐ παντὶ ζῴῳ, ζῷον δὲ παντὶ ἀνθρώπῳ ὑπάρχει.

versale si può omettere quando sta all'inizio di, cioè davanti a, una formula vera [11].

Questo è ben noto ed ovvio per gli studiosi di logica formale moderna; ma non era certo noto ai filosofi dell'inizio di questo secolo. Non è perciò strano che uno di essi, Heinrich Maier, abbia scelto il nostro problema per punto di partenza di quello che è a mio parere una cattiva speculazione filosofica. Egli dice[36]: « La conclusione segue dalle premesse con conseguenza necessaria. Questa conseguenza risulta dal principio sillogistico e la sua necessità rivela in modo appropriato la forza sintetica del potere del raziocinio » [12]. Io non comprendo quest'ultimo enunciato perché non riesco a cogliere il significato delle parole « la forza sintetica del potere del raziocinio ». Non sono inoltre sicuro di che cosa si voglia dire con « il principio sillogistico », dato che non so affatto se un tale principio esista. « Sulla base di entrambe le premesse — così Maier continua le sue speculazioni —[37] che io penso ed esprimo, sono necessitato anche a pensare ed esprimere la conclusione, in forza di una costrizione che sta nel mio pensiero ». Io penso certo di capire quest'ultimo enunciato, ma esso è manifestamente falso. Ciascuno può facilmente vederne la falsità, se pensa e pronuncia le premesse di un sillogismo, per es. « Ogni A è C » e « Qualche B non è C » senza pronunciare la conclusione che ne segue [13].

§ 6. *Che cos'è la logica formale*

« Si suole dire che la logica è formale in quanto riguarda puramente la forma del pensiero, cioè il nostro modo di pensare, a prescindere dai particolari oggetti circa i quali pensiamo ». Questa è una citazione ricavata dal noto testo di logica formale di Keynes[38]. Ed ecco un'altra citazione, presa da *A History of Philosophy* di P. Copleston: « La logica aristotelica è spesso detta logica formale. Questa è una caratterizzazione corretta, in quanto la logica di Aristotele è un'analisi delle forme del pensiero »[39].

[36] H. Maier, *Die Syllogistik des Aristoteles*, vol. II *b*, Tübingen (1900), p. 236: « Aus den Prämissen folgt mit notwendiger Konsequenz der Schlusssatz. Diese Konsequenz entspringt dem syllogistischen Prinzip, und die Notwendigkeit, die ihr anhaftet, bekundet recht eigentlich die synthetische Kraft der Schlussfunktion ».

[37] Op. cit., p. 237: « Auf Grund der beiden Prämissen, die ich denke und ausspreche, muss ich kraft eines in meinem Denken liegenden Zwangs auch den Schlusssatz denken und aussprechen ».

[38] Op. cit., p. 2.

[39] Op. cit., p. 277.

In tutte e due le citazioni leggo l'espressione « forma del pensiero », che io non comprendo. Il pensiero è un fenomeno psichico e i fenomeni psichici non hanno estensione. Che cosa può voler dire la forma di un oggetto che non ha estensione? L'espressione « forma del pensiero » è inesatta e a me sembra che questa inesattezza è nata da un'erronea concezione della logica. Se uno crede che la logica sia la scienza delle leggi del pensiero, può in verità essere disposto a pensare che la logica formale è una ricerca sulle forme del pensiero. Ma non è vero che la logica è la scienza delle leggi del pensiero. Oggetto della logica non è di investigare come noi di fatto pensiamo o come dobbiamo pensare. Il primo di questi compiti appartiene alla psicologia, il secondo a un'arte pratica affine alla mnemonica. La logica non tratta del pensiero più che la matematica. Ovviamente per fare un'illazione o una dimostrazione, bisogna pensare, come bisogna pensare per risolvere un problema di matematica. Ma le leggi della logica non interessano il nostro pensiero più che le leggi della matematica. Quello che in logica è stato chiamato « psicologismo » è un segno della decadenza della logica nella filosofia moderna. Aristotele non è in alcun modo responsabile di tale decadenza. In tutta la *Analitica Prima*, nella quale la teoria del sillogismo è esposta sistematicamente, non si trova neppure un singolo termine psicologico. Aristotele riconosce con intuitiva sicurezza ciò che appartiene alla logica e nessuno dei problemi logici che egli tratta è connesso con alcun fenomeno psichico quale è il pensiero [14].

Che cos'è dunque l'oggetto della logica, secondo Aristotele, e perché la logica aristotelica si chiama formale? La risposta a questa questione non ci è fornita da Aristotele stesso, ma dai suoi discepoli, i Peripatetici.

Nelle scuole filosofiche della Grecia antica c'era una discussione circa il rapporto fra logica e filosofia. Gli Stoici sostenevano che la logica è una parte della filosofia, i Peripatetici che la logica è solo uno strumento della filosofia e i Platonici erano dell'avviso che la logica è e una parte e uno strumento della filosofia. La discussione non è in se stessa di grande importanza o interesse, perché la soluzione sembra essere in gran parte questione di convenzione. Tuttavia un'argomentazione dei Peripatetici, che ci è conservata da Ammonio nel suo commento all'*Analitica Prima*, merita la nostra attenzione. —

Ammonio conviene con i Platonici e dice: Se tu prendi i sillogismi con termini concreti, come fa Platone quando prova sillogisticamente che l'anima è immortale, allora tratti la logica come parte della filosofia; ma se prendi i sillogismi come pure regole espresse in lettere, per es. « A è

predicato di ogni *B*, *B* di ogni *C*, perciò *A* è predicato di ogni *C* », come fanno i Peripatetici al seguito di Aristotele, allora tratti la logica come strumento della filosofia.[40]

È importante ricavare da questo passo che, secondo i Peripatetici, che seguivano Aristotele, solo le leggi sillogistiche espresse in variabili appartengono alla logica, e non le loro applicazioni a termini concreti [15]. I termini concreti, cioè i valori delle variabili, sono chiamati materia, ὕλη, del sillogismo. Se si tolgono dal sillogismo tutti i termini concreti, sostituendoli con lettere, si sarà tolta la materia del sillogismo e quello che rimane si chiama la forma del sillogismo. Vediamo ora in quali elementi consiste questa forma.

Alla forma del sillogismo appartengono, oltre al numero e alla disposizione delle variabili, le cosiddette costanti logiche. Due di esse, la congiunzione « e » e « se », sono espressioni ausiliari e fanno parte, come vedremo in seguito, di un sistema di logica più fondamentale di quello aristotelico. Le altre quattro costanti, cioè

« appartenere ad ogni »,
« appartenere a nessuno »,
« appartenere a qualche »,
« non appartenere a qualche »[41],

sono caratteristiche della logica di Aristotele. Queste costanti rappresentano relazioni fra termini universali. I logici medievali usavano significarle con i simboli *A*, *E*, *I*, *O*. Tutta la teoria aristotelica del sillogismo è costruita su queste quattro espressioni, con l'aiuto delle congiunzioni « e » e « se ». Possiamo perciò dire: La logica di Aristotele è una teoria delle relazioni *A*, *E*, *I*, *O*, nell'ambito di termini universali [16].

È ovvio che tale teoria non ha in comune con il nostro pensiero niente più che, per es., la teoria delle relazioni « più grande » e « più piccolo »

[40] Ammonius 10. 36 κατὰ γὰρ Πλάτωνα καὶ τὸν ἀληθῆ λόγον οὔτε μέρος ἐστίν (scil. ἡ λογική), ὡς οἱ Στωϊκοί φασιν καὶ τινὲς τῶν Πλατωνικῶν, οὔτε μόνως ὄργανον, ὡς οἱ ἐκ τοῦ Περιπάτου φασίν, ἀλλὰ καὶ μέρος ἐστὶν καὶ ὄργανον φιλοσοφίας· ἐὰν μὲν γὰρ μετὰ τῶν πραγμάτων λάβῃς τοὺς λόγους, μέρος ἐστίν, ἐὰν δὲ ψιλοὺς τοὺς κανόνας ἄνευ τῶν πραγμάτων, ὄργανον. ὥστε καλῶς οἱ ἐκ τοῦ Περιπάτου τὰ παρὰ 'Αριστοτέλει ἀφορῶντες ὄργανον αὐτήν φασιν· ψιλοὺς γὰρ κανόνας παραδίδωσιν, οὐ πράγματα λαμβάνων ὑποκείμενα ἀλλὰ τοῖς στοιχείοις τοὺς κανόνας ἐφαρμόζων· οἷον τὸ Α κατὰ παντὸς τοῦ Β, τὸ Β κατὰ παντὸς τοῦ Γ, τὸ Α ἄρα κατὰ παντὸς τοῦ Γ. La prova sillogistica della tesi che l'anima è immortale è data poche righe dopo (11.10): ἡ ψυχὴ αὐτοκίνητον, τοῦτο δὲ ἀεικίνητον, τοῦτο δὲ ἀθάνατον. ἡ ψυχὴ ἄρα ἀθάνατον.

[41] ὑπάρχειν παντί, ὑπάρχειν οὐδενί, ὑπάρχειν τινί, οὐχ ὑπάρχειν τινί = ὑπάρχειν οὐ παντί. Al posto di ὑπάρχειν Aristotele usa talvolta il verbo κατηγορεῖσθαι. I sillogismi con termini concreti sono formulati con il verbo εἶναι. Cfr. nn. 4; 5; e anche il par. 7.

nel campo dei numeri. Ci sono in verità alcune somiglianze fra queste due teorie. Si confronti per es. il sillogismo *Barbara:*

Se *a* appartiene a ogni *b*
e *b* appartiene a ogni *c*,
allora *a* appartiene a ogni *c*,

con la seguente legge dell'aritmetica:

Se *a* è più grande di *b*
e *b* è più grande di *c*,
allora *a* è più grande di *c*.

Ci sono ovviamente delle differenze fra queste due leggi: l'ambito delle variabili non è lo stesso e le relazioni sono differenti. Ma ambedue le relazioni, per quanto siano differenti e intercorrano fra termini diversi, hanno una proprietà in comune: sono tutte e due transitive, cioè sono casi particolari della formula:

Se *a* ha la relazione *R* con *b*
e *b* ha la relazione *R* con *c*,
allora *a* ha la relazione *R* con *c*.

È interessante che proprio questo fatto fu notato dai logici della tarda scuola Stoica. Argomenti quali:

« Il primo è più grande del secondo,
il secondo è più grande del terzo,
perciò il primo è più grande del terzo »,

erano detti dagli Stoici, come riferisce Alessandro, « ametodicamente conclusivi » e non erano considerati come sillogismi nel senso della loro logica. Tuttavia gli Stoici consideravano tali argomenti come simili (ὅμοιοι) ai sillogismi categorici[42]. L'osservazione degli Stoici, che Alessandro tenta di confutare senza però apportare argomenti convincenti contro di essa, sopporta l'ipotesi che la logica di Aristotele fosse concepita come una teoria di speciali relazioni, come una teoria matematica [17].

[42] Alessandro 21. 30 οἱ ἀμεθόδως περαίνοντες λόγοι παρὰ τοῖς Στωϊκοῖς, οἷον « τὸ πρῶτον τοῦ δευτέρου μεῖζον, τὸ δὲ δεύτερον τοῦ τρίτου, τὸ ἄρα πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον. » *Ibid.* 345. 13 τοιοῦτοί εἰσι καὶ οὓς λέγουσιν οἱ νεώτεροι (cioè οἱ Στωϊκοί) ἀμετόδως περαίνοντας. οὓς ὅτι μὲν μὴ λέγουσι συλλογιστικῶς συνάγειν, ὑγιῶς λέγουσι . . . ὅτι δὲ ἡγοῦνται ὁμοίους αὐτοὺς εἶναι τοῖς κατηγορικοῖς συλλογισμοῖς . . . τοῦ παντὸς διαμαρτάνουσιν.

§ 7. *Che cos'è il formalismo*

Logica formale e logica formalistica sono due cose differenti. La logica aristotelica è formale, ma non formalistica, mentre la logica degli Stoici è formale e formalistica. Diamo qui una spiegazione di che cosa s'intende per « formalismo » nella logica formale moderna.

La logica formale moderna cerca di raggiungere la massima esattezza possibile. Questo scopo si può conseguire solo per mezzo di una lingua esatta costruita con segni costanti e visualmente percepibili. Una tale lingua è indispensabile per ogni e qualsiasi scienza. I nostri propri pensieri restano quasi inafferrabili a noi stessi se non sono formati in parole e i pensieri di altri, se non rivestono una figura esterna, non sarebbero accessibili che a dei veggenti. Ogni verità scientifica deve, per essere appresa e verificata, essere messa in una qualche forma esterna intelligibile a tutti. Tutte queste affermazioni sembrano incontestabilmente vere. Perciò la logica formale moderna presta la più diligente attenzione alla precisione della lingua. Ciò che si chiama formalismo è la conseguenza di tale tendenza. Per comprendere che cosa esso sia, analizziamo il seguente esempio.

C'è in logica una regola di illazione che si chiamava una volta *modus ponens* e modernamente si chiama la regola del distacco. Secondo questa regola, se un'implicazione della forma « Se α, allora β » è affermata e l'antecedente α di tale implicazione è pure affermato, allora possiamo affermare il suo conseguente β. Per poter applicare questa regola però, dobbiamo prima sapere che la proposizione α, affermata a sé, esprime « lo stesso » pensiero che l'antecedente α dell'implicazione, perché solo in questo caso possiamo correttamente fare l'illazione. Ora noi non possiamo stabilire questo fatto, che i due α esprimono « lo stesso » pensiero, se non nel caso che i due α abbiano esattamente la stessa forma esterna. Noi infatti non possiamo cogliere direttamente i pensieri espressi da questi α, e una condizione necessaria, anche se non sufficiente, per identificare i due pensieri è l'uguaglianza esterna delle loro espressioni. [18] Se per es., affermando l'implicazione

« Se tutti i filosofi sono uomini,
allora tutti i filosofi sono mortali »,

noi volessimo affermare come seconda premessa l'enunciazione

« Ogni filosofo è un uomo »,

allora, da tali premesse noi non potremmo ricavare la conclusione « Tutti i filosofi sono mortali », perché non avremmo nessuna garanzia che l'enunciazione « Ogni filosofo è un uomo » rappresenti lo stesso pensiero che l'enunciazione « Tutti i filosofi sono uomini ». Bisognerebbe prima confermare per mezzo di una definizione che « Ogni *A* è *B* » significa lo stesso che « Tutti gli *A* sono dei *B* ». In base a tale definizione, sostituiamo l'enunciazione « Ogni filosofo è un uomo » con l'enunciazione « Tutti i filosofi sono uomini » e allora, ma solo allora, sarà possibile tirare le conclusione.

Da questo esempio si può facilmente apprezzare il significato del formalismo. Il formalismo esige che il medesimo pensiero sia espresso sempre per mezzo della medesima serie di parole ordinate esattamente nella medesima maniera. Quando una prova è formulata secondo questo principio, siamo in grado di controllare la sua validità sulla sola base della sua forma esterna senza riferimento al significato dei termini usati nella prova. Per ricavare la conclusione β dalle premesse « Se α, allora β » e α non abbiamo bisogno di sapere che cosa realmente significhi α o β; basta notare che i due α contenuti nelle premesse hanno la stessa forma esterna [19].

Aristotele e i suoi seguaci non erano formalisti. Come abbiamo già visto, Aristotele non è scrupolosamente esatto nella formulazione delle sue tesi. Il più sorprendente esempio di tale inesattezza è la divergenza strutturale fra le forme concrete e quelle astratte dei sillogismi. Si prenda come esempio il sillogismo con premesse opposte che abbiamo citato sopra al par. 4[43]. Siano *B* e *C* entrambi « scienza » e *A* sia « medicina ». Aristotele dice:

In variabili:	In termini concreti:
Se *B* appartiene a ogni *A*	Se ogni medicina è scienza
e *C* appartiene a nessun *A*	e nessuna medicina è scienza
allora *C* non appartiene a qualche *B*[44].	allora qualche scienza non è scienza.

La differenza nelle corrispettive premesse dei due sillogismi è evidente. Si consideri per es. la prima premessa. Alla formula « *B* appartiene a tutto *A* » corrisponderebbe l'enunciazione « Scienza appartiene a ogni medicina », e all'enunciazione « Ogni medicina è scienza » corrisponderebbe la formula « Ogni *A* è *B* ». L'enunciazione in termini concreti data da Aristotele non si può considerare come sostituzione della formula astratta che egli ha accettato [20]. Qual'è la causa di questa differenza?

[43] Cfr. n. 27.
[44] La conclusione in variabili è omessa nel testo greco.

Alessandro dà tre spiegazioni di questo problema[45]: la prima si può omettere perché non ha importanza; l'ultima è una spiegazione filosofica e, a mio parere, è errata. Solo la seconda merita la nostra attenzione. Secondo tale spiegazione nelle formule con il verbo « essere predicato di qualcosa » e, possiamo aggiungere noi, con il verbo « appartenere a qualcosa », il soggetto e il predicato sono meglio distinguibili (γνωριμώτεροι) che, possiamo ancora aggiungere noi, nelle formule con il verbo « essere ». Nelle formule con il verbo « essere » infatti tanto il soggetto quanto il predicato sono in nominativo; nelle formule preferite da Aristotele solo il predicato è in nominativo e il soggetto è o in genitivo o in dativo e perciò si distingue più facilmente dal predicato. Molto istruttiva è pure l'osservazione finale di Alessandro, dalla quale segue che dire « Virtù è predicato di ogni giustizia » invece che il più consueto « Ogni giustizia è virtù » suonava altrettanto artificioso in greco antico quanto nelle lingue moderne.

Ci sono ancora altri casi di inesattezza nella logica di Aristotele. Aristotele usa continuamente frasi diverse per i medesimi pensieri. Darò solo alcuni esempi. Egli comincia la sua sillogistica con le parole « *A* è predicato di ogni *B* » ma poco dopo cambia queste parole con la frase « *A* appartiene ad ogni *B* », la quale sembra essere l'espressione regolare. Le parole « è predicato » e « appartiene » sono omesse spesso; a volte anche l'importante segno della quantità « ogni » è lasciato cadere. Oltre alla forma « *A* appartiene a qualche *B* », si trovano formule che si potrebbero tradurre « *A* appartiene a qualcuno dei *B* ». Le premesse dei sillogismi sono inoltre unite per mezzo di congiunzioni differenti. La necessità sillogistica è espressa in modi diversi e a volte è omessa del tutto[46]. Sebbene sia vero che queste inesattezze non hanno alcuna cattiva conseguenza

[45] Alessandro 54. 21 χρῆται δὲ τῷ κατὰ παντὸς καὶ κατὰ μηδενὸς ἐν τῇ διδασκαλίᾳ, ὅτι διὰ τούτων γνώριμος ἡ συναγωγὴ τῶν λόγων, καὶ ὅτι οὕτως λεγομένων γνωριμώτερος ὅ τε κατηγορούμενος καὶ ὁ ὑποκείμενος, καὶ ὅτι πρῶτον τῇ φύσει τὸ κατὰ παντὸς τοῦ ἐν ὅλῳ αὐτῷ, ὡς προείρηται. ἡ μέντοι χρῆσις ἡ συλλογιστικὴ ἐν τῇ συνηθείᾳ ἀνάπαλιν ἔχει. οὐ γὰρ ἡ ἀρετὴ λέγεται κατὰ πάσης δικαιοσύνης, ἀλλ' ἀνάπαλιν πᾶσα δικαιοσύνη ἀρετή. διὸ καὶ δεῖ κατ' ἀμφοτέρας τὰς ἐκφορὰς γυμνάζειν ἑαυτούς, ἵνα τῇ τε χρήσει παρακολουθεῖν δυνώμεθα καὶ διδασκαλίᾳ.

[46] La frase τὸ A κατὰ παντὸς τοῦ B (κατηγορεῖται è omesso due volte) è usata nel modo *Barbara* (cfr. n. 6); τὸ A παντὶ τῷ B (ὑπάρχει è omesso del tutto) è usato in un'altra formulazione dello stesso modo (cfr. n. 34). La frase τὸ A τινὶ τῶν B appare nelle leggi della conversione; altrove, p. e. nel modo *Disamis* troviamo τὸ A τινὶ τῷ B (cfr. n. 25). La parola παντί, che è così importante dal punto di vista logico, è del tutto omessa nella formulazione del modo *Barbara* (cfr. n. 4). La congiunzione « e » per lo più è denotata dalle particelle correlative μέν . . . δέ (cfr., p. e., nn. 20 e 31), qualche volta è significata da καί (cfr. nn. 6 e 34). La necessità sillogistica è di regola espressa da ἀνάγκη ὑπάρχειν (cfr. nn. 20 e 25); nel modo *Felapton* è denotata da ὑπάρξει ἐξ ἀνάγκης (cfr. n. 28). In un caso è omessa (cfr. n. 34).

per il sistema, esse tuttavia non contribuiscono in nessun modo alla sua chiarezza e semplicità. Il modo di procedere di Aristotele probabilmente non è accidentale; sembra piuttosto derivare da alcuni preconcetti. Aristotele dice occasionalmente che si devono scambiare termini equivalenti, parole con parole, frasi con frasi[47]. Commentando questo passo, Alessandro dice che il sillogismo non dipende da parole ma dal loro significato[48]. Quest'affermazione, che è evidentemente diretta contro gli Stoici, si può intendere così: il sillogismo non cambia la sua essenza, cioè rimane un sillogismo, se alcune delle sue espressioni sono sostituite da altre espressioni equivalenti, per es. se l'espressione « essere predicato di tutto » è sostituita dall'equivalente espressione « appartenere a tutto ». Gli Stoici erano del parere diametralmente opposto. Avrebbero detto che l'essenza del sillogismo dipende dalle parole, non dal loro significato. Perciò se le parole vengono cambiate, il sillogismo cessa di esistere. Ciò è illustrato da Alessandro con un esempio preso dalla logica degli Stoici[49]. La regola di illazione detta *modus ponens*:

Se α, allora β;
ma α;
perciò β,

è il primo sillogismo « indimostrabile » degli Stoici. Tanto gli Stoici quanto i Peripatetici sembra che considerino, erroneamente, le frasi « Se α, allora β » e « α implica β » come aventi lo stesso significato. Ma se, nel sillogismo riferito sopra, si sostituisce la premessa « Se α, allora β » con « α implica β », e diciamo:

« α implica β;
ma α;
perciò β »,

allora, secondo gli Stoici, si ottiene una regola di illazione valida, ma non un sillogismo. La logica degli Stoici è formalistica [21].

[47] Aα 39, 49b 3 δεῖ δὲ καὶ μεταλαμβάνειν ἃ τὸ αὐτὸ δύναται, ὀνόματα ἀντ' ὀνομάτων καὶ λόγους ἀντὶ λόγων.

[48] Alessandro 372. 29 οὐκ ἐν ταῖς λέξεσιν ὁ συλλογισμὸς τὸ εἶναι ἔχει, ἀλλ' ἐν τοῖς σημαινομένοις.

[49] Alessandro 373. 28 'Αριστοτέλης μὲν οὖν οὕτως περὶ τῶν κατὰ τὰς λέξεις μεταλήψεων φέρεται (cfr. n. 47). οἱ δὲ νεώτεροι (cioè οἱ Στωϊκοί), ταῖς λέξεσιν ἐπακολουθοῦντες οὐκέτι δὲ τοῖς σημαινομένοις, οὐ ταὐτόν φασι γίνεσθαι ἐν ταῖς εἰς τὰς ἰσοδυναμούσας λέξεις μεταλήψεσι τῶν ὅρων· ταὐτὸν γὰρ σημαίνοντος τοῦ « εἰ τὸ A τὸ B » τῷ « ἀκολουθεῖ τῷ A τὸ B », συλλογιστικὸν μὲν λόγον φασὶν εἶναι τοιαύτης ληφθείσης τῆς λέξεως « εἰ τὸ A τὸ B. τὸ δὲ A, τὸ ἄρα B », οὐκέτι δὲ συλλογιστικὸν ἀλλὰ περαντικὸν τὸ « ἀκολουθεῖ τῷ A τὸ B, τὸ δὲ A, τὸ ἄρα B ».

CAPITOLO II

TESI DEL SISTEMA

§ 8. *Tesi e regole di illazione*

La teoria aristotelica del sillogismo è un sistema di proposizioni vere che riguardano le costanti *A*, *E*, *I*, *O*. Io chiamo tesi le proposizioni vere di un sistema deduttivo. Quasi tutte le tesi della logica aristotelica sono implicazioni, cioè proposizioni della forma « Se α, allora β ». Si conoscono solo due tesi di questa logica che non cominciano con « se », cioè le cosiddette leggi dell'identità: « *A* appartiene a tutti gli *A* » oppure « Ogni *A* è *A* », e « *A* appartiene a qualche *A* » oppure « Qualche *A* è *A* ». Nessuna di queste due tesi è asserita esplicitamente da Aristotele, ma esse erano note ai Peripatetici[1].

Le implicazioni che appartengono al sistema sono o leggi della conversione (e le leggi della *tabula oppositionis* non menzionate nell'*Analitica Prima*) oppure sillogismi. Le leggi della conversione sono implicazioni semplici, per es.: « Se *A* appartiene a ogni *B*, allora *B* appartiene a qualche *A* »[2]. L'antecedente di questa implicazione è la premessa « *A* appartiene a ogni *B* »; il conseguente è « *B* appartiene a qualche *A* ». Questa implicazione è considerata vera per tutti i valori delle variabili *A* e *B*.

Tutti i sillogismi di Aristotele sono implicazioni del tipo « Se α e β, allora γ », dove α e β sono le due premesse e γ è la conclusione. La congiunzione delle premesse « α e β » è l'antecedente, la conclusione γ è il conseguente. Come esempio si prenda la seguente formulazione del modo *Barbara*:

[1] Cf. I, n. 29 e 30. Nel passo citato in quest'ultima nota Alessandro dice che la proposizione « *A* non appartiene a qualche *A* » è assurda. Ciò che significa che la proposizione contraddittoria « *A* appartiene ad ogni *A* » è vera.

[2] Aα 2, 25ª 17 εἰ δὲ παντί τὸ Α τῷ Β, καὶ τὸ Β τινὶ τῷ Α ὑπάρξει.

Se *A* appartiene ad ogni *B*
e *B* appartiene ad ogni *C*
allora *A* appartiene ad ogni *C*.

In questo esempio α significa la premessa « *A* appartiene ad ogni *B* », β la premessa « *B* appartiene ad ogni *C* », e γ la conclusione « *A* appartiene ad ogni *C* ». Questa implicazione è pure considerata vera per tutti i valori delle variabili *A*, *B*, *C*.

Va qui detto chiaramente che nessun sillogismo è mai formulato da Aristotele come un'illazione, con la parola « perciò » (ἄρα), come invece fa la logica tradizionale [1]. Sillogismi della forma:

Ogni *B* è *A*;
ogni *C* è *B*;
perciò
ogni *C* è *A*

non sono aristotelici. Noi non li incontriamo fino ad Alessandro[3]. La trasposizione dei sillogismi aristotelici dalla forma di implicazione alla forma di illazione è dovuta probabilmente all'influsso degli Stoici.

La differenza fra il sillogismo aristotelico e quello tradizionale è fondamentale. Il sillogismo di Aristotele, essendo un'implicazione, è una proposizione e come proposizione deve essere o vero o falso [2]. Il sillogismo tradizionale non è una proposizione, ma un insieme di proposizioni le quali non sono unite così da formare una proposizione. Le due premesse, scritte di solito su due righe diverse, sono enunciate senza congiunzione e il nesso di queste due libere premesse con la conclusione per mezzo di « perciò » non dà luogo a una nuova proposizione composta. Il famoso principio di Cartesio, « Cogito, ergo sum », non è un vero principio, perché non è una proposizione. Esso è un'illazione, o, nella terminologia scolastica, una *consequentia*. Illazioni e *consequentiae*, non essendo proposizioni, non sono né vere né false, poiché verità e falsità appartengono solo alle proposizioni. Esse possono essere valide o meno. Così pure si deve dire del sillogismo tradizionale: non essendo una proposizione esso non è né vero né falso; può essere valido o invalido. Il sillogismo tradizionale è o un'illazione, se è enunciato in termini concreti, oppure una

[3] In Alessandro 47. 9 troviamo un sillogismo in termini concreti con ἄρα: πᾶν ζῷον οὐσία ἐστί, πᾶν ζῷον ἔμψυχόν ἐστι, τὶς ἄρα οὐσία ἔμψυχός ἐστιν. A p. 382. 18 abbiamo un sillogismo complesso a quattro termini variabili con ἄρα: τὸ A παντὶ τῷ B, τὸ δὲ B παντὶ τῷ Γ. τὸ A οὐδενὶ τῷ Δ, τὸ ἄρα Δ οὐδενὶ τῷ Γ.

regola di illazione, se enunciato in variabili. Il significato di una tale regola si può spiegare con l'esempio dato sopra: Se tu dai alle variabili *A*, *B*, *C*, un valore tale che le premesse « *A* appartiene a tutto il *B* » e « *B* appartiene a tutto il *C* » siano vere, allora ti è giocoforza accettare come vera la conclusione « *A* appartiene a tutto il *C* » [3].

Se mai trovate un libro o un articolo in cui non si fa differenza fra il sillogismo aristotelico e il sillogismo tradizionale potete star certi che l'autore o è ignorante di logica o non ha mai visto il testo greco dell'*Organon*. Studiosi quali Waitz, il moderno editore e commentatore dell'*Organon*, Trendelenburg, compilatore degli *Elementa logices Aristoteleae*, Prantl, lo storico della logica, tutti conoscevano bene il testo greco dell'*Organon* e tuttavia non videro la differenza fra il sillogismo aristotelico e tradizionale. Solo Maier sembra aver avvertito per un momento che c'era qui qualcosa che non funzionava, quando domanda che gli sia permesso di sostituire il sillogismo di Aristotele con la forma più familiare e più conveniente della logica più recente; immediatamente dopo egli cita il modo *Barbara* nella solita forma tradizionale senza curarsi delle differenze che egli aveva pur visto fra questa forma e quella di Aristotele e senza neppur dire quali sono le differenze che ha notato[4]. Quando ci rendiamo conto che la differenza fra una tesi e una regola di illazione è, dal punto di vista logico, fondamentale, allora dobbiamo convenire che un'esposizione della logica aristotelica, la quale trascuri quella differenza, non può essere seria. Finora non abbiamo ancora una esposizione genuina della logica aristotelica.

È sempre facile dedurre da una tesi in forma di implicazione la corrispondente regola di illazione. Supponiamo che una proposizione implicazione della forma « Se α, allora β » sia vera; se α è vera, allora, noi possiamo sempre ottenere β per il *modus ponens*, cioè per la regola del distacco, in modo che la regola « α perciò β » è valida. Quando l'antecedente di una tesi-implicazione è una congiunzione, come nel sillogismo aristotelico, allora dobbiamo prima cambiare la forma congiuntiva « Se

[4] Maier, *op. cit.*, vol. ii *a*, p. 74, n. 2: « Es ist villeicht gestattet, hier und im Folgenden die geläufigere Darstellungsform der späteren Logik, die zugleich leichter zu handhaben ist, an die Stelle der aristotelischen zu setzen ». Il modo *Barbara* è citato *ibid.* così:

alles B ist A
alles C ist B
———————
alles C ist A

dove la linea orizzontale sostituisce la parola « perciò ».

α e β, allora γ » nella forma puramente implicativa « Se α, allora se β, allora γ ». Un momento di riflessione basta a convincerci che questa trasformazione è corretta Ora, supponendo che α e β siano premesse vere di un sillogismo, otteniamo la conclusione γ applicando due volte la regola del distacco alla forma puramente implicativa del sillogismo. Se perciò un sillogismo aristotelico della forma « Se α e β, allora γ » è vero, allora il modo tradizionale della forma « α, β, perciò γ » è pure valido. Viceversa sembra impossibile dedurre da un valido modo tradizionale il corrispondente sillogismo aristotelico, attraverso qualsiasi nota regola di logica. [4].

§ 9. *Le figure sillogistiche*

Ci sono alcuni problemi connessi con la logica aristotelica, i quali sono di interesse storico, ma non hanno grande importanza logico-teoretica. Fra questi è il problema delle figure sillogistiche. A mio parere la divisione dei sillogismi in figure ha solo uno scopo pratico: vogliamo essere sicuri che non abbiamo omesso nessun modo sillogistico vero [5].

Aristotele divise i modi sillogistici in tre figure. La descrizione più breve e chiara delle figure si trova non nella parte sistematica della *Analitica Prima*, ma nei capitoli seguenti. Egli dice: se vogliamo provare sillogisticamente *A* di *B*, dobbiamo prendere qualcosa comune ad ambedue e questo è possibile in tre modi, cioè predicando o *A* di *C* e *C* di *B*, oppure *C* di ambedue, oppure ambedue di *C*. Queste sono le tre figure di cui abbiamo parlato ed è chiaro che ogni sillogismo dev'essere fatto in una di queste figure[5].

Segue da ciò che *A* è il predicato e *B* il soggetto della conclusione che dobbiamo provare sillogisticamente. *A* è chiamato, come vedremo in seguito, il termine maggiore; *B* il termine minore; *C* il termine medio. La posizione del termine medio come soggetto o predicato delle premesse è il criterio con cui Aristotele divide i modi sillogistici in figure. Aristotele dice espressamente che potremo riconoscere le figure dalla posizione del termine medio[6]. Nella prima figura il termine medio è soggetto del termine maggiore e predicato del minore; nella seconda figura è predicato, nella

[5] Aα 23, 40^b 30 εἰ δὲ δέοι τὸ Α κατὰ τοῦ Β συλλογίσασθαι ἢ ὑπάρχον ἢ μὴ ὑπάρχον, ἀνάγκη λαβεῖν τι κατά τινος. 41^a 13 εἰ οὖν ἀνάγκη μέν τι λαβεῖν πρὸς ἄμφω κοινόν, τοῦτο δ' ἐνδέχεται τριχῶς (ἢ γὰρ τὸ Α τοῦ Γ καὶ τὸ Γ τοῦ Β κατηγορήσαντας, ἢ τὸ Γ κατ'ἀμφοῖν, ἢ ἄμφω κατὰ τοῦ Γ), ταῦτα δ' ἐστὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, φανερὸν ὅτι πάντα συλλογισμὸν ἀνάγκη γίνεσθαι διὰ τούτων τινὸς τῶν σχημάτων.

[6] *Ibid.* 32, 47^b 13 τῇ τοῦ μέσου θέσει γνωριοῦμεν τὸ σχῆμα.

terza è soggetto di ambedue gli altri termini. Aristotele tuttavia sbaglia quando dice che ogni sillogismo deve essere in una di queste tre figure. C'è una quarta possibilità, cioè che il mezzo termine sia predicato del maggiore e soggetto del minore. I modi di questo tipo sono ora trattati come appartenenti alla quarta figura [6].

Nel passo citato è sfuggita ad Aristotele questa quarta possibilità, sebbene alcuni capitoli più oltre egli stesso dia una dimostrazione con un sillogismo in quarta figura. È ancora lo stesso problema: dobbiamo provare *A* di *E* sillogisticamente, dove *A* è il termine maggiore, *E* il minore [7]. Aristotele dà indicazioni pratiche su come risolvere il problema. Dobbiamo costruire una lista di proposizioni universali aventi i termini *A* ed *E* come soggetto o predicato. In questa lista avremo quattro tipi di proposizioni universali (ometto le proposizioni negative):

« *B* appartiene ad ogni *A* »,
« *A* appartiene ad ogni *C* »,
« *Z* appartiene ad ogni *E* »,
« *E* appartiene ad ogni *H* ».

Ciascuna delle lettere *B*, *C*, *Z*, *H*, rappresentano un termine qualsiasi che adempia le condizioni stabilite sopra. Quando troviamo fra i *C* un termine identico con uno dei termini che si trovano fra gli *Z*, allora abbiamo due premesse con un termine comune, per es. *Z*: « *A* appartiene ad ogni *Z* » e « *Z* appartiene ad ogni *E* », e allora la proposizione « *A* appartiene ad ogni *E* » è provata nel modo *Barbara*.

Supponiamo ora che non si possa provare la proposizione universale « *A* appartiene ad ogni *E* », perché gli *E* e gli *Z* non hanno alcun termine comune; ma supponiamo di voler provare almeno la proposizione particolare « *A* appartiene a qualche *E* ». La potremo provare in due diversi modi: se c'è fra i *C* un termine identico con un termine *H*, per es., *H*, otterremo il modo *Darapti* della terza figura:

« *A* appartiene ad ogni *H* »,
« *E* appartiene ad ogni *H* »,
perciò « *A* deve appartenere a qualche *E* ».

Ma c'è anche un altro modo, quando cioè troviamo fra i termini *H* un termine identico a uno dei *B*, per es. *B*; possiamo allora avere un sillogismo con le premesse

« *E* appartiene ad ogni *B* »
e « *B* appartiene ad ogni *A* »,

dalle quali deduciamo la proposizione « A appartiene a qualche E », convertendo la conclusione « E appartiene ad ogni A » che si ottiene per il modo *Barbara* dalle premesse date[7].

Quest'ultimo sillogismo:

« Se E appartiene ad ogni B
e B appartiene ad ogni A,
allora A appartiene a qualche E »,

non è un modo della prima figura, né della seconda, né della terza. È un sillogismo in cui il mezzo termine B è predicato del termine maggiore A e soggetto del termine minore E. Esso è il modo *Bramantip* della quarta figura. Esso è tuttavia valido quanto ogni altro fra i modi aristotelici. Aristotele lo chiama un « sillogismo invertito » (ἀντεστραμμένος συλλογισμός) perché egli prova questo sillogismo invertendo la conclusione del modo *Barbara* [8].

Ci sono due altri modi, cioè *Camestres* della seconda figura e *Disamis* della terza, che Aristotele prova alla stessa maniera, convertendo la conclusione di due modi della prima figura. Consideriamo la dimostrazione di *Disamis*:

« Se R appartiene ad ogni S
e P appartiene ad ogni S,
allora P appartiene a qualche R ».

Poiché la seconda premessa si può convertire in: « S appartiene a qualche P », otteniamo nel modo *Darii* la conclusione: « R appartiene a qualche P ». Convertendo questa conclusione nella: « P appartiene a qualche R », otteniamo la prova di *Disamis*. Aristotele applica qui la conversione alla conclusione del modo *Darii*, da cui risulta un altro sillogismo della quarta figura, chiamato *Dimaris*:

[7] Αα 28, 44[a] 12-35 ἔστω γὰρ τὰ μὲν ἑπόμενα τῷ Α ἐφ' ὧν Β, οἷς δ' αὐτὸ ἕπεται, ἐφ' ὧν Γ... πάλιν δὲ τῷ Ε τὰ μὲν ὑπάρχοντα, ἐφ' οἷς Ζ, οἷς δ' αὐτὸ ἕπεται, ἐφ' οἷς Η.... εἰ μὲν οὖν ταὐτό τι ἔσται τῶν Γ τινὶ τῶν Ζ, ἀνάγκη τὸ Α παντὶ τῷ Ε ὑπάρχειν· τὸ μὲν γὰρ Ζ παντὶ τῷ Ε, τῷ δὲ Γ παντὶ τὸ Α, ὥστε παντὶ τῷ Ε τὸ Α. εἰ δὲ τὸ Γ καὶ τὸ Η ταὐτόν, ἀνάγκη τινὶ τῶν Ε τὸ Α ὑπάρχειν· τῷ μὲν γὰρ Γ τὸ Α, τῷ δὲ Η τὸ Ε παντὶ ἀκολουθεῖ.... εἰ δὲ τῷ Η τὸ Β ταὐτόν, ἀντεστραμμένος ἔσται συλλογισμός· τὸ μὲν γὰρ Ε τῷ Α ὑπάρξει παντί, τὸ γὰρ Β τῷ Α, τὸ δὲ Ε τῷ Β (ταὐτὸν γὰρ ἦν τῷ Η)· τὸ δὲ Α τῷ Ε παντὶ μὲν οὐκ ἀνάγκη ὑπάρχειν, τινὶ δ' ἀνάγκη διὰ τὸ ἀντιστρέφειν τὴν καθόλου κατηγορίαν τῇ κατὰ μέρος. Leggo τὴν καθόλου κατηγορίαν τῇ con il codice B (v. Waitz, 196; la nota in calce del Bekker a 44 a 34 sembra essere un errore di stampa) e con Alessandro 306. 16, contro τῇ καθόλου κατηγορίᾳ τὴν come hanno Bekker e Waitz. Mi compiaccio di vedere che questa lezione è accettata pure da Sir David Ross.

« Se R appartiene ad ogni S
e S appartiene a qualche P,
allora P appartiene a qualche R » [8] [9]

Tutte queste deduzioni sono logicamente corrette e così pure sono corretti i modi che attraverso di esse si ottengono. Aristotele sa, invero, che oltre ai quattordici modi della prima, seconda e terza figura che egli stabilisce sistematicamente nei primi capitoli dell'*Analitica prima* si danno altri sillogismi veri. Due di questi sono citati da lui alla fine della sua esposizione sistematica. È evidente, egli dice, che in tutte le figure, quando un sillogismo non risulta, se tutti e due i termini sono affermativi o negativi non segue affatto niente di necessario; ma se uno è affermativo e l'altro negativo e se il negativo è affermato in universale allora risulta sempre un sillogismo che connette il termine minore al maggiore, per es., se A appartiene ad ogni o a qualche B e B appartiene a nessun C; perché di fatto, se si convertono le premesse, sarà necessario che C non appartenga a qualche A[9]. Dalla seconda premessa addotta qui da Aristotele otteniamo per conversione la proposizione « C appartiene a nessun B », dalla prima premessa otteniamo « B appartiene a qualche A » e da queste due premesse risulta, secondo il modo *Ferio* della prima figura, la conclusione « C non appartiene a qualche A ». Sono così provati due nuovi modi sillogistici, che si dissero in seguito *Fesapo* e *Fresison*:

Se A appartiene ad ogni B	Se A appartiene a qualche B
e B appartiene a nessun C,	e B appartiene a nessun C
allora C non appartiene a qualche A.	allora C non appartiene a qualche A.

Aristotele chiama il termine minore C e il termine maggiore A perché considera le premesse dal punto di vista della prima figura. Dice perciò

[8] Αα 6, 28[b] 7 εἰ γὰρ τὸ μὲν Ρ παντὶ τῷ Σ τὸ δὲ Π τινί, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ Ρ ὑπάρχειν. ἐπεὶ γὰρ ἀντιστρέφει τὸ καταφατικόν, ὑπάρξει τὸ Σ τινὶ τῷ Π, ὥστ' ἐπεὶ τὸ μὲν Ρ παντὶ τῷ Σ, τὸ δὲ Σ τινὶ τῷ Π, καὶ τὸ Ρ τινὶ τῷ Π ὑπάρξει· ὥστε τὸ Π τινὶ τῷ Ρ. Questo passo confuta l'affermazione di Friederich Solmsen che Aristotele non voleva applicare il procedimento della conversione alla conclusione. *Die Entstehung der aristotelischen Logik und Rhetorik*, Berlino (1929), p. 55: « Die Umkehrung dringt in die conclusio ein, in der Aristateles sie nicht kennen wollte ».

[9] Αα 7, 29[a] 19 δῆλον δὲ καὶ ὅτι ἐν ἅπασι τοῖς σχήμασιν, ὅταν μὴ γίνηται συλλογισμός, κατηγορικῶν μὲν ἢ στερητικῶν ἀμφοτέρων ὄντων τῶν ὅρων οὐδὲν ὅλως γίνεται ἀναγκαῖον, κατηγορικοῦ δὲ καὶ στερητικοῦ, καθόλου ληφθέντος τοῦ στερητικοῦ, ἀεὶ γίνεται συλλογισμὸς τοῦ ἐλάττονος ἄκρου πρὸς τὸ μεῖζον, οἷον εἰ τὸ μὲν Α παντὶ τῷ Β ἢ τινί, τὸ δὲ Β μηδενὶ τῷ Γ· ἀντιστρεφομένων γὰρ τῶν προτάσεων ἀνάγκη τὸ Γ τινὶ τῷ Α μὴ ὑπάρχειν.

che dalle premesse date risulterà una conclusione in cui il termine minore è predicato del maggiore [10].

Tre altri sillogismi che appartengono alla quarta figura sono menzionati da Aristotele all'inizio del Libro II dell'*Analitica Prima*. Egli afferma che tutti i sillogismi universali (cioè i sillogismi con conclusione universale) danno più di un risultato e dei sillogismi particolari, l'affermativo dà più di una conclusione, il negativo ne dà una sola. La ragione è che tutte le premesse sono convertibili, eccetto la particolare negativa, e la conclusione dice qualcosa di qualcosa, cioè è una premessa. Per conseguenza tutti i sillogismi, tranne il particolare negativo, danno più di una conclusione, per es., se si è provato che *A* appartiene ad ogni o a qualche *B*, allora *B* deve appartenere a qualche *A*; e se si è provato che *A* appartiene a nessun *B*, allora *B* appartiene a nessun *A*. Questa è una conclusione diversa dalla prima. Ma se *A* non appartiene a qualche *B*, allora non è necessario che *B* non debba appartenere a qualche *A*, perché è possibile che appartenga a tutti gli *A* [10].

Vediamo da questo passo che Aristotele conosce i modi della quarta figura che furono in seguito chiamati *Bramantip*, *Camenes* e *Dimaris* e che egli li ottiene per conversione dei modi *Barbara*, *Celarent* e *Darii*. La conclusione di un sillogismo è una proposizione che dice qualcosa di qualcosa, cioè è una premessa e perciò si possono ad essa applicare le leggi della conversione. È importante notare che una proposizione del tipo « *A* appartiene a nessun *B* » è considerata da Aristotele come diversa da una del tipo « *B* appartiene a nessun *A* ».

Segue da questi fatti che Aristotele conosce e accetta tutti i modi della quarta figura. E ciò va sottolineato contro l'opinione di alcuni filosofi secondo i quali egli avrebbe rigettato questi modi. Questo sarebbe un errore in logica, il quale non si può imputare ad Aristotele. Il suo solo errore è l'omissione di questi modi nella divisione sistematica dei sillogismi. Noi non sappiamo perché egli li omise. Ragioni filosofiche si devono escludere, come vedremo in seguito. La spiegazione più probabile è data, a

[10] Aβ 1, 53ᵃ 4 οἱ μὲν καθόλου [συλλογισμοὶ] πάντες ἀεὶ πλείω συλλογίζονται, τῶν δ' ἐν μέρει οἱ μὲν κατηγορικοὶ πλείω, οἱ δ' ἀποφατικοὶ τὸ συμπέρασμα μόνον. αἱ μὲν γὰρ ἄλλαι προτάσεις ἀντιστρέφουσιν, ἡ δὲ στερητικὴ οὐκ ἀντιστρέφει· τὸ δὲ συμπέρασμα τὶ κατά τινός ἐστιν. ὥσθ' οἱ μὲν ἄλλοι συλλογισμοὶ πλείω συλλογίζονται, οἷον εἰ τὸ A δέδεικται παντὶ τῷ B ἢ τινί, καὶ τὸ B τινὶ τῷ A ἀναγκαῖον ὑπάρχειν· καὶ εἰ μηδενὶ τῷ B τὸ A, οὐδὲ τὸ B οὐδενὶ τῷ A. τοῦτο δ' ἕτερον τοῦ ἔμπροσθεν. εἰ δὲ τινὶ μὴ ὑπάρχει, οὐκ ἀνάγκη καὶ τὸ B τινὶ τῷ A μὴ ὑπάρχειν· ἐνδέχεται γὰρ παντὶ ὑπάρχειν.

mio parere, da Bocheński, il quale suppone [11] che *A*α7 e *A*β1, dove questi modi sono menzionati, siano stati composti da Aristotele in un'epoca posteriore all'esposizione sistematica dei capp. 4 - 6 di *A*α. Questa ipotesi sembra a me la più probabile, dato che ci sono parecchi altri punti dell'*Analitica Prima* i quali suggeriscono l'ipotesi che il contenuto dottrinale dell'opera sia andato sviluppandosi durante la sua composizione. Aristotele non ebbe tempo di ordinare sistematicamente tutte le scoperte che aveva fatto e lasciò la continuazione della sua opera logica al discepolo Teofrasto. Questi invero trovò per i modi della quarta figura, che erano « senza tetto » nel sistema di Aristotele, un posto fra i modi della prima figura[12]. A questo scopo egli dovette introdurre una leggera modifica nella definizione aristotelica della prima figura: invece di dire che nella prima figura il termine medio è soggetto del maggiore e predicato del minore, come dice Aristotele[13], Teofrasto dice generalmente che nella prima figura il termine medio è soggetto di una premessa e predicato dell'altra. Alessandro ripete questa definizione, che viene probabilmente da Teofrasto, e sembra non accorgersi che essa è diversa dalla definizione aristotelica della prima figura[14]. La correzione di Teofrasto è comunque una soluzione del problema delle figure sillogistiche, altrettanto buona quanto l'aggiunta di una quarta figura.

§ 10. *I termini maggiore, medio e minore*

C'è ancora nell'*Analitica Prima* un altro errore di Aristotele, che ha più serie conseguenze. Esso riguarda la definizione dei termini maggiore, medio e minore come essa è data nella caratterizzazione della prima figura. Questa comincia così: « Quando tre termini sono riferiti l'uno all'altro così che l'ultimo è contenuto nel medio e il medio è contenuto o no nel primo, gli estremi devono formare un sillogismo perfetto ». Così comincia

[11] I. M. Bocheński, O. P., *La Logique de Théophraste*, Collectanea Friburgensia, Nouvelle Série, fasc. XXXII, Fribourg en Suisse (1947), p. 59.

[12] Alessandro 69. 27 θεόφραστος δὲ προστίθησιν ἄλλους πέντε τοῖς τέσσαρσι τούτοις οὐκέτι τελείους οὐδ' ἀναποδείκτους ὄντας, ὧν μνημονεύει καὶ ὁ 'Αριστοτέλης, τῶν μὲν ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ προελθών, τῶν δὲ ἐν τῷ μετὰ τοῦτο τῷ δευτέρῳ κατ' ἀρχάς. Cf. *ibid.* 110. 12.

[13] Cf. *supra* n. 5.

[14] Alessandro 258. 17 (ad Aα 23) ἡ δὲ τοῦ μέσου σχέσις πρὸς τά, ὧν λαμβάνεται μέσον, τριχῶς γίνεται (ἢ γὰρ ἐν μέσῳ τίθεται αὐτῶν τῷ μὲν ὑποκείμενος αὐτῶν τοῦ δὲ κατηγορούμενος, ἢ ἀμφοτέρων κατηγορεῖται, ἢ ἀμφοτέροις ὑπόκειται). *Ibid.* 349. 5 (ad Aα 32) ἂν μὲν γὰρ ὁ μέσος ἐν ἀμφοτέραις ὢν ταῖς προτάσεσιν οὕτως ᾖ ὡς τοῦ μὲν κατηγορεῖσθαι αὐτῶν τῷ δὲ ὑποκεῖσθαι, πρῶτον ἔσται σχῆμα.

Aristotele; nell'enunciazione seguente egli spiega cosa intende per termine medio: « Chiamo medio quel termine che è contenuto in un altro e che contiene un altro in sé, che diventa medio anche per la posizione »[15]. Aristotele poi esamina le forme sillogistiche della prima figura con premesse universali senza usare le espressioni « termine maggiore » e « termine minore ». Queste espressioni ricorrono per la prima volta quando viene a trattare dei modi della prima figura con premesse particolari. Qui troviamo le spiegazioni seguenti: « Chiamo termine maggiore quello in cui il termine medio è contenuto e termine minore quello che viene sotto il medio » [16] [18]. Queste spiegazioni del termine maggiore e minore, come quella del termine medio, sono espresse in forma del tutto generica. Sembra che Aristotele le voglia applicare a tutti i modi della prima figura[17]. Se però egli pensava davvero che queste spiegazioni fossero valide per tutti i casi, allora sbagliava.

Di fatto queste spiegazioni si possono applicare solo a sillogismi in *Barbara* con termini concreti e con premesse vere, per es.:

(1) Se tutti gli uccelli sono animali
e tutti i corvi sono uccelli,
allora tutti i corvi sono animali.

In questo sillogismo c'è un termine, « uccello », che è contenuto in un altro termine, « animale », e contiene in sé un terzo termine, « corvo ». Secondo la spiegazione data « uccello » sarebbe il termine medio. Di conseguenza « animale » sarebbe il termine maggiore e « corvo » il termine minore. È evidente che il termine maggiore è chiamato così perché è il più grande in estensione come il minore è il più piccolo.

Ora noi sappiamo che i sillogismi con termini concreti sono solo applicazioni di leggi logiche, ma non appartengono alla logica essi stessi. Il modo *Barbara* come legge logica si deve enunciare in variabili:

(2) Se ogni B è A
e ogni C è B,
allora ogni C è A.

[15] Aα 4, 25ᵇ 32 ὅταν οὖν ὅροι τρεῖς οὕτως ἔχωσι πρὸς ἀλλήλους ὥστε τὸν ἔσχατον ἐν ὅλῳ εἶναι τῷ μέσῳ καὶ τὸ μέσον ἐν ὅλῳ τῷ πρώτῳ ἢ εἶναι ἢ μὴ εἶναι, ἀνάγκη τῶν ἄκρων εἶναι συλλογισμὸν τέλειον. καλῶ δὲ μέσον μὲν ὃ καὶ αὐτὸ ἐν ἄλλῳ καὶ ἄλλο ἐν τούτῳ ἐστίν, ὃ καὶ τῇ θέσει γίνεται μέσον.

[16] *Ibid.* 26ᵃ 21 λέγω δὲ μεῖζον μὲν ἄκρον ἐν ᾧ τὸ μέσον ἐστίν, ἔλαττον δὲ τὸ ὑπὸ τὸ μέσον ὄν.

[17] Maier, *op. cit.*, vol. ii *a*, pp. 49, 55, in realtà le tratta come definizioni valide per tutti i modi della prima figura.

A questa legge logica non si possono applicare le spiegazioni date da Aristotele, perché non è possibile determinare alcuna relazione estensionale fra variabili. Si può dire che B è il soggetto nella prima premessa e il predicato nella seconda, ma non è possibile stabilire che B è contenuto in A o che contiene C [11], perché il sillogismo (2) è vero per tutti i valori delle variabili A, B, C, anche per quelli che non verificano le sue premesse, cioè anche se formano premesse false. Si prenda « uccello » per A, « corvo » per B, « animale » per C; otterremo il seguente sillogismo vero: [2]

(3) Se tutti i corvi sono uccelli
e tutti gli animali sono corvi
allora tutti gli animali sono uccelli.

I rapporti estensionali dei termini « corvo », « uccello », « animale » sono ovviamente indipendenti dai modi sillogistici e rimangono le stesse nel sillogismo (3) e nel (1); ma il termine « uccello » in (3) non è più termine medio come era in (1); in (3) il mezzo termine è « corvo » perché si trova in ambedue le premesse, e il termine medio deve essere comune ad ambedue le premesse. Questa è la definizione del termine medio accettata da Aristotele per tutte e tre le figure[18]. Questa definizione generale è incompatibile con la speciale spiegazione data da Aristotele per la prima figura. La spiegazione speciale del termine medio è ovviamente errata. È anche evidente che le spiegazioni dei termini maggiore e minore che Aristotele dà per la prima figura sono pure errate.

Aristotele non dà una definizione dei termini maggiore e minore valida per tutte le figure, ma praticamente tratta il predicato della conclusione come termine maggiore e il soggetto della conclusione come termine minore. È facile vedere quanto ingannevole sia questa terminologia: nel sillogismo (3) il termine maggiore « uccello » è più piccolo in estensione che il termine minore « animale ». Se il lettore trova difficile accettare il sillogismo (3) dato che la sua minore è falsa, può leggere « alcuni animali » invece di « tutti gli animali ». Allora il sillogismo:

(4) Se tutti i corvi sono uccelli
e alcuni animali sono corvi,
allora alcuni animali sono uccelli

è un sillogismo valido del modo *Darii*, con premesse vere. E qui di nuovo, come nel sillogismo (3), il termine più grande « animale » è il termine

[18] Aα 32, 47ᵃ 38 μέσον δὲ θετέον τῶν ὅρων τὸν ἐν ἀμφοτέραις ταῖς προτάσεσι λεγόμενον· ἀνάγκη γὰρ τὸ μέσον ἐν ἀμφοτέραις ὑπάρχειν ἐν ἅπασι τοῖς σχήμασι.

minore [12], « uccello », che è medio in estensione, è il termine maggiore; e il più piccolo, « corvo », è il termine medio.

Le difficoltà che abbiamo incontrato sono anche maggiori quando prendiamo come esempi sillogismi con premesse negative, per es. il modo *Celarent*:

Se nessun B è A
e ogni C è B,
allora nessun C è A.

B è il termine medio. Ma forse che adempie le condizioni stabilite da Aristotele per la prima figura? Certamente no. E quale dei termini C e A è il maggiore e quale il minore? Come possiamo confrontare questi termini per rispetto alla loro estensione? Non c'è alcuna risposta positiva a queste ultime domande, dato che esse risultano da un'origine errata[19].

§ 11. *Storia di un errore*

La difettosa definizione dei termini maggiore e minore che Aristotele dà per la prima figura e l'ingannevole terminologia che egli usa, furono già anticamente una fonte di difficoltà. Il problema si pose per il caso della seconda figura. Tutti i modi di questa figura hanno una conclusione negativa e i primi due modi, detti in seguito *Cesare* e *Camestres*, danno una conclusione negativa universale. Dalle premesse « M appartiene ad ogni N » e « M appartiene a nessun X » segue la conclusione « X appartiene a nessun N » e, attraverso la conversione di questa, otteniamo una seconda conclusione « N appartiene a nessun X ». In tutti e due i sillogismi M è il termine medio; ma come facciamo a decidere quale dei due termini che rimangono è il termine maggiore e quale è il minore? Si danno termini maggiori e minori « per natura » (φύσει) o sono i termini maggiori o minori solo « per convenzione » (θέσει)[20] [13]?

[19] Non abbiamo nessuna garanzia, come giustamente osserva Keynes (*op. cit.* p. 286), che il termine maggiore sarà il più grande in estensione e il minore il più piccolo, quando una delle premesse è negativa o particolare. Così, continua Keynes, il « sillogismo " Nessun M è P, Ogni S è M, perciò nessun S è P " dà in un caso [qui segue nel testo un diagramma che rappresenta tre cerchi, M, P, S, uno grande, S, incluso in uno più grande, M, e fuori di essi uno piccolo, P], dove il termine maggiore può essere il più piccolo in estensione, e il medio il più grande ». Keynes tuttavia dimentica che non è lo stesso disegnare un piccolo cerchio P fuori di un grande cerchio S, e affermare che P è il più piccolo in estensione che S. I termini si possono paragonare fra loro solo quando uno di essi è contenuto nell'altro.

[20] Alessandro 72. 17 ζητεῖται, εἰ φύσει ἐν δευτέρῳ σχήματι μείζων τίς ἐστι καὶ ἐλάττων ἄκρος, καὶ τίνι οὗτος κριθήσεται.

Tali problemi, secondo Alessandro, erano stati sollevati dai Peripatetici. Essi vedevano che in una premessa universale affermativa ci può essere un termine maggiore che è tale per natura, perché in tali premesse il predicato è più esteso (ἐπὶ πλέον) che il soggetto, ma questo non è vero per le premesse negative universali[21]. Non ci è possibile, per es., stabilire quale dei due termini « uccello » e « uomo » sia maggiore, perché è ugualmente vero che « nessun uomo è uccello » e che « nessun uccello è uomo ». Ermino, il maestro di Alessandro, cercò di rispondere a questa questione modificando il senso dell'espressione « termine maggiore ». Egli dice che di due termini, quali « uomo » e « uccello », il maggiore è quello che in una classificazione sistematica degli animali è il più vicino al genere comune « animale ». Nel nostro caso questo sarebbe il termine « uccello »[22]. Alessandro ha ragione di rigettare questa teoria e l'elaborazione di Ermino; ma egli rigetta anche l'opinione che il termine maggiore sia il predicato della conclusione. In questo caso, egli dice, il termine maggiore non sarebbe fisso, dato che la premessa negativa universale è convertibile e quello che finora era un termine maggiore tutto d'un tratto diventerebbe un minore e dipenderebbe da noi fare maggiore o minore lo stesso termine[23]. La sua soluzione si basa sulla supposizione che quando formiamo un sillogismo, scegliamo le premesse per un problema dato, concepito come conclusione. Il predicato di questa conclusione è il termine maggiore e non importa se noi poi convertiamo questa conclusione o no: nel problema come esso ci è dato da principio il termine maggiore era e rimane il predicato[24]. Alessandro dimentica che, quando formiamo un sillogismo, non sempre scegliamo premesse per una data conclusione, ma qualche volta deduciamo nuove conclusioni da premesse date [14].

Il problema fu risolto solo dopo Alessandro. Ciò che scrive a questo proposito Giovanni Filopono, merita di essere considerato come classico.

[21] *Ibid.* 72. 24 ἐπὶ μὲν γὰρ τῶν καταφατικῶν μείζων ὁ κατηγορούμενος καθόλου, ὅτι καὶ ἐπὶ πλέον· διὰ τούτου γὰρ οὐδὲ ἀντιστρέφει· ὥστε φύσει αὐτῷ τὸ μείζονα εἶναι ὑπάρχει. ἐπὶ δὲ τῶν καθόλου ἀποφατικῶν οὐκέτι τοῦτο ἀληθές.

[22] *Ibid.* 27. Ἑρμῖνος οἴεται, ἐν δευτέρῳ σχήματι τὸν μείζονα ἄκρον εἶναι . . . τὸν ἐγγύτερον τοῦ κοινοῦ γένους αὐτῶν (ἂν γὰρ ὦσιν οἱ ἄκροι ὄρνεον καὶ ἄνθρωπος, ἐγγυτέρω τοῦ κοινοῦ γένους αὐτῶν, τοῦ ζῴου, τὸ ὄρνεον τοῦ ἀνθρώπου καὶ ἐν τῇ πρώτῃ διαιρέσει διὸ καὶ μείζων ἄκρος τὸ ὄρνεον).

[23] *Ibid.* 75. 10 ἀλλ' οὐδὲ ἁπλῶς πάλιν ῥητέον μείζονα τὸν ἐν τῷ συμπεράσματι τοῦ συλλογισμοῦ κατηγορούμενον, ὡς δοκεῖ τισιν· οὐδὲ γὰρ οὗτος δῆλος· ἄλλοτε γὰρ ἄλλος ἔσται καὶ οὐχ ὡρισμένος τῷ ἀντιστρέφειν τὴν καθόλου ἀποφατικήν, καὶ ὁ τέως μείζων αὖθις ἐλάττων, καὶ ἐφ' ἡμῖν ἔσται τὸν αὐτὸν καὶ μείζω καὶ ἐλάττω ποιεῖν.

[24] *Ibid.* 75. 26 τὸν δὴ ἐν τῷ προκειμένῳ προβλήματι εἰς τὴν δεῖξιν κατηγορούμενον τοῦτο θετέον μείζονα· καὶ γὰρ εἰ ἀντιστρέφει καὶ διὰ τοῦτο γίνεται ὁ αὐτὸς καὶ ὑποκείμενος, ἀλλ' ἔν γε τῷ ἡμῖν εἰς τὸ δεῖξαι προκειμένῳ κατηγορούμενος ἦν τε καὶ μένει.

Secondo Filopono possiamo definire il termine maggiore per la prima figura a sé, oppure per le tre figure assieme. Nella prima figura il termine maggiore è predicato del medio e il minore è soggetto del medio. Questa definizione non si può dare per le altre due figure, perché nelle altre figure il rapporto degli estremi al termine medio è lo stesso. Dobbiamo perciò accettare come regola comune per tutte le figure che il termine maggiore è il predicato della conclusione e il minore è il soggetto della conclusione[25]. Che questa regola sia solo una convenzione segue da un altro passo di Filopono, dove leggiamo che i modi universali della seconda figura hanno un termine maggiore e uno minore solo per convenzione, non per natura[26].

§ 12. *L'ordine delle premesse*

Attorno alla logica di Aristotele sono sorti alcuni strani pregiudizi filosofici che non hanno alcuna spiegazione razionale. Uno di questi è il pregiudizio contro la quarta figura, che manifesta a volte una strana avversione contro di essa; un altro è la gratuita opinione che la premessa maggiore dev'essere enunciata per prima in tutti i sillogismi.

Dal punto di vista della logica l'ordine delle premesse nel sillogismo aristotelico è arbitrario, perché le premesse del sillogismo formano una congiunzione e i membri di una congiunzione sono commutabili. È una pura convenzione che la premessa maggiore venga enunciata per prima. Tuttavia alcuni filosofi, quali Waitz o Maier, sostengono che l'ordine delle premesse è fisso. Waitz critica Apuleio perché cambia quest'ordine[27], e Maier rigetta l'opinione di Trendelenburg, secondo la quale Aristotele non fissa l'ordine delle premesse[28]. In nessuno dei due casi si porta alcun argomento.

[25] Filopono 67. 19 ἴδωμεν πρότερον καὶ τίς ἐστι μείζων ὅρος καὶ τίς ἐλάττων. τοῦτο δὲ δυνατὸν μὲν καὶ κοινῶς ἐπὶ τῶν τριῶν σχημάτων διορίσασθαι καὶ ἰδίᾳ ἐπὶ τοῦ πρώτου. καὶ ἰδίᾳ μὲν ἐπὶ τοῦ πρώτου σχήματος μείζων ὅρος ἐστὶν ὁ τοῦ μέσου κατηγορούμενος, ἐλάττων δὲ ὁ τῷ μέσῳ ὑποκείμενος. καὶ τοῦτο μὲν ἰδιαζόντως ἐπὶ τοῦ πρώτου λέγομεν, ἐπειδὴ ὁ μέσος ἐν τῷ πρώτῳ τοῦ μὲν κατηγορεῖται τῷ δὲ ὑπόκειται. ἀλλ' ἐπειδὴ κατ' οὐδέτερον τῶν ἄλλων σχημάτων διάφορον ἔχουσι σχέσιν οἱ ἄκροι πρὸς τὸν μέσον, δῆλον ὅτι οὐκέτι ἁρμόσει ἡμῖν οὗτος ὁ προσδιορισμὸς ἐπ' ἐκείνων. χρηστέον οὖν κοινῷ κανόνι, ἐπὶ τῶν τριῶν σχημάτων τούτῳ, ὅτι μείζων ἐστὶν ὅρος ὁ ἐν τῷ συμπεράσματι κατηγορούμενος, ἐλάττων δὲ ὁ ἐν τῷ συμπεράσματι ὑποκείμενος.

[26] *Ibid.* 87. 10 τὸ δὲ μεῖζον ἄκρον ἐν τούτῳ τῷ σχήματι τῶν δύο προτάσεων καθόλου οὐσῶν οὐκ ἔστι φύσει ἀλλὰ θέσει.

[27] Waitz, *op. cit.*, vol. i, p. 380: « Apuleius in hunc errorem se induci passus est, ut propositionum ordinem immutaverit ».

[28] Maier, *op. cit.*, vol. ii *a*, p. 63: « Darnach ist Trendelenburg's Auffassung, dass Aristoteles die Folge der Prämissen frei lasse, falsch. Die Folge der Prämissen ist vielmehr festgelegt ». Non è chiaro per me a quale ragione egli si vuol riferire con *darnach*.

Io non so chi sia l'autore dell'opinione che l'ordine delle premesse debba essere fisso. Certo non Aristotele. Per quanto Aristotele non abbia dato una definizione dei termini maggiore e minore valida per tutte e tre le figure, è sempre facile determinare quale termine e quale premessa sono considerati da lui come maggiore e quale come minore. Aristotele, nella esposizione sistematica della sillogistica, usa diverse lettere per designare i diversi termini; per ciascuna figura egli mette le lettere in ordine alfabetico (θέσις) e dice esplicitamente quale termine è denotato da ogni lettera data. Così per la prima figura abbiamo *A*, *B*, *C*; *A* è il termine maggiore, *B* il medio e *C* il minore[29]. Per la seconda figura abbiamo le lettere *M*, *N*, *X*, dove *M* è il termine medio, *N* il maggiore e *X* il minore[30]. Per la terza figura abbiamo le lettere *P*, *R*, *S*, dove *P* è il termine maggiore, *R* il minore, *S* il medio[31].

In tutti i modi della prima e della seconda figura e in due modi della terza, cioè in *Darapti* e *Ferison*, Aristotele enuncia la premessa maggiore per prima[32]. Negli altri modi della terza figura, cioè in *Felapton*, *Disamis*, *Datisi* e *Bocardo*, la minore è enunciata per prima[33]. L'esempio più cospicuo è il modo *Datisi*. Questo modo è formulato due volte nel medesimo capitolo; in ambedue le formulazioni le lettere usate sono le medesime, ma le premesse sono invertite. La prima formulazione è: Se *R* appartiene a qualche *S* e *P* ad ogni *S*, *P* deve appartenere a qualche *R*[34]. La prima premessa di questo sillogismo è la premessa minore, perché contiene il

[29] Ciò segue dalla definizione che Aristotele ha dato della prima figura; vedi sopra n. 15. Cf. Alessandro 54. 12 ἔστω γὰρ μείζων μὲν ἄκρος τὸ Α, μέσος δὲ ὅρος τὸ Β, ἐλάττων δὲ ἄκρος τὸ Γ.

[30] Αα 5, 26b 34 ὅταν δὲ τὸ αὐτὸ τῷ μὲν παντὶ τῷ δὲ μηδενὶ ὑπάρχῃ, ἢ ἑκατέρῳ παντὶ ἢ μηδενί, τὸ μὲν σχῆμα τὸ τοιοῦτον καλῶ δεύτερον, μέσον δὲ ἐν αὐτῷ λέγω τὸ κατηγορούμενον ἀμφοῖν, ἄκρα δὲ καθ' ὧν λέγεται τοῦτο, μεῖζον δὲ ἄκρον τὸ προς τῷ μέσῳ κείμενον, ἔλαττον δὲ τὸ πορρωτέρω τοῦ μέσου. τίθεται δὲ τὸ μέσον ἔξω μὲν τῶν ἄκρων, πρῶτον δὲ τῇ θέσει. Cf. Alessandro 78.1 χρῆται γὰρ στοιχείοις οὐ τοῖς Α, Β, Γ, οἷς ἐν τῷ πρώτῳ σχήματι, ἀλλὰ τοῖς Μ, Ν, Ξ, μέσον μὲν λαμβάνων τὸ Μ τὸ ἀμφοτέρων κατηγορούμενον καὶ τὴν πρώτην ἔχον τάξιν ἐν τῇ καταγραφῇ. μείζονα δὲ ἄκρον τὸ Ν ἐφεξῆς κείμενον μετὰ τὸν μέσον, ἔσχατον δὲ καὶ ἐλάττονα τὸ Ξ.

[31] Αα 6, 28a10 ἐὰν δὲ τῷ αὐτῷ τὸ μὲν παντὶ τὸ δὲ μηδενὶ ὑπάρχῃ, ἢ ἄμφω παντὶ ἢ μηδενί, τὸ μὲν σχῆμα τὸ τοιοῦτον καλῶ τρίτον, μέσον δ' ἐν αὐτῷ λέγω καθ' οὗ ἄμφω τὰ κατηγορούμενα, ἄκρα δὲ τὰ κατηγορούμενα, μεῖζον δ' ἄκρον τὸ πορρώτερον τοῦ μέσου, ἔλαττον δὲ τὸ ἐγγύτερον. τίθεται δὲ τὸ μέσον ἔξω μὲν τῶν ἄκρων, ἔσχατον δὲ τῇ θέσει. Cf. Alessandro 98. 20 ἐπὶ τούτου τοῦ σχήματος πάλιν χρῆται στοιχείοις τοῖς Π, Ρ, Σ, καὶ ἔστιν αὐτῷ τοῦ μὲν μείζονος ἄκρου σημαντικὸν τὸ Π, τοῦ δὲ ἐλάττονος καὶ ὀφείλοντος ὑποκεῖσθαι ἐν τῷ γινομένῳ συμπεράσματι τὸ Ρ, τοῦ δὲ μέσου τὸ Σ.

[32] Vedi p. es. I, n. 6 (*Barbara*) e I, n. 31 (*Ferio*).

[33] Vedi I, n. 28 (*Felapton*) e n. 20 (*Disamis*).

[34] Αα 6, 28b 12 εἰ τὸ μὲν Ρ τινὶ τῷ Σ τὸ δὲ Π παντὶ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ Ρ ὑπάρχειν.

termine minore R. La seconda formulazione è: Se P appartiene ad ogni S ed R a qualche S, allora P apparterrà a qualche R[35]. La prima premessa di questo secondo sillogismo è la premessa maggiore, poiché contiene il termine maggiore P. Si faccia attenzione al fatto che questa seconda formulazione è data solo incidentalmente, mentre la formula tipo di questo modo, quella che appartiene alla esposizione sistematica, è enunciata con premesse trasposte.

Nel secondo libro dell'*Analitica Prima* incontriamo altri modi con premesse trasposte, come *Darii*[36], *Camestres*[37], *Baroco*[38]. Anche *Barbara*, il sillogismo principale, occasionalmente è citato da Aristotele con la premessa minore per prima[39]. Di fronte a questi esempi, io non riesco a capire come alcuni filosofi, conoscendo il testo greco dell'*Organon*, abbiano potuto formarsi e sostenere l'opinione che l'ordine delle premesse è fisso e che la premessa maggiore si deve enunciare per prima. Sembra che i pregiudizi filosofici alle volte riescano a distruggere non solo il buon senso, ma anche la facoltà di vedere i fatti come sono.

§ 13. *Errori di alcuni commentatori moderni*

La storia della quarta figura può valere come un altro esempio per mostrare quanto strani a volte siano i pregiudizi filosofici. Carl Prantl, il noto storico della logica, comincia la sua considerazione di questa figura con le parole seguenti: « La questione perché mai ingenui giochi di parole, come per es. la cosiddetta quarta figura o figura galenica, non si trovano in Aristotele, noi non ce la poniamo affatto; non può ovviamente essere nostro compito di riferire passo per passo della logica aristotelica la ragione per cui questo o quel non-senso non vi si trova ».[40] Prantl non vede che Aristotele conosce e accetta i modi della cosiddetta quarta figura galenica e che sarebbe un errore in logica non considerare come validi questi modi.

[35] *Ibid.* 28ᵇ 26 εἰ γὰρ παντὶ τὸ Π τῷ Σ ὑπάρχει, τὸ δὲ Ρ τινὶ τῷ Σ, καὶ τὸ Π τινὶ τῷ Ρ ὑπάρξει.
[36] Αβ 11, 61ᵇ 41 εἰ γὰρ τὸ Α τινὶ τῷ Β, τὸ δὲ Γ παντὶ τῷ Α, τινὶ τῷ Β τὸ Γ ὑπάρξει.
[37] *Ibid.* 8, 60ᵃ 3 εἰ τὸ Α μηδενὶ τῷ Γ, τῷ δὲ Β παντί, οὐδενὶ τῷ Γ τὸ Β.
[38] *Ibid.* 60ᵃ 5 εἰ γὰρ τὸ Α τινὶ τῷ Γ μὴ ὑπάρχει, τῷ δὲ Β παντί, τό Β τινὶ τῷ Γ οὐχ ὑπάρξει.
[39] Vedi I, n. 34.
[40] Carl Prantl, *Geschichte der Logik im Abendlande*, vol. i, p. 272: « Die Frage aber, warum einfältige Spielereien, wie z.B. die sog. Galenische vierte Figur, sich bei Aristoteles nicht finden, werfen wir gar nicht auf; . . . wir können selbstverständlicher Weise nicht die Aufgabe haben, bei jedem Schritte der aristotelischen Logik eigens anzugeben, dass dieser oder jeder Unsinn sich bei Aristoteles nicht finde ».

Ma andiamo avanti. Commentando il passo dove Aristotele parla dei due modi detti in seguito *Fesapo* e *Fresison*[41], Prantl enuncia dapprima questi modi come regole di illazione:

Ogni B è A
nessun C è B
―――――――――
Qualche A non è C

Qualche B è A
nessun C è B
―――――――――
Qualche A non è C

(naturalmente egli non vede la differenza fra il sillogismo aristotelico e quello tradizionale), e poi dice: « Con la trasposizione della premessa maggiore e minore diventa possibile per l'atto del raziocinio di cominciare »; e più sotto: « Tali generi di raziocinio naturalmente non sono propriamente validi, perché le premesse ordinate come erano prima della trasposizione sono semplicemente niente per il sillogismo »[42]. Questo passo rivela, a mio parere, che Prantl è interamente ignorante della logica. Sembra che egli non comprenda che Aristotele prova la validità di questi modi non trasponendo le premesse, cioè invertendo il loro ordine, ma convertendolo, cioè scambiando i posti dei loro soggetti e predicati [15]. Inoltre è fuori posto dire che, date due premesse, l'atto del raziocinio comincia quando una premessa è enunciata per prima, ma se l'altra precede non risulta alcun sillogismo. Dal punto di vista della logica il lavoro di Prantl è inutile.

Lo stesso si può dire del lavoro di Heinrich Maier. La sua trattazione delle figure sillogistiche in generale e della quarta figura in particolare è a mio parere uno dei più oscuri capitoli del suo laborioso ma sforunato libro.[43] Maier scrive che ci sono due opposte opinioni sul criterio per le figure sillogistiche: una (rappresentata particolarmente da Ueberweg) vede il criterio nella posizione del termine medio come soggetto o predicato; l'altra (rappresentata da Trendelenburg) lo vede nella relazione esten-

[41] Vedi sopra, n. 9.
[42] Prantl, *op. cit.*, vol. i, p. 276:

« Alles B ist A
Kein C ist B
―――――――――
Einiges A ist nicht C

Einiges B ist A
Kein C ist B
―――――――――
Einiges A ist nicht C

woselbst durch Vertauschung des Untersatzes mit dem Obersatze es möglich wird, dass die Thätigkeit des Schliessen beginne; . . . natürlich aber sind solches keine eigene berechtigten Schlussweisen, denn in solcher Anordnung vor der Vornahme der Vertauschung sind die Prämissen eben einfach nichts für den Syllogismus ».
[43] Maier, *op. cit.*, vol. ii *a*, « Die drei Figuren », pp. 47-71, e vol. ii *b*, « Ergänzung durch eine 4. Figur mit zwei Formen », pp. 261-9.

sionale del termine medio con gli estremi. Non è ancora stabilito, dice Maier, quale di queste opinioni sia giusta[44]. Egli adotta la seconda, fondandosi sulla caratterizzazione che Aristotele dà della prima figura. Sappiamo già che quella caratterizzazione è logicamente insostenibile. Maier non solo la accetta, ma modifica le caratterizzazioni che Aristotele dà delle altre due figure in conformità con la prima. Aristotele descrive la seconda figura, un po' trascuratamente [16], come segue: « Quando il medesimo termine appartiene a tutto di un soggetto e a nessuno dell'altro, oppure a tutto di ciascun soggetto, oppure a nessuno dei due, chiamerò questa figura la seconda; per ' termine medio ' in essa intendo quello che è predicato di ambedue i soggetti; per ' estremi ' i termini di cui questo è detto »[45]. Maier nota: « Quando riflettiamo che ' B è incluso in A ', ' A appartiene a B ' e ' A è predicato di B ' sono scambiabili fra loro, allora, conforme alla descrizione della prima figura, possiamo mettere questa caratterizzazione nei termini seguenti »[46]. Maier commette qui il suo primo errore: non è vero che le tre espressioni che egli cita sono scambiabili fra loro. Aristotele stabilisce esplicitamente: « Dire che un termine è incluso in un altro è lo stesso che dire che l'altro è predicato di tutto il primo »[47]. Perciò l'espressione « B è incluso in A » significa lo stesso che « A è predicato di ogni B » o « A appartiene ad ogni B », ma non significa « A è predicato di B » né « A appartiene a B » [17]. Con questo primo errore è connesso un secondo: Maier sostiene che la premessa negativa ha pure la forma esterna della subordinazione di un termine all'altro, come la premessa universale negativa[48]. Che cosa s'intende qui per « forma esterna »? Quando A appartiene ad ogni B, allora B è subordinato all'A e la forma esterna di questa relazione è solo la proposizione « A appartiene ad ogni B ». Ma in una premessa negativa, per es. « A appartiene a nessun B » la subordinazione dei termini non esiste, né esiste la sua forma. L'affermazione di Maier è un controsenso logico [18].

Citiamo ora la descrizione che Maier dà della seconda figura: « Quando di due termini l'uno è incluso e l'altro non è incluso nello stesso terzo

[44] *Op. cit.*, vol. ii *a*, p. 48, n. 1.

[45] Vedi il testo greco sopra n. 30.

[46] *Op. cit.* vol. ii *a*, p. 49: « Erwägt man nämlich, dass die Ausdrücke " B liegt im Umfang von A ", "A kommt dem Begriff B zu" und "A wird von B ausgesagt" miteinander vertauscht werden können, so lässt sich die Charakteristik der zweiten Figur, welche der Beschreibung der ersten parallel gedacht ist, auch so auffassen ».

[47] Aα 1, 24b 26 τὸ δὲ ἐν ὅλῳ εἶναι ἕτερον ἑτέρῳ καὶ τὸ κατὰ παντὸς κατηγορεῖσθαι θατέρου θάτερον ταὐτόν ἐστιν.

[48] *Op. cit.*, vol. ii *a*, p. 60, n. 1: « auch der negative syllogistische Satz hat wenigstens die äussere Form der Subordination ». Cf. pure *ibid.* p. 50.

termine, oppure ambedue sono inclusi in esso, oppure nessuno dei due [è incluso nel terzo], abbiamo di fronte a noi la seconda figura. Il termine medio è quello che include ambedue i rimanenti e gli estremi sono quelli che sono inclusi nel medio ».[49] Questa presunta caratterizzazione della seconda figura è daccapo un controsenso logico. Si prenda l'esempio seguente: sono date due premesse: « A appartiene ad ogni B » e « C appartiene a nessun A ». Se A appartiene ad ogni B, allora B è incluso in A, e se C appartiene a nessun A, esso non è incluso in A. Abbiamo perciò due termini, B e C, uno dei quali, B, è incluso, mentre l'altro, C, non è incluso nel medesimo termine A. Secondo la descrizione di Maier, dovremmo avere la seconda figura davanti a noi. Ciò che abbiamo invece non è la seconda figura, ma solo due premesse: « A appartiene ad ogni B » e « C appartiene a nessun A », dalle quali possiamo ottenere per il modo *Celarent* della prima figura la conclusione « C appartiene a nessun B » e per il modo *Camenes* della quarta figura la conclusione « B non appartiene a qualche C ».

L'apice dell'assurdità logica tuttavia è raggiunto da Maier quando afferma che c'è una quarta figura che consiste di due soli modi: *Fesapo* e *Fresison* [19]. Egli sostiene la sua affermazione con il seguente ragionamento: « La dottrina aristotelica trascura una possibile posizione del termine medio. Questo può essere meno generale del maggiore e più generale del minore; può inoltre essere più generale e, terzo, meno generale degli estremi, ma può pure essere più generale del maggiore e allo stesso tempo meno generale del minore ».[50] Quando pensiamo che secondo Maier il termine maggiore è sempre più generale del minore [51] e che la relazione « più generale di » è transitiva, non possiamo evitare la strana conseguenza del suo ragionamento che il termine medio della sua quarta figura dovrebbe essere allo stesso tempo più generale e meno generale del termine minore. Dal punto di vista della logica, il lavoro di Maier è inutile.

[49] *Ibid.* p. 49: « Wenn im Umfang eines und desselben Begriffes der eine der beiden übrigen Begriffe liegt, der andere nicht liegt, oder aber beide liegen, oder endlich beide nicht liegen, so haben wir die zweite Figur vor uns. Mittelbegriff ist derjenige Begriff, in dessen Umfang die beiden übrigen, äussere Begriffe aber diejenigen, die im Umfang des Mittleren liegen ».

[50] *Op. cit.*, vol. ii *b*, p. 264: « Die aristotelische Lehre lässt eine mögliche Stellung des Mittelbegriffs unbeachtet. Dieser kann specieller als der Ober- und allgemeiner als der Unterbegriff, er kann ferner allgemeiner, er kann drittens specieller als die beiden äusseren Begriffe: aber er kann auch allgemeiner als der Ober- und zugleich specieller als der Unterbegriff sein ».

[51] *Ibid.* vol. ii *a*, p. 56: « Oberbegriff ist stets, wie in der 1. Figur ausdrücklich festgestellt ist, der allgemeinere, Unterbegriff der weniger allgemeine ».

§ 14. *Le quattro figure galeniche*

In quasi tutti i manuali di logica possiamo trovare l'osservazione che l'inventore della quarta figura fu Galeno, medico e filosofo greco vissuto a Roma nel secondo secolo dopo Cristo. La fonte di questa informazione è sospetta. Non si ritrova né nelle opere superstiti di Galeno né nelle opere dei commentatori greci (incluso Filopono). Secondo Prantl i logici medievali ricavarono l'informazione da Averroè, il quale dice che la quarta figura è menzionata da Galeno [52]. A questa vaga informazione possiamo aggiungere due tardi frammenti greci, ritrovati nel secolo diciannovesimo e pure alquanto vaghi. Uno di essi fu pubblicato da Mynas nel 1844 nella prefazione alla sua edizione *Introduzione alla dialettica* di Galeno, ripubblicata poi da Kalbfleisch nel 1897. Questo frammento di ignoto autore ci dice che alcuni tardi studiosi trasformarono in una quarta figura i modi che Teofrasto ed Eudemo avevano aggiunto alla prima figura e riferirono la paternità di questa dottrina a Galeno [53]. L'altro frammento greco fu trovato da Prantl in un'opera logica di Giovanni Italico (undicesimo secolo dopo Cristo). Quest'autore dice sarcasticamente che Galeno sosteneva l'esistenza di una quarta figura in opposizione ad Aristotele e pensando di apparire più illustre che gli antichi commentatori, fece una figura molto più magra di loro [54]. Questo è tutto. Data la debolezza di queste fonti, Ueberweg sospettò che ci potesse essere qui un malinteso e Heinrich Scholz scrive nella sua *Storia della logica* che Galeno probabilmente non è responsabile della quarta figura [55].

Uno scolio greco edito nel 1899 porta in questa questione un chiarimento del tutto inaspettato. Per quanto lo scolio in questione sia stato edito da tempo, sembra finora ignorato. Maximilian Wallies, uno degli editori dei commentari greci, dell'Accademia di Berlino, pubblicò nel

[52] Prantl, i. 571, n. 99, cita Averroè in una traduzione latina edita a Venezia (1553): « Et ex hoc planum, quod figura quarta, de qua meminit Galenus, non est syllogismus super quem cadat naturaliter cogitatio ». Cf. pure Prantl, ii. 390, n. 322.

[53] K. Kalbfleisch, *Ueber Galens Einleitung in die Logik*, 23. Supplementband der Jahrbücher für klassische Philologie, Leipzig (1897), p. 707: Θεόφραστος δὲ καὶ Εὔδημος καί τινας ἑτέρας συζυγίας παρὰ τὰς ἐκτεθείσας τῷ 'Αριστοτέλει προστεθήκασι τῷ πρώτῳ σχήματι..., ἃς καὶ τέταρτον ἀποτελεῖν σχῆμα τῶν νεωτέρων ᾠήθησάν τινες ὡς πρὸς πατέρα τήν δόξαν τὸν Γαληνὸν ἀναφέροντες.

[54] Prantl, ii. 302, n. 112: τὰ δὲ σχήματα τῶν συλλογισμῶν ταῦτα· ὁ Γαληνὸς δὲ καὶ τέταρτον ἐπὶ τούτοις ἔφασκεν εἶναι, ἐναντίως πρὸς τὸν Σταγειρίτην φερόμενος, ὃς λαμπρότερον ἀναφανῆναι οἰόμενος τῶν τὴν λογικὴν πραγματείαν ἐξηγουμένων παλαιῶν· ὡς πορρωτάτω εὐθέως ἐκπέπτωκε.

[55] Fr. Ueberweg, *System der Logik*, Bonn (1882), 341. Cf. pure Kalbfleisch, *op. cit.*, p. 699; H. Scholz, *Geschichte der Logik*, Berlino (1931), p. 36.

1899 i frammenti superstiti del commento di Ammonio all'*Analitica Prima* e inserì nella prefazione uno scolio di ignoto, trovato nello stesso codice in cui sono conservati i frammenti di Ammonio. Lo scolio è intitolato: « Tutti i generi del sillogismo », e comincia così:

« Ci sono tre generi di sillogismo: il categorico, l'ipotetico e il sillogismo κατὰ πρόληψιν. Del categorico ci sono due generi: il semplice e il composto. Del sillogismo semplice ci sono tre generi: la prima la seconda e la terza figura. Del sillogismo composto ci sono quattro generi: la prima, la seconda, la terza e la quarta figura. Aristotele dice che ci sono solo tre figure perché egli considera i sillogismi semplici, composti di tre termini. Galeno invece dice nella sua *Apodittica* che ci sono quattro figure perché egli considera i sillogismi composti che consistono di quattro termini, poiché egli aveva trovato molti di questi sillogismi nei dialoghi di Platone » [56].

L'ignoto scoliaste ci dà inoltre alcune spiegazioni dalle quali possiamo inferire come Galeno può aver trovato le quattro figure. I sillogismi composti che consistono di quattro termini, si possono formare con la combinazione delle tre figure I, II, III, dei sillogismi semplici in nove diverse maniere:

1. I + I
2. I + II
3. I + III
4. II + II
5. II + I
6. II + III
7. III + III
8. III + I
9. III + II.

Due di queste combinazioni, cioè II + II e III + III non danno affatto luogo a sillogismo; fra le rimanenti combinazioni

II + I dà la stessa figura che I + II
III + I dà la stessa figura che I + III
e III + II dà la stessa figura che II + III.

[56] M. Wallies, *Ammonii in Aristotelis Analyticorum Priorum librum I Commentarium*, Berlino (1899), p. ix: Περὶ τῶν εἰδῶν πάντων τοῦ συλλογισμοῦ. τρία εἴδη ἐστὶ τοῦ [ἁπλοῦ] συλλογισμοῦ· τὸ κατηγορικόν, τὸ ὑποθετικόν, τὸ κατὰ πρόσληψιν. τοῦ δὲ κατηγορικοῦ δύο ἐστὶν εἴδη· ἁπλοῦν, σύνθετον. καὶ τοῦ μὲν ἁπλοῦ τρία ἐστὶν εἴδη· πρῶτον σχῆμα, δεύτερον σχῆμα, τρίτον σχῆμα. τοῦ δὲ συνθέτου τέσσαρά ἐστιν εἴδη· πρῶτον σχῆμα, δεύτερον σχῆμα, τρίτον, τέταρτον σχῆμα. 'Αριστοτέλης μὲν γὰρ τρία τὰ σχήματά φησιν πρὸς τοὺς ἁπλοῦς συλλογισμοὺς ἀποβλέπων τοὺς ἐκ τριῶν ὅρων συγκειμένους. Γαληνὸς δ' ἐν τῇ οἰκείᾳ 'Αποδεικτικῇ δ' τὰ σχήματα λέγει πρὸς τοὺς συνθέτους συλλογισμοὺς ἀποβλέπων τοὺς ἐκ δ' ὅρων συγκειμένους πολλοὺς τοιούτους εὑρὼν ἐν τοῖς Πλάτωνος διαλόγοις.

Otteniamo così solo quattro figure:

1. I + I 3. I + III
2. I + II 4. II + III[57]

Sono riferiti degli esempi, tre dei quali presi dai dialoghi di Platone, due dall'*Alcibiade* e uno dalla *Republica*.

Questo preciso e minuto resoconto va spiegato ed esaminato. I sillogismi composti a quattro termini, hanno tre premesse e due termini medi, per es. B e C, i quali formano la premessa $B - C$ o $C - B$. Chiamiamo questa la premessa media. B forma assieme con A il soggetto della conclusione, la premessa minore, e C forma assieme con D il predicato della conclusione, la premessa maggiore. Otteniamo così le seguenti otto combinazioni (in tutte le premesse il primo termine è il soggetto, il secondo il predicato):

	Minore	Media	Maggiore		
Figura	Premessa			Conclusione	
F1	$A-B$	$B-C$	$C-D$	$A-D$	$I+I$
F2	$A-B$	$B-C$	$D-C$	$A-D$	$I+II$
F3	$A-B$	$C-B$	$C-D$	$A-D$	$II+III$
F4	$A-B$	$C-B$	$D-C$	$A-D$	$II+I$
F5	$B-A$	$B-C$	$C-D$	$A-D$	$III+I$
F6	$B-A$	$B-C$	$D-C$	$A-D$	$III+II$
F7	$B-A$	$C-B$	$C-D$	$A-D$	$I+III$
F8	$B-A$	$C-B$	$D-C$	$A-D$	$I+I$

Se adottiamo il principio di Teofrasto che nella prima figura aristotelica il termine medio è il soggetto di una premessa (non importa quale, la maggiore o la minore) e il predicato di un'altra e con questo principio definiamo quale figura è formata dalla premessa minore e media da una parte e dalla premessa media e maggiore dall'altra, otteniamo le combinazioni di figure elencate nell'ultima colonna. Così, per es., nella figura composta F2 la premessa minore forma assieme con la media la figura I, dato che il termine medio B è il predicato della prima premessa e il soggetto della seconda; e la premessa media forma assieme con la maggiore la figura II, dato che il termine medio C è predicato di ambedue le premesse. Questo è probabilmente il modo in cui Galeno ottenne le sue quattro figure. Osservando l'ultima colonna, vediamo subito che, come pensò Galeno, le combinazioni II + II e III + III non si danno per la ragione, come erroneamente dice lo scoliaste, che non risulta alcuna conclusione da due premesse negative o da due particolari, ma perché nessun termine può ricorrere tre volte nelle premesse. È pure ovvio che se estendiamo il principio di Teofrasto ai sillogismi composti e se includiamo nella stessa figura tutti i sillogismi che dalla stessa combinazione di premesse fanno risultare o la conclusione $A - D$ o la conclusione $D - A$, allora otteniamo, come ha fatto Galeno, la medesima figura per la combinazione I + II e per la combinazione II + I. Difatti, scambiando nella figura F4 le lettere B e C, come le lettere A e D, otteniamo lo schema:

F4 $D - C$ $B - C$ $A - B$ $D - A$,

e siccome l'ordine delle premesse è irrilevante, vediamo che la conclusione $D - A$ risulta in F4 dalle stesse premesse da cui risulta $A - D$ in F2. Per la stessa ragione la figura F1 non differisce dalla figura F8; F3 non differisce da F6, né F5 differisce da F7. È perciò possibile dividere in quattro figure i sillogismi composti a quattro termini.

Lo scolio pubblicato da Wallies risolve tutti i problemi storici connessi con la presunta invenzione della quarta figura da parte di Galeno. Galeno divise i sillogismi in quattro figure, ma questi erano i sillogismi a quattro termini, cioè i sillogismi composti, non i sillogismi semplici di Aristotele. La quarta figura dei sillogismi aristotelici fu inventata da qualche altro, probabilmente in epoca molto più recente, forse non prima del secolo sesto. Questo ignoto studioso deve aver sentito qualcosa delle quattro figure di Galeno, ma non le comprese, o non aveva il testo di Galeno a sua disposizione. Trovandosi in opposizione con Aristotele e con tutta la scuola dei Peripatetici, egli approfittò volentieri dell'opportunità di sostenere la sua opinione con l'autorità di un nome illustre. [20]

Nota. Il problema dei sillogismi composti suscitato da Galeno ha notevole interesse da un punto di vista sistematico. Nelle mie ricerche sul numero dei modi validi per i sillogismi a tre premesse, ho trovato che ci sono

[57] Wallies, *op. cit.*, pp. ix-x: ὁ κατηγορικὸς συλλογισμὸς ἁπλοῦς, ὡς Ἀριστοτέλης· σχῆμα Α Β Γ. σύνθετος, ὡς Γαληνός· Α πρὸς Α, Α πρὸς Β, Α πρὸς Γ, Β πρὸς Β, Β πρὸς Α, Β πρὸς Γ, Γ πρὸς Γ, Γ πρὸς Α, Γ πρὸς Β.

συλλογιστικόν· Α πρὸς Α, Α πρὸς Β, Α πρὸς Γ, Β πρὸς Γ.
Α Β Γ Δ

ἀσυλλόγιστον· Β πρὸς Β, Γ πρὸς Γ, (οὐ γὰρ γίνεται συλλογισμὸς οὔτε ἐκ δύο ἀποφατικῶν οὔτε ἐκ δύο μερικῶν)·

Β πρὸς Α, Γ πρὸς Α, Γ πρὸς Β,
Β Γ Δ

οἱ αὐτοί εἰσιν τοῖς συλλογισμοῖς ὡς ὑπογέγραπται.

quarantaquattro modi validi: le figure F1, F2, F4, F5, F6 e F7 hanno ciascuna sei modi validi; la figura F8 ne ha otto. La figura F3 è vuota: non ha alcun modo valido, perché non è possibile trovare premesse della forma $A - B$, $C - B$, $C - D$ tali che possa seguire da esse una conclusione della forma $A - D$. Questo risultato, se fosse conosciuto, sarebbe certo sorprendente per studiosi della logica tradizionale.

C. A. Meredith, che seguì il corso che io diedi all'University College, Dublino, nel 1949, ha trovato alcune formule generali che riguardano il numero delle figure e dei modi validi per sillogismi di n termini, includendo espressioni di 1 e di 2 termini. Pubblico qui queste formule, con il suo cortese consenso:

Numero dei termini	n
Numero delle figure	2^{n-1}
Numero delle figure con modi validi	$\frac{1}{2}(n^2-n+2)$
Numero dei modi validi	$n(3n-1)$

Per ogni n ogni figura non vuota ha 6 modi validi, tranne una che ha $2n$ modi validi.

Esempi:

Numero dei termini	1, 2, 3, 4,..., 10
Numero delle figure	1, 2, 4, 8,..., 512
Numero delle figure con modi validi	1, 2, 4, 7,..., 46
Numero dei modi validi	2, 10, 24, 44,... 290

È ovvio che per grandi valori di n il numero delle figure con modi validi è comparativamente piccolo in relazione al numero delle figure. Per $n = 10$ abbiamo 46 contro 512, cioè 466 figure vuote. Per $n = 1$, c'è solo una figura, $A - A$, con due modi validi, cioè le leggi dell'identità. Per $n = 2$ ci sono 2. figure:

	Premessa	*Conclusione*
F1	$A - B$	$A - B$
F2	$B - A$	$A - B$

con 10 modi validi, cioè 6 in F1 (vale a dire quattro sostituzioni della legge dell'identità per le proposizioni, per es. « se ogni A è B, allora ogni A è B », e due leggi della subordinazione) e 4 modi in F2 (vale a dire quattro leggi della conversione).

CAPITOLO III

IL SISTEMA

§ 15. *Sillogismi perfetti e imperfetti*

Nel capitolo introduttorio alla sillogistica, Aristotele divide i sillogismi in perfetti e imperfetti. Egli dice: « Chiamo sillogismo perfetto quello che non ha bisogno di niente altro che quanto è stato stabilito, per fare evidente la necessità; un sillogismo è imperfetto se ha bisogno di uno o di più componenti che sono necessari per ragione dei termini posti, ma non sono stati stabiliti dalle premesse » [1]. Questo passo ha bisogno di traduzione in terminologia logica [1]. Ogni sillogismo aristotelico è una implicazione vera [2] della quale le due premesse assieme sono l'antecedente e la conclusione è il conseguente. Quello che Aristotele dice significa perciò che in un sillogismo perfetto il nesso fra antecedente e conseguente è evidente da se stesso, senza un'addizionale proposizione [3]. I sillogismi perfetti sono enunciazioni per sé evidenti che non hanno, né hanno bisogno di dimostrazione; essi sono indimostrabili ἀναπόδεικτοι [2]. Enunciazioni vere e indimostrabili di un sistema deduttivo si dicono modernamente assiomi. I sillogismi perfetti perciò sono gli assiomi della sillogistica. I sillogismi imperfetti invece non sono per sé evidenti; essi si devono dimostrare attraverso una o più proposizioni che risultano dalle premesse, ma sono differenti da esse.

Aristotele sa che non tutte le proposizioni sono dimostrabili [3]. Egli dice che una proposizione della forma « A appartiene a B » è dimostra-

[1] Aα 1, 24b 22 τέλειον μὲν οὖν καλῶ συλλογισμὸν τὸν μηδενὸς ἄλλου προσδεόμενον παρὰ τὰ εἰλημμένα πρὸς τὸ φανῆναι τὸ ἀναγκαῖον, ἀτελῆ δὲ τὸν προσδεόμενον ἢ ἑνὸς ἢ πλειόνων, ἃ ἔστι μὲν ἀναγκαῖα διὰ τῶν ὑποκειμένων ὅρων, οὐ μὴν εἴληπται διὰ προτάσεων.

[2] Commentando il passo citato, Alessandro usa l'espressione ἀναπόδεικτος, 24. 2; ἑνὸς μὲν οὖν προσδέονται οἱ ἀτελεῖς συλλογισμοὶ οἱ μιᾶς ἀντιστροφῆς δεόμενοι πρὸς τὸ ἀναχθῆναι εἴς τινα τῶν ἐν τῷ πρώτῳ σχήματι τῶν τελείων καὶ ἀναποδείκτων, πλειόνων δὲ ὅσοι διὰ δύο ἀντιστροφῶν εἰς ἐκείνων τινὰ ἀνάγονται. Cf. pure II, n. 12.

[3] Aγ 3, 72b 18 ἡμεῖς δέ φαμεν οὔτε πᾶσαν ἐπιστήμην ἀποδεικτικὴν εἶναι, ἀλλὰ τὴν τῶν ἀμέσων ἀναπόδεικτον.

bile se esiste un termine medio, cioè un termine che forma con *A* e con *B* premesse vere di un sillogismo valido che ha per conclusione la proposizione detta [4]. Se tale termine medio non esiste, la proposizione è detta « immediata » ἄμεσος, cioè senza termine medio. Le proposizioni immediate sono indimostrabili; esse sono le verità base ἀρχαί [4]. A queste enunciazioni dell'*Analitica Seconda* si può aggiungere un passo dell'*Analitica Prima* che dice che ogni dimostrazione e ogni sillogismo deve essere formato per mezzo delle tre figure sillogistiche [5].

Questa teoria aristotelica della dimostrazione ha un difetto fondamentale: essa presuppone che tutti i problemi possano venire espressi dai quattro generi di premessa sillogistica e che perciò il sillogismo categorico è il solo strumento di dimostrazione [5]. Aristotele non si accorse che la sua stessa teoria del sillogismo è un esempio contro il suo presupposto. I modi sillogistici, essendo implicazioni, sono proposizioni di altro genere dalle premesse sillogistiche, e ciò nonostante esse sono proposizioni vere e se qualcuna di esse non è per sé evidente e indimostrabile, essa richiede una dimostrazione per stabilire la sua verità. Ma la dimostrazione non si può fare per mezzo del sillogismo categorico, perché un'implicazione non ha né soggetto né predicato e sarebbe inutile cercare un termine medio fra estremi che non esistono [6]. Questa è forse la ragione subconscia della particolare terminologia che Aristotele usa nella dottrina delle figure sillogistiche. Egli non parla di « assiomi », né di « verità base », ma di « sillogismi perfetti » e non « dimostra » o « prova » i sillogismi imperfetti, ma li « riduce » (ἀνάγει oppure ἀναλύει) ai sillogismi perfetti. Gli effetti di questa terminologia impropria persistono ancora oggi. Keynes dedica a questo argomento tutta una sezione della sua *Formal Logic*, intitolata « È la riduzione una parte essenziale della dottrina del sillogismo? », e viene alla conclusione che « la riduzione non è una parte necessaria della dottrina del sillogismo, per quanto riguarda lo stabilire la validità dei diversi modi » [6]. Questa conclusione non si può applicare alla teoria aristotelica del sillogismo, poiché questa teoria è un sistema assiomatico deduttivo e la riduzione degli altri modi sillogistici a quelli

[4] Αγ 23, 84ᵇ 19 φανερὸν δὲ καὶ ὅτι, ὅταν τὸ Α τῷ Β ὑπάρχῃ, εἰ μὲν ἔστι τι μέσον, ἔστι δεῖξαι ὅτι τὸ Α τῷ Β ὑπάρχει . . ., εἰ δὲ μή ἐστιν, οὐκέτι ἔστιν ἀπόδειξις, ἀλλ' ἡ ἐπὶ τὰς ἀρχὰς ὁδὸς αὕτη ἐστίν.

[5] Αα 23, 41ᵇ 1 πᾶσαν ἀπόδειξιν καὶ πάντα συλλογισμὸν ἀνάγκη γίνεσθαι διὰ τριῶν τῶν προειρημένων σχημάτων.

[6] *Op. cit.*, pp. 325-7.

della prima figura, cioè la loro dimostrazione come teoremi per mezzo degli assiomi, è una parte indispensabile del sistema.

Aristotele accetta come sillogismi perfetti i modi della prima figura detti *Barbara, Celarent, Darii, Ferio* [7]. Tuttavia nell'ultimo capitolo della sua esposizione sistematica egli riduce il terzo e il quarto modo ai primi due e prende perciò come assiomi della sua teoria i sillogismi più chiaramente evidenti, *Barbara* e *Celarent* [8]. Questo particolare non è di poca importanza. La logica formale moderna tende a ridurre al minimo il numero degli assiomi in una teoria deduttiva, e questa è una tendenza che ha il suo primo esponente in Aristotele [7].

Aristotele ha ragione quando dice che solo due sillogismi sono necessari per costruire tutta la teoria del sillogismo. Egli dimentica però che le leggi della conversione, che egli usa per ridurre i sillogismi imperfetti ai perfetti, appartiene pure alla sua teoria e non si può provare sillogisticamente. L'*Analitica Prima* ricorda tre leggi della conversione: la conversione della premessa-*E*, della premessa-*A* e della premessa-*I*. Aristotele prova la prima di queste leggi per mezzo di quella che egli chiama ectesi (ἔκθεσις) la quale importa, come vedremo in seguito, un processo che sta fuori dei limiti della sillogistica. Siccome esso non si può provare altrimenti, bisognerà porlo come un nuovo assioma del sistema. La conversione della premessa-*A* è provata attraverso una tesi che appartiene alla *tabula oppositionis*, della quale non si fa menzione nell'*Analitica Prima*. Dobbiamo perciò accettare come quarto assioma o questa legge della conversione o la tesi della *tabula oppositionis* dalla quale questa legge deriva.

Ci sono ancora due tesi che dobbiamo prendere in considerazione, sebbene nessuna delle due è esplicitamente stabilita da Aristotele, cioè le leggi dell'identità: « *A* appartiene ad ogni *A* » e « *A* appartiene a qualche *A* ». La prima di queste leggi è indipendente da tutte le altre leggi della sillogistica. Se vogliamo avere questa legge nel sistema, dobbiamo accettarla assiomaticamente. La seconda legge dell'identità si può derivare dalla prima [8].

Entro a un sistema deduttivo, la logica formale moderna distingue non solo fra proposizioni primitive e derivate, ma anche fra termini primitivi e termini definiti [9]. Le costanti della sillogistica aristotelica sono le quattro relazioni « appartenere ad ogni » o *A*, « appartenere a nessuno »

[7] Alla fine del capitolo quarto, che contiene i modi della prima figura, Aristotele dice, Αα 4, 26ᵇ 29 δῆλον δὲ καὶ ὅτι πάντες οἱ ἐν αὐτῷ συλλογισμοὶ τέλειοί εἰσιν.

[8] *Ibid.* 7, 29ᵇ 1 ἔστι δὲ καὶ ἀναγαγεῖν πάντας τοὺς συλλογισμοὺς εἰς τοὺς ἐν τῷ πρώτῳ σχήματι καθόλου συλλογισμούς.

o *E*, « appartenere a qualche » o *I*, « non-appartenere a qualche » o *O*. Due di queste si possono definire in base alle altre due, per mezzo di negazioni proposizionali nel modo seguente:

> « *A* non appartiene a qualche *B* » significa lo stesso che
> « Non è vero che *A* appartiene ad ogni *B* », e
> « *A* appartiene a nessun *B* » significa lo stesso che
> « Non è vero che *A* appartiene a qualche *B* ».

Allo stesso modo *A* si può definire attraverso *O*, e *I* attraverso *E*. Aristotele non introduce queste definizioni nel suo sistema, [9] ma le usa intuitivamente come elementi delle sue prove. Citiamo solo un esempio, la prova della conversione della premessa *I*. Essa procede così: « Se *A* appartiene a qualche *B*, allora *B* deve appartenere a qualche *A*. Perché se *B* appartenesse a nessun *A*, *A* apparterrebbe a nessun *B* » [9]. È evidente che in questa prova indiretta Aristotele tratta la negazione di « *B* appartiene a qualche *A* » come equivalente a « *B* appartiene a nessun *A* ». Quanto all'altra coppia, *A* e *O*, Alessandro dice esplicitamente che la frase « non-appartenere a qualche » e « non-appartenere ad ogni » sono differenti solo a parole, ma hanno significati equivalenti [10] [10].

Se accettiamo come termini privitivi del sistema le relazioni *A* e *I*, e definiamo *E* e *O* per mezzo delle prime due, possiamo costruire, come ho stabilito parecchi anni fa [11], tutta la teoria del sillogismo aristotelico sui quattro assiomi seguenti:

1. *A* appartiene ad ogni *A*.
2. *A* appartiene a qualche *A*.
3. Se *A* appartiene ad ogni *B* e *B* appartiene ad ogni *C*, allora *A* appartiene ad ogni *C*. *Barbara*
4. Se *A* appartiene ad ogni *B* e *C* appartiene a qualche *B*, allora *A* appartiene a qualche *C*. *Datisi* [11]

È impossibile ridurre il numero di questi assiomi. In particolare essi non si possono derivare dal cosiddetto *dictum de omni et nullo*. Questo prin-

[9] Αα 2, 25ª 20 εἰ γὰρ τὸ Α τινὶ τῷ Β, καὶ τὸ Β τινὶ τῷ Α ἀνάγκη ὑπάρχειν. εἰ γὰρ μηδενί, οὐδὲ τὸ Α οὐδενὶ τῷ Β. [corr. da W. D. Ross.]

[10] Alessandro 84. 6 τὸ τινὶ μὴ ὑπάρχειν ἴσον δυνάμενον τῷ μὴ παντὶ κατὰ τὴν λέξιν διαφέρει.

[11] J. Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej* (Elementi di logica matematica) edito (ciclostilato) da M. Presburger, Varsavia (1929) p. 172; « Znaczenie analizy logicznej dla poznania » (Importanza dell'analisi logica per la conoscenza), *Przegl. Filoz.* (*Rivista filosofica*), vol. XXXVII, Varsavia (1934), p. 373.

cipio si trova formulato in modi diversi in diversi manuali di logica e sempre in modo molto vago. La formulazione classica, « quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et de singulis » e « quidquid de nullo valet, nec de quibusdam nec de singulis valet » non è esattamente applicabile alla logica aristotelica, dato che ad essa non appartengono né termini singolari né proposizioni. Inoltre non vedo come si potrebbe dedurre da questo principio le leggi dell'identità e il modo *Datisi*, se pure qualcosa si può dedurre da esso. Inoltre è evidente che sono due principi, non uno. Va detto e affermato che Aristotele non è responsabile di questo oscuro principio [12]. Non è vero che il *dictum de omni et nullo* è posto da Aristotele come assioma su cui si basa l'illazione sillogistica, come afferma Keynes [12]. Esso non è furmulato in nessun luogo dell'*Analitica Prima* come principio della sillogistica [13]. Quello che qualche volta si trova citato come formulazione di questo principio, è solo una spiegazione delle parole « essere predicato di tutto » o « di nessuno » [13].

È un vano sforzo quello di cercare il principio della logica aristotelica, se « principio » significa lo stesso che « assioma ». Se ha un altro significato, io non comprendo affatto il problema. Maier, che ha dedicato a questo argomento un altro oscuro capitolo del suo libro [14], fantastica su speculazioni filosofiche che né hanno in se stesse alcun fondamento, né sono suffragate da testi dell'*Analitica Prima*. Dal punto di vista della logica esse sono inutili.

§ 16. *La logica dei termini e la logica delle proposizioni*

Fino al giorno d'oggi non esiste alcuna analisi logica esatta delle prove che Aristotele dà per ridurre i sillogismi imperfetti ai perfetti. I vecchi storici della logica, quali Prantl e Maier, erano filosofi e conoscevano solo la « logica filosofica », la quale nel secolo diciannovesimo era, salvo pochissime eccezioni, sotto il livello scientifico. Prantl e Maier sono ora morti, ma c'è forse una qualche possibilità di persuadere filosofi viventi che essi dovrebbero finire di scrivere di logica o della sua storia prima di aver acquistato una solida conoscenza di quella che si chiama « logica

[12] *Op. cit.*, p. 301.

[13] Αα 1, 24ᵇ 28 λέγομεν δὲ τὸ κατὰ παντὸς κατηγορεῖσθαι, ὅταν μηδὲν ᾖ λαβεῖν [τοῦ ὑποκειμένου (secl. W.D. Ross)], καθ' οὗ θάτερον οὐ λεχθήσεται· καὶ τὸ κατὰ μηδενὸς ὡσαύτως.

[14] *Op. cit.*, vol. ii *b*, p. 149.

matematica »; altrimenti perdono tempo loro e lo fanno perdere ai loro lettori. Questo punto sembra a me di non piccola importanza pratica [14].

Nessuno che ignori che oltre al sistema aristotelico esiste un altro sistema di logica, più fondamentale che la teoria del sillogismo, può capire appieno le prove di Aristotele. Quel sistema è la logica delle proposizioni. Spieghiamo con un esempio la differenza fra la logica dei termini, della quale la logica aristotelica è solo una parte, e la logica delle proposizioni. Oltre alla legge dell'identità aristotelica, cioè « *A* appartiene ad ogni *A* ». oppure « Ogni *A* è *A* », abbiamo anche un'altra legge dell'identità, dalla forma « se *p*, allora *p* ». Confrontiamo queste due formule, che sono le più semplici formule logiche:

Ogni *A* è *A* e Se *p*, allora *p*.

Essi differiscono per le loro costanti, che io chiamo funtori: nella prima formula il funtore è « ogni - è »; nella seconda « se - allora ». Ambedue sono funtori a due argomenti i quali qui sono identici [15]. Ma la principale differenza sta negli argomenti. In tutte e due le formule gli argomenti sono variabili, ma di diverso genere: i valori che si possono sostituire alla variabile *A* sono termini, come « uomo » o « pianta ». Così dalla prima formula otteniamo le proposizioni « Tutti gli uomini sono uomini » oppure « Tutte le piante sono piante ». I valori della varibile *p* non sono termini, ma proposizioni, come « Roma è sul Tevere » [16], o « oggi è venerdì »; dalla seconda formula perciò otteniamo le proposizioni: « Se Roma è sul Tevere, allora Roma è sul Tevere » o « Se oggi è venerdì, allora oggi è venerdì ». Questa differenza fra variabili-termini e variabili-proposizioni è la differenza primaria fra le due formule e perciò fra i due sistemi di logica, e, siccome termini e proposizioni appartengono a due diverse categorie semantiche, la differenza è fondamentale [17].

Il primo sistema di logica delle proposizioni fu inventato circa mezzo secolo dopo Aristotele: esso è rappresentato dalla logica degli Stoici. Questa logica non è un sistema di tesi, ma di regole di illazione. Il cosiddetto *modus ponens*, detto ora regola del distacco: « Se α, allora β; ma α; perciò β » è una delle più importanti regole primitive della logica stoica. Le variabili α e β sono variabili proposizionali, dato che solo proposizioni si possono sensatamente sostituire ad esse [15]. Il sistema moderno della logica delle proposizioni fu creato solo nel 1879 dal grande logico tedesco Gottlob

[15] Cf. Łukasiewicz, « Zur Geschichte der Aussagenkalküls », *Erkenntnis*, vol. v, Lipsia (1935), pp. 111-31.

Frege. Un altro eminente logico del secolo scorso, l'americano Charles Sanders Peirce, portò significanti contributi a questa logica con la sua scoperta delle matrici logiche (1885). Più tardi, gli autori dei *Principia Mathematica*, Whitehead e Russell, posero questo sistema di logica all'inizio di tutta la matematica sotto il titolo di « Teoria della deduzione ». Tutto ciò era completamente ignoto ai filosofi del secolo scorso. Essi sembrano non avere alcuna idea della logica delle proposizioni anche al presente. Maier dice che la logica stoica, che di fatto è un capolavoro pari alla logica di Aristotele, non rappresenta che una sterile e povera immagine di insicurezza formalistico-grammaticale e di mancanza di principi e aggiunge in nota che il giudizio sfavorevole di Prantl e Zeller va mantenuto [16]. La *Encyclopaedia Britannica* del 1911 dice brevemente della logica degli Stoici che « le loro correzioni e i sofisticati miglioramenti apportati alla logica aristotelica sono per lo più superflui e pedanti » [17].

Sembra che Aristotele non abbia sospettato l'esistenza di un altro sistema di logica oltre alla sua sillogistica. Tuttavia egli usa intuitivamente le leggi della logica delle proposizioni nelle sue prove dei sillogismi imperfetti e pone anche esplicitamente tre enunciazioni appartenenti a questa logica nel secondo libro della *Analitica Prima*.

La prima di queste tesi è la legge della trasposizione: « Quando, egli dice, due cose sono in tale rapporto l'una all'altra, che se una è, l'altra necessariamente è, allora se questa ultima non è, neppure la prima sarà » [18]. Questo significa, in termini di logica moderna, che ogniqualvolta un'implicazione della forma « Se α, allora β » è vera, allora deve pure essere vera un'altra implicazione della forma « Se non-β, allora non-α » [18].

La seconda è la legge del sillogismo ipotetico. Aristotele la spiega con un esempio: « Ogniqualvolta, se *A* è bianco, *B* sia necessariamente grande, e, se *B* è grande, *C* non sia bianco, allora è necessario che, se *A* è bianco, *C* non sia bianco » [19]. Ciò significa: ogniqualvolta due implicazioni della forma « Se α, allora β » e « se β, allora γ » sono vere, allora deve pure essere vera una terza implicazione « Se α, allora γ » [19].

[16] Maier, *op. cit.*, vol. ii *b*, p. 384: « In der Hauptsache jedoch bietet die Logik der Stoiker . . . ein dürftiges, ödes Bild formalistisch-grammatischer Princip- und Haltlosigkeit. » *Ibid.*, n. 1: « In der Hauptsache wird es bei dem ungünstigen Urteil, das Prantl und Zeller über die stoische Logik fällen, bleiben müssen ».

[17] Undicesima edizione, Cambridge (1911), vol. xxv, p. 946 (s. v. « Stoics »).

[18] Aβ 4, 57^b 1 ὅταν δύο ἔχῃ οὕτω πρὸς ἄλληλα ὥστε θατέρου ὄντος ἐξ ἀνάγκης εἶναι θάτερον, τούτου μὴ ὄντος μὲν οὐδὲ θάτερον ἔσται.

[19] *Ibid.* 6 ὅταν γὰρ τουδὶ ὄντος λευκοῦ, τοῦ A, τοδὶ ἀνάγκη μέγα εἶναι τὸ B, μεγάλου δὲ τοῦ B ὄντος τὸ Γ μὴ λευκόν, ἀνάγκη, εἰ τὸ A λευκόν, τὸ Γ μὴ εἶναι λευκόν.

La terza enunciazione è un'applicazione delle due leggi precedenti, e, interessante a notarsi, è falsa. Questo interessantissimo passo suona così:

« È impossibile che la medesima cosa sia necessitata dall'essere e dal non-essere della medesima cosa. Voglio dire, p. es., che è impossibile che *B* debba necessariamente essere grande se *A* è bianco e che *B* debba necessariamente essere grande se *A* non è bianco. Difatti se *B* non è grande, *A* non può essere bianco. Ma se, quando *A* non è bianco è necessario che *B* sia grande, risulta di necessità che se *B* non è grande, *B* stesso sia grande. Ma questo è impossibile » [20].

Per quanto l'esempio scelto da Aristotele sia infelice, il significato del suo argomento è chiaro. In termini di logica moderna esso può essere formulato così: Due implicazioni della forma « Se α, allora β » e « Se non-α, allora β » non possono essere vere assieme. Difatti, per la legge della trasposizione otteniamo dalla prima implicazione la premessa « Se non -β, allora non-α » e questa premessa, assieme alla seconda implicazione, dà la conclusione « Se non-β, allora β », in forza della legge del sillogismo ipotetico. Secondo Aristotele questa conclusione è impossibile.

L'osservazione finale di Aristotele è errata. L'implicazione « Se non-β, allora β », il cui antecedente è la negazione del conseguente, non è impossibile; essa può essere vera [20], e dà come conclusione il conseguente β, secondo la seguente legge della logica delle proposizioni: « Se (se non-p, allora p), allora p » [21]. Commentando questo passo, Maier dice che risulterebbe qui una connessione contraria alla legge della contraddizione e perciò assurda [22]. Questo commento rivela ancora ignoranza della logica da parte di Maier. Non è l'implicazione « Se non-β, allora β » che è contraria alla legge della contraddizione, ma solo la congiunzione « β e non-β ».

Pochi anni dopo Aristotele, il matematico Euclide diede una prova di un teorema di matematica che importa la tesi « Se (se non-p, allora p), allora p » [23]. Egli stabilisce anzitutto che « Se il prodotto di due numeri interi, a e b, è divisibile per un numero primo n, allora se a non è divisibile per n, b deve essere divisibile per n ». Supponiamo ora che $a = b$ e che il prodotto $a \times a$ (a^2) sia divisibile per n. Da questa supposizione risulta che « Se a non è divisibile per n, allora a è divisibile per n ». Abbiamo qui un esempio di un'implicazione vera nella quale l'antecedente è la negazione del conseguente. Da questa implicazione Euclide deriva il teorema: « Se a^2 è divisibile per un numero primo n, allora a è divisibile per n » [21].

[20] Aβ 4, 57ᵇ 3 τοῦ δ' αὐτοῦ ὄντος καὶ μὴ ὄντος, ἀδύνατον ἐξ ἀνάγκης εἶναι τὸ αὐτό. λέγω δ' οἷον τοῦ A ὄντος λευκοῦ τὸ B εἶναι μέγα ἐξ ἀνάγκης, καὶ μὴ ὄντος λευκοῦ τοῦ A, τὸ B εἶναι μέγα ἐξ ἀνάγκης. Qui segue l'esempio del sillogismo ipotetico citato sopra alla n. 19, e una seconda formulazione della legge della trasposizione. La conclusione è la seguente, *ibid.* 11: τοῦ δὴ B μὴ ὄντος μεγάλου τὸ A οὐχ οἷόν τε λευκὸν εἶναι. τοῦ δὲ A μὴ ὄντος λευκοῦ, εἰ ἀνάγκη τὸ B μέγα εἶναι, συμβαίνει ἐξ ἀνάγκης τοῦ B μεγάλου μὴ ὄντος αὐτὸ τὸ B εἶναι μέγα. τοῦτο δ' ἀδύνατον.

[21] Cf. A. N. Whitehead and B. Russell, *Principia Mathematica*, vol. i, Cambridge (1910), p. 108, tesi *2.18.

[22] *op. cit.*, vol. ii *a*, p. 331: « Es ergäbe sich also ein Zusammenhang, der dem Gesetze des Widerspruchs entgegenstünde und darum absurd wäre. »

§ 17. *Le prove per conversione*

Le prove dei sillogismi imperfetti per conversione di una premessa sono le più semplici e le più usate da Aristotele. Esaminiamo due esempi. La prova del modo *Festino*, della seconda figura procede così: « Se *M* appartiene a nessun *N* ma a qualche *X*, allora è necessario che *N* non appartenga a qualche *X*. Difatti, poiché la premessa negativa è convertibile, *N* apparterrà a nessun *M*; ma *M* si era ammesso che apparteneva a qualche *X*; perciò *N* non apparterrà a qualche *X*. La conclusione si raggiunge per mezzo della prima figura » [24].

La prova è basata su due premesse: una di esse è la legge della conversione delle proposizioni *E* :

(1) Se *M* appartiene a nessun *N*, allora *N* appartiene a nessun *M*,

e l'altra è il modo *Ferio* della prima figura:

(2) Se *N* appartiene a nessun *M* e *M* appartiene a qualche *X*, allora *N* non appartiene a qualche *X*.

Da queste due premesse dobbiamo derivare il modo *Festino*:

(3) Se *M* appartiene a nessun *N* e *M* appartiene a qualche *X*, allora *N* non appartiene a qualche *X*.

[23] Vedi *Scritti di G. Vailati*, Leipzig-Firenze, cxv. « A proposito d'un passo del Teeteto e di una dimostrazione di Euclide », pp. 516-27; cf. Łukasiewicz, « Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls », *Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, xxiii (1930), Cl. III, p. 67.

[24] Aα 5, 27ᵃ 32 εἰ γὰρ τὸ M τῷ μὲν N μηδενὶ τῷ δὲ Ξ τινὶ ὑπάρχει ἀνάγκη τὸ N τινὶ τῷ Ξ μὴ ὑπάρχειν. ἐπεὶ γὰρ ἀντιστρέφει τὸ στερητικόν, οὐδενὶ τῷ M ὑπάρξει τὸ N· τὸ δέ γε M ὑπέκειτο τινὶ τῷ Ξ ὑπάρχειν· ὥστε τὸ N τινὶ τῷ Ξ οὐχ ὑπάρξει. γίνεται γὰρ συλλογισμὸς διὰ τοῦ πρώτου σχήματος.

Aristotele conduce la prova intuitivamente [22]. Se analizziamo le sue intuizioni, troviamo due tesi del calcolo delle proposizioni: una di esse è la legge del sillogismo ipotetico ricordata sopra e che si può formulare così:

(4) Se (se *p*, allora *q*), allora [se (se *q*, allora *r*), allora (se *p*, allora *r*)][25].

L'altra tesi suona così:

(5) Se (se *p*, allora *q*) allora (se *p* e *r*, allora *q* e *r*).

I *Principia Mathematica*, seguendo Peano, chiamano questa tesi il principio del fattore. Essa mostra che possiamo « moltiplicare » ambedue le parti di un'implicazione per un fattore comune, cioè possiamo aggiungere, per mezzo della parola « e », a *p* e a *q* una nuova proposizione *r*.[26]

Cominciamo con la tesi (5). Siccome *p* e *q* ed *r* sono variabili proposizionali, possiamo sostituirle con premesse della logica aristotelica. Mettendo « *M* appartiene a nessun *N* » al posto di *p*, « *N* appartiene a nessun *M* » al posto di *q*, « *M* appartiene a qualche *X* » al posto di *r*, otteniamo dall'antecedente di (5) la legge della conversione (1), e possiamo distaccare il conseguente di (5) come una nuova tesi. Questa ha la seguente forma:

(6) Se *M* appartiene a nessun *N* ed *M* appartiene a qualche *X*, allora *N* appartiene a nessun *M* e *M* appartiene a qualche *X*.

Il conseguente di questa tesi è identico con l'antecedente della tesi (2). Perciò noi possiamo applicare a (6) e (2) la legge del sillogismo ipotetico, sostituendo per *p* la congiunzione « *M* appartiene a nessun *N* e *M* appartiene a qualche *X* », per *q* la congiunzione « *N* appartiene a nessun *M* e *M* appartiene a qualche *X* », e per *r* la proposizione « *N* non appartiene a qualche *X* ». Applicando la regola del distacco due volte otteniamo da questa nuova tesi il modo *Festino*.

Il secondo esempio che intendo esaminare è un po' diverso. È la sopraricordata prova del modo *Disamis*[27]. Abbiamo da provare il seguente sillogismo imperfetto:

(7) Se *R* appartiene ad ogni *S* e *P* appartiene a qualche *S*, allora *P* appartiene a qualche *R*.

[25] Vedi *Principia Mathematica*, p. 104, tesi *2.06.
[26] *Ibid.*, p. 119, tesi *3.45. La congiunzione «*p* e *r*» nei *Principia* è detta «prodotto logico».
[27] Vedi il testo greco II, n. 8.

La prova è basata sul modo *Darii* della prima figura:

(8) Se *R* appartiene ad ogni *S* e *S* appartiene a qualche *P*, allora *R* appartiene a qualche *P*,

e sulla legge della conversione delle proposizioni *I*, applicata due volte, una volta nella forma:

(9) Se *P* appartiene a qualche *S*, allora *S* appartiene a qualche *P*,

e la seconda volta nella forma:

(10) Se *R* appartiene a qualche *P*, allora *P* appartiene a qualche *R*.

Come tesi ausiliari della logica delle proposizioni abbiamo la legge del sillogismo ipotetico e la seguente tesi, che è leggermente differente dalla tesi (5) ma si può pure chiamare il principio del fattore:

(11) Se (se *p* allora *q*), allora (se *r* e *p*, allora *r* e *q*).

La differenza fra (5) e (11) consiste in questo che il fattore comune *r* non è al secondo posto, come in (5), ma al primo. Siccome la congiunzione è commutabile e « *p* e *r* » è equivalente a « *r* e *p* » questa differenza non intacca la validità della tesi.

La prova data da Aristotele comincia con la conversione della premessa « *P* appartiene a qualche *S* ». Seguiamo questo procedimento e sostituiamo in (11) al posto di *p* la premessa « *P* appartiene a qualche *S* », al posto di *q* la premessa « *S* appartiene a qualche *P* » e al posto di *r* la premessa « *R* appartiene ad ogni *S* ». Con questa sostituzione otteniamo dall'antecedente di (11) la legge della conversione (9) e perciò possiamo distaccare il conseguente di (11), il quale è:

(12) Se *R* appartiene ad ogni *S* e *P* appartiene a qualche *S*, allora *R* appartiene ad ogni *S* ed *S* appartiene a qualche *P*.

Il conseguente di (12) è identico all'antecedente di (8). Applicando la legge del sillogismo ipotetico, possiamo ottenere da (12) e (8) il sillogismo:

(13) Se *R* appartiene ad ogni *S* e *P* appartiene a qualche *S*, allora *R* appartiene a qualche *P*.

Tuttavia questo sillogismo non è il modo *Disamis* che dovevasi dimostrare, ma è il modo *Datisi*. È chiaro che il modo *Disamis* si può derivare da *Datisi* convertendo il suo conseguente, secondo la tesi (10), cioè applicando il sillogismo ipotetico a (13) e (10). Sembra però che Aristotele abbia preso un'altra direzione: invece di derivare *Datisi* e convertire la sua conclusione, egli converte la conclusione di *Darii*, ottenendo così il sillogismo:

(14) Se *R* appartiene ad ogni *S* e *S* appartiene a qualche *P*, allora *P* appartiene a qualche *R*,

e poi applica intuitivamente la legge del sillogismo ipotetico a (12) e (14). Il sillogismo (14) è un modo della quarta figura detto *Dimaris*. Come sappiamo già, Aristotele ricorda questo sillogismo all'inizio del secondo libro dell'*Analitica Prima*.

In modo analogo potremmo analizzare le altre prove per conversione. Da questa analisi segue che se aggiungiamo ai sillogismi perfetti della prima figura e alle leggi della conversione tre leggi della logica delle proposizioni, cioè la legge del sillogismo ipotetico, e due leggi del fattore, possiamo ottenere delle prove rigorosamente formalizzate di tutti i sillogismi imperfetti, eccetto *Baroco* e *Bocardo*. Questi due modi richiedono altre tesi della logica delle proposizioni.

§ 18. *Le prove per* reductio ad impossibile

I modi *Baroco* e *Bocardo* non si possono ridurre alla prima figura per mezzo della conversione. La conversione della premessa *A* darebbe una proposizione *I*, dalla quale, assieme alla premessa *O*, non segue alcuna conclusione; e la premessa *O* non è convertibile. Aristotele cerca di provare questi due modi per mezzo della *reductio ad impossibile*. La prova di *Baroco* procede così: « Se *M* appartiene ad ogni *N* ma non a qualche *X*, è necessario che *N* non appartenga a qualche *X*; difatti, se *N* appartiene ad ogni *X* e *M* è predicato di ogni *N*, *M* deve appartenere ad ogni *X*; ma si era assunto che *M* non appartiene a qualche *X* »[28]. Questa prova è molto concisa ed ha bisogno di spiegazione. Di solito essa è spiegata nel modo seguente: [29]

Abbiamo da provare il sillogismo:

(1) Se *M* appartiene ad ogni *N* e *M* non appartiene a qualche *X*, allora *N* non appartiene a qualche *X*.

Si ammette che le premesse « *M* appartiene ad ogni *N* » e « *M* non appartiene a qualche *X* » sono vere; allora la conclusione « *N* non appartiene a qualche *X* » deve pure essere vera. Difatti, se questa fosse falsa, la sua contraddittoria « *N* appartiene ad ogni *X* » sarebbe vera. Quest'ultima

[28] Aα 5, 27ª 37 εἰ τῷ μὲν Ν παντὶ τὸ Μ, τῷ δε Ξ τινὶ μὴ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ Ν τινὶ τῷ Ξ μὴ ὑπάρχειν· εἰ γὰρ παντὶ ὑπάρχει, κατηγορεῖται δὲ καὶ τὸ Μ παντὸς τοῦ Ν, ἀνάγκη τὸ Μ παντὶ τῷ Ξ ὑπάρχειν· ὑπέκειτο δὲ τινὶ μὴ ὑπάρχειν.

[29] Cf., per esempio, Maier, *op. cit.* vol. ii *a*, p. 84.

proposizione è il punto di partenza della nostra riduzione. Siccome si è ammesso che la premessa « *M* appartiene ad ogni *N* » è vera, da questa premessa e la proposizione « *N* appartiene ad ogni *X* » noi otteniamo la conclusione « *M* appartiene ad ogni *X* », per il modo *Barbara*. Ma questa conclusione è falsa. Perciò il punto di partenza della nostra riduzione, « *N* appartiene ad ogni *X* », che ci ha condotto ad una conclusione falsa deve pure essere falso, e il suo contraddittorio, « *N* non appartiene a qualche *X* » deve essere vero.

Questo argomento è convincente solo in apparenza; di fatto esso non prova il sillogismo in questione. Esso si può applicare solo al tradizionale modo *Baroco* (riferisco questo modo nella sua forma solita, con il verbo « essere », e non nella forma aristotelica con « appartenere »):

(2) Ogni *N* è *M*
Qualche *X* non è *M*
perciò
Qualche *X* non è *N*.

Questa è una regola di illazione e ci permette di affermare la conclusione, purché le premesse siano vere. Ma non dice che cosa succede se le premesse non sono vere. Ciò è del resto senza importanza, dato che è evidente che un'illazione basata su premesse false non può essere valida. Ma i sillogismi aristotelici non sono regole di illazione; essi sono proposizioni. Il sillogismo (1) è un'implicazione che è vera per tutti i valori delle variabili *M*, *N*, *X*, e non solo per quelle che verificano le sue premesse. Se noi applichiamo questo modo *Baroco* ai termini *M* = « uccello », *N* = « animale », *X* = « gufo », otteniamo un sillogismo vero (uso le forme con « essere », come Aristotele fa negli esempi):

(3) Se tutti gli animali sono uccelli
e alcuni gufi non sono uccelli
allora alcuni gufi non sono animali.

Questo è un esempio del modo *Baroco*, perché risulta da esso per sostituzione. Ma l'argomento sopra riferito non si può applicare a questo sillogismo. Non possiamo ammettere che le premesse siano vere, perché le proposizioni « tutti gli animali sono uccelli » e « alcuni gufi non sono uccelli » sono certamente false. Non abbiamo poi bisogno di supporre che la conclusione sia falsa: essa è falsa, che noi supponiamo o no la sua falsità. Ma il punto importante è che la contraddittoria della conclusione, cioè la proposizione « tutti i gufi sono animali », assieme alla prima pre-

messa « tutti gli animali sono uccelli » dà luogo non a una conclusione falsa, ma vera: « tutti i gufi sono uccelli ». La *reductio ad impossibile* in questo caso è impossibile.

La prova data da Aristotele né è sufficiente né è una prova per *reductio ad impossible* [23]. Aristotele descrive la prova indiretta o dimostrazione *per impossibile*, in opposizione alla prova diretta o ostensiva, come una prova che pone ciò che vuole confutare, confutare cioè riducendo [la proposizione in questione] a un enunciato che si è ammesso essere falso, mentre la prova ostensiva parte da proposizioni ammesse come vere[30]. Di conseguenza, se dobbiamo provare una proposizione per *reductio ad impossibile* dobbiamo partire dalla sua negazione e derivare di qui un'enunciazione ovviamente falsa [24]. La prova indiretta del modo *Baroco*, deve cominciare dalla negazione di questo modo e non dalla negazione della sua conclusione e questa negazione deve condurre a un'enunciazione incondizionatamente falsa e non a una proposizione che si ammette essere falsa solo sotto certe condizioni. Darò qui una traccia di tale prova.

Denoti α la proposizione « *M* appartiene ad ogni *N* », β « *N* appartiene ad ogni *X* » e γ « *M* appartiene ad ogni *X* ». Siccome la negazione di una premessa *A* è una premessa *O*, « non-β » [31] significherà « *N* non appartiene a qualche *X* », e « non-γ « *M* non appartiene a qualche *X* ». Secondo il modo *Baroco*, l'implicazione: « Se α e non-γ, allora non-β » è vera; in altre parole, α e non-γ non sono vere assieme a β. Perciò la negazione di questa proposizione significherebbe che « α e β e non-γ » sono vere assieme. Ma da « α e β » segue « γ » per il modo *Barbara*. Otteniamo perciò « γ e non-γ », cioè una proposizione ovviamente falsa, perché è una contraddizione *in forma*. È facile vedere che questa genuina prova del modo Baroco per *reductio ad impossibile* è del tutto diversa da quella data da Aristotele. [24]

Il modo *Baroco* si può provare dal modo *Barbara* con una prova ostensiva semplicissima, la quale richiede una e una sola tesi della logica delle proposizioni. È la seguente legge composta della trasposizione:

(4) Se (se *p* e *q*, allora *r*), allora se *p* e non è vero che *r*, allora non è vero che *q*.[32]

[30] A 14, 62a 29 διαφέρει δὲ ἡ εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπόδειξις τῆς δεικτικῆς τῷ τιθῆναι ὃ βούλεται ἀναιρεῖν, ἀπάγουσα εἰς ὁμολογούμενον ψεῦδος. ἡ δὲ δεικτικὴ ἄρχεται ἐξ ομολογουμένων θέσεων (ἀληθῶν).

[31] Uso «non-» come abbreviazione per la negazione proposizionale «non è vero che».

[32] Vedi *Principia Mathematica*, p. 118, tesi *3.37.

Al posto di *p* si metta « *M* appartiene ad ogni *N* », al posto di *q* « *N* appartiene ad ogni *X* », al posto di *r* « *M* appartiene ad ogni *X* ». Con questa sostituzione otteniamo nell'antecedente di (4) il modo *Barbara*, e perciò possiamo staccare il conseguente, il quale suona:

(5) Se *M* appartiene ad ogni *N* e non è vero che *M* appartiene ad ogni *X*, allora non è vero che *N* appartiene ad ogni *X*.

Siccome la premessa *O* è la negazione della premessa *A*, possiamo sostituire in (5) le forme « non è vero che appartiene ad ogni » con « non appartiene a qualche », ottenendo così il modo *Baroco*

Non c'è dubbio che Aristotele conosceva la legge della trasposizione a cui si fa riferimento in questa prova. Questa legge è strettamente collegata con la cosiddetta « conversione » del sillogismo che egli esamina per esteso[33]. Convertire un sillogismo significa prendere la contraria o la contraddittoria (nelle prove *per impossibile* solo la contraddittoria) della conclusione assieme a una premessa e con queste due distruggere l'altra premessa. « E necessario, dice Aristotele, se la conclusione è stata convertita e una delle premesse resta, che l'altra premessa sia distrutta. Perché se essa restasse, la conclusione dovrebbe pure restare »[34]. Questa è una descrizione della legge composta della trasposizione. Aristotele perciò conosce la legge. Inoltre egli la applica pure, per ottenere dal modo *Barbara* i modi *Bocardo* e *Baroco*. Esaminando nello stesso capitolo la conversione dei modi della prima figura, egli dice: « Sia il sillogismo affermativo (cioè *Barbara*) e sia esso convertito come detto (cioè per negazione contraddittoria). Allora se *A* non appartiene ad ogni *C*, ma ad ogni *B*, *B* non apparterrà ad ogni *C*. E se *A* non appartiene ad ogni *C*, ma *B* appartiene ad ogni *C*, *A* non apparterrà ad ogni *B* »[35]. Le prove di *Bocardo* e di *Baroco* sono date qui nella loro forma più semplice.

Nella esposizione sistematica della sillogistica queste prove valide ~~sono~~ sono sostituite da insufficienti dimostrazioni *per impossibile*. La ragione è, come io suppongo, che Aristotele non riconosce argomenti ἐξ ὑποθέσεως come strumenti di dimostrazioni genuine. Ogni dimostrazione è per lui

[33] Aβ, 8-10.

[34] *Ibid.* 8, 59b 3 ἀνάγκη γὰρ τοῦ συμπεράσματος ἀντιστραφέντος καὶ τῆς ἑτέρας μενούσης προτάσεως ἀναιρεῖσθαι τὴν λοιπήν· εἰ γὰρ ἔσται, καὶ τὸ συμπέρασμα ἔσται. Cf. *Top*. viii. 14, 163a 34 ἀνάγκη γάρ, εἰ τὸ συμπέρασμα μή ἐστι, μίαν τινὰ ἀναιρεῖσθαι τῶν προτάσεων, εἴπερ πασῶν τεθεισῶν ἀνάγκη ἦν τὸ συμπέρασμα εἶναι.

[35] Aβ 8, 59b 28 ἔστω γὰρ κατηγορικὸς ὁ συλλογισμός, καὶ ἀντιστρεφέσθω οὕτως (cioè ἀντικειμένως). οὐκοῦν εἰ τὸ Α οὐ παντὶ τῷ Γ, τῷ δὲ Β παντί, τὸ Β οὐ παντὶ τῷ Γ· καὶ εἰ τὸ μὲν Α μὴ παντὶ τῷ Γ, τὸ δὲ Β παντί, τὸ Α οὐ παντὶ τῷ Β.

in forza di sillogismo categorico: egli si dà premura di dimostrare che la prova *per impossibile* è una genuina prova perché contiene almeno una parte che è un sillogismo categorico. Quando esamina la prova del teorema che il lato di un quadrato è incommensurabile con la sua diagonale, egli dice espressamente: « Sappiamo per un sillogismo che la contraddittoria di questo teorema condurrebbe a una conseguenza assurda, cioè che numeri dispari sarebbero uguali a numeri pari; ma il teorema stesso è provato per un'ipotesi, poiché quando è negato ne risulta una falsità »[36]. « Dello stesso genere, conclude Aristotele, sono tutti gli altri argomenti ipotetici; difatti in ogni caso il sillogismo conduce a una proposizione che è diversa dalla tesi originale, e la tesi originale si raggiunge per convenzione o per qualche altra ipotesi »[37]. Tutto questo ovviamente non è vero: Aristotele non capisce la natura degli argomenti ipotetici. La prova di *Baroco* e *Bocardo* per mezzo della legge della trasposizione non si raggiunge per mezzo di una convenzione o qualche altra ipotesi ma si eseguisce per mezzo di una legge logica evidente; inoltre essa è certo una prova di un sillogismo categorico sulla base di un altro, ma non si eseguisce per mezzo di un sillogismo categorico.

Alla fine del primo libro dell'*Analitica Prima* Aristotele osserva che ci sono molti argomenti ipotetici che si dovrebbero considerare e descrivere e promette di farlo in seguito [38]; ma non mantenne questa promessa[39]. Era riservato agli Stoici di includere la teoria degli argomenti ipotetici nella loro logica delle proposizioni, nella quale la legge composta della trasposizione trova il suo proprio posto. In occasione di un argomento di Enesidemo (che non ci interessa qui) gli Stoici analizzarono la seguente regola di illazione che corrisponde alla legge composta della trasposizione: « Se il primo e il secondo, allora il terzo; ma non il terzo, e pure

[36] Αα. i. 23, 41^a 23 πάντες γὰρ οἱ διὰ τοῦ ἀδυνάτου περαίνοντες τὸ μὲν ψεῦδος συλλογίζονται, τὸ δ' ἐξ ἀρχῆς ἐξ ὑποθέσεως δεικνύουσιν, ὅταν ἀδύνατόν τι συμβαίνῃ τῆς ἀντιφάσεως τεθείσης, οἷον ὅτι ἀσύμμετρος ἡ διάμετρος διὰ τὸ γίνεσθαι τὰ περιττὰ ἴσα τοῖς ἀρτίοις συμμέτρου τεθείσης. τὸ μὲν οὖν ἴσα γίνεσθαι τὰ περιττὰ τοῖς ἀρτίοις συλλογίζεται, τὸ δ' ἀσύμμετρον εἶναι τὴν διάμετρον ἐξ ὑποθέσεως δείκνυσιν, ἐπεὶ ψεῦδος συμβαίνει διὰ τὴν ἀντίφασιν.

[37] Αα 23, 41^a 37 ὡσαύτως δὲ καὶ οἱ ἄλλοι πάντες οἱ ἐξ ὑποθέσεως· ἐν ἅπασι γὰρ ὁ μὲν συλλογισμὸς γίνεται πρὸς τὸ μεταλαμβανόμενον, τὸ δ' ἐξ ἀρχῆς περαίνεται δι' ὁμολογίας ἤ τινος ἄλλης ὑποθέσεως.

[38] *Ibid.* 44, 50^a 39 πολλοὶ δὲ καὶ ἕτεροι περαίνονται ἐξ ὑποθέσεως, οὓς ἐπισκέψασθαι δεῖ καὶ διασημῆναι καθαρῶς. τίνες μὲν οὖν αἱ διαφοραὶ τούτων, καὶ ποσαχῶς γίνεται τὸ ἐξ ὑποθέσεως, ὕστερον ἐροῦμεν.

[39] Alessandro 389.32, commentando questo passo dice: λέγει καὶ ἄλλους πολλοὺς ἐξ ὑποθέσεως περαίνεσθαι, περὶ ὧν ὑπερτίθεται μὲν ὡς ἐρῶν ἐπιμελέστερον, οὐ μὴν φέρεται αὐτοῦ σύγγραμμα περὶ αὐτῶν.

il primo; perciò non il secondo »[40]. Questa regola si riduce al secondo e al terzo dei sillogismi indimostrabili della logica stoica. Conosciamo già il primo sillogismo indimostrabile, cioè il *modus ponens*; il secondo è il *modus tollens*: « Se il primo, allora il secondo; ma non il secondo, perciò non il primo ». Il terzo sillogismo indimostrabile comincia con la negazione di una congiunzione e suona così: « Non (il primo e il secondo); ma il primo; perciò non il secondo ». Secondo Sesto Empirico l'analisi di questo sillogismo è la seguente: In forza del secondo sillogismo indimostrabile, dalla implicazione « Se il primo e il secondo, allora il terzo » e la negazione del suo conseguente « non il terzo », otteniamo la negazione del suo antecedente « non (il primo e il secondo) ». Da questa proposizione, che è virtualmente contenuta nelle premesse, ma non esplicitamente espressa in parole, assieme alla premessa « il primo », segue la conclusione « non il secondo », in forza del terzo sillogismo indimostrabile.[41] È questo uno dei più nitidi argomenti di cui siamo debitori agli Stoici. Vediamo che logici competenti ragionavano 2000 anni fa allo stesso modo che noi oggi [24^a].

§ 19. *Le prove per ectesi*

Le prove per conversione e *per impossibile* sono sufficienti a ridurre tutti i sillogismi imperfetti a quelli perfetti. Ma Aristotele dà anche un terzo genere di prova, cioè le cosiddette prove per esposizione o ἔκθεσις. Sebbene abbiano poca importanza per il sistema, esse sono interessanti in se stesse e meritano uno studio accurato.

Ci sono solo tre passi dell'*Analitica Prima* nei quali Aristotele dà una breve caratterizzazione di questo genere di prova [25]. Il primo è connesso con la prova della conversione della premessa E, la seconda è una

[40] Gli Stoici denotano variabili proposizionali con i numeri ordinali.

[41] Sesto Empirico (ed. Mutschmann), *Adv. math.* viii. 235-6 συνέστηκε γὰρ ὁ τοιοῦτος λόγος (scil. ὁ παρὰ τῷ Αἰνησιδήμῳ ἐρωτηθείς) ἐκ δευτέρου ἀναποδείκτου καὶ τρίτου, καθὼς πάρεστι μαθεῖν ἐκ τῆς ἀναλύσεως, ἥτις σαφεστέρα μᾶλλον γενήσεται ἐπὶ τοῦ τρόπου ποιησαμένων ἡμῶν τὴν διδασκαλίαν, ἔχοντος οὕτως· « εἰ τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον, τὸ τρίτον· οὐχὶ δέ γε τὸ τρίτον, ἀλλὰ καὶ τὸ πρῶτον· οὐκ ἄρα τὸ δεύτερον. » ἐπεὶ γὰρ ἔχομεν συνημμένον ἐν ᾧ ἡγεῖται συμπεπλεγμένον <τὸ> « τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον », λήγει δὲ <τὸ> « τὸ τρίτον », ἔχομεν δὲ καὶ τὸ ἀντικείμενον τοῦ λήγοντος τὸ « οὐ τὸ τρίτον », συναχθήσεται ἡμῖν καὶ τὸ ἀντικείμενον τοῦ ἡγουμένου τὸ « οὐκ ἄρα τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον » δευτέρῳ ἀναποδείκτῳ. ἀλλὰ δὴ τοῦτο αὐτὸ κατὰ μὲν τὴν δύναμιν ἔγκειται τῷ λόγῳ, ἐπεὶ ἔχομεν τὰ συνακτικὰ αὐτοῦ λήμματα, κατὰ δὲ τὴν προφορὰν παρεῖται. ὅπερ τάξαντες μετὰ τοῦ λειπομένου λήμματος τοῦ « τὸ πρῶτον »,* ἕξομεν συναγόμενον τὸ συμπέρασμα τὸ « οὐκ ἄρα τὸ δεύτερον » τρίτῳ ἀναποδείκτῳ. [* τοῦ πρώτου codd., τοῦ τρόπου Kochalski, τοῦ « τὸ πρῶτον » scripsi. (τρόπος = modo espresso in variabili; συνημμένον = implicazione, ἡγούμενον = antecedente, λῆγον = conseguente, συμπεπλεγμένον = congiunzione)].

prova del modo *Darapti*, la terza del modo *Bocardo*. La parola ἔκθεσις ricorre solo nel secondo passo, ma non c'è alcun dubbio che gli altri due passi sono pure intesi come prove per ectesi[42].

Cominciamo con il primo passo: « Se *A* appartiene a nessun *B*, neppure *B* apparterrà ad alcun *A*. Difatti se appartenesse a qualcuno, p. es., *C*, non sarebbe vero che *A* appartiene a nessun *B*; perché *C* è qualcuno dei *B* »[43]. La conversione della premessa *E* è provata qui *per impossibile*; ma questa prova *per impossibile* è basata sulla conversione della premessa *I*, la quale è provata per esposizione. La prova per esposizione richiede l'introduzione di un nuovo termine, detto il « termine esposto », nel nostro caso *C*. Data l'oscurità di questo passo, il significato esatto di *C* e della struttura logica della prova si può stabilire solo per congettura. Cercherò di spiegare la cosa in base alla logica formale moderna.

Dobbiamo provare la legge della conversione della premessa *I* « Se *B* appartiene a qualche *A*, allora *A* appartiene a qualche *B* ». Aristotele introduce a questo scopo un nuovo termine, *C*; dalle sue parole segue che *C* è incluso tanto in *B* quanto in *A*, cosicché otteniamo due premesse: « *B* appartiene ad ogni *C* » e « *A* appartiene ad ogni *C* ». Da queste due premesse possiamo dedurre sillogisticamente, per il modo *Darapti*, la conclusione « *A* appartiene a qualche *B* ». Questa è la prima interpretazione data da Alessandro[44].

Si può obbiettare però che questa interpretazione presuppone il modo *Darapti*, che non è ancora provato. Perciò Alessandro preferisce un'altra interpretazione che non è basata su un sillogismo: egli sostiene che il termine *C* è un singolare dato dalla percezione sensibile e che la prova per esposizione consiste in una specie di evidenza sensibile[45]. Questa spiega-

[42] Ci sono altri due passi che trattano della ectesi, Aα 30ª 6-14, e 30ᵇ 31-40 (sono debitore di questa indicazione a Sir David Ross); tutti e due però sono riferiti allo schema dei sillogismi modali.

[43] Aα 25ª 15 εἰ οὖν μηδενὶ τῷ Β τὸ Α ὑπάρχει, οὐδὲ τῷ Α οὐδενὶ ὑπάρξει τὸ Β. εἰ γάρ τινι, οἷον τῷ Γ, οὐκ ἀληθὲς ἔσται τὸ μηδενὶ τῷ Β τὸ Α ὑπάρχειν· τὸ γὰρ Γ τῶν Β τί ἐστιν. [Corr. W. D. Ross.]

[44] Alessandro 32. 12 εἰ γὰρ τὸ Β τινὶ τῷ Α ὑπάρχει . . . ὑπαρχέτω τῷ Γ· ἔστω γὰρ τοῦτο τὶ τοῦ Α, ᾧ ὑπάρχει τὸ Β. ἔσται δὴ τὸ Γ ἐν ὅλῳ τῷ Β καὶ τὶ αὐτοῦ, καὶ τὸ Β κατὰ παντὸς τοῦ Γ· ταὐτὸν γὰρ τὸ ἐν ὅλῳ καὶ κατὰ παντός. ἀλλ' ἦν τὸ Γ τὶ τοῦ Α· ἐν ὅλῳ ἄρα καὶ τῷ Α τὸ Γ ἐστίν· εἰ δὲ ἐν ὅλῳ, κατὰ παντὸς αὐτοῦ ῥηθήσεται τὸ Α. ἦν δὲ τὸ Γ τὶ τοῦ Β· καὶ τὸ Α ἄρα κατὰ τινὸς τοῦ Β κατηγορηθήσεται.

[45] *Ibid.* 32 ἢ ἄμεινόν ἐστι καὶ οἰκειότατον τοῖς λεγομένοις τὸ δι' ἐκθέσεως καὶ αἰσθητικῶς λέγειν τὴν δεῖξιν γεγονέναι, ἀλλὰ μὴ τὸν εἰρημένον τρόπον μηδὲ συλλογιστικῶς. ὁ γὰρ διὰ τῆς ἐκθέσεως τρόπος δι' αἰσθήσεως γίνεται καὶ οὐ συλλογιστικῶς· τοιοῦτον γάρ τι λαμβάνεται τὸ Γ τὸ ἐκτιθέμενον, ὅ αἰσθητὸν ὂν μόριόν ἐστι τοῦ Α· εἰ γὰρ κατὰ μορίου τοῦ Α ὄντος τοῦ Γ αἰσθητοῦ τινος καὶ καθ' ἕκαστα λέγοιτο τὸ Β, εἴη ἂν καὶ τοῦ Β μόριον τὸ αὐτὸ Γ ὄν γε ἐν αὐτῷ· ὥστε τὸ Γ εἴη ἂν ἀμφοτέρων μόριον καὶ ἐν ἀμφοτέροις αὐτοῖς.

zione, però, che è accettata da Maier[46], non ha alcuna prova nel testo dell'*Analitica Prima*: Aristotele non dice che *C* è un termine individuale. Inoltre una prova da evidenza sensibile non è una prova logica. Se vogliamo provare logicamente che la premessa « *B* appartiene a qualche *A* » si può convertire, e se la prova deve essere condotta per mezzo di un terzo termine *C*, dobbiamo trovare una tesi che connetta la detta premessa con una proposizione contenente il termine *C*.

Non sarebbe naturalmente vero, dire semplicemente che se *B* appartiene a qualche *A*, allora *B* appartiene ad ogni *C* e *A* appartiene ad ogni *C*. Ma una leggera modificazione del conseguente di questa implicazione risolve facilmente il problema. Dobbiamo mettere di fronte al conseguente un quantore esistenziale, cioè la parola « esiste », che lega la variabile *C*. Difatti, se *B* appartiene a qualche *A*, esiste sempre un termine *C* tale che *B* appartiene ad ogni *C* e *A* appartiene ad ogni *C*. *C* può essere la parte comune di *A* e *B*, o un termine incluso in questa parte comune. Se, p. es., alcuni greci sono filosofi, c'è sempre una parte comune dei termini « greco » e « filosofo », cioè « filosofi greci », ed è evidente che tutti i filosofi greci sono greci e tutti i filosofi greci sono filosofi. Possiamo perciò stabilire la tesi seguente:

(1) Se *B* appartiene a qualche *A*, allora esiste un *C* tale che *B* appartiene ad ogni *C* e *A* appartiene ad ogni *C*.

Questa tesi è evidente. Ma anche la conversa di (1) è evidente. Se esiste una parte comune di *A* e *B*, *B* deve appartenere a qualche *A*. Otteniamo perciò:

(2) Se c'è un *C* tale che *B* appartiene ad ogni *C* e *A* appartiene ad ogni *C*, allora *B* appartiene a qualche *A* [26].

È probabile che Aristotele abbia sentito intuitivamente la verità di queste tesi senza essere in grado di formularle esplicitamente e che egli abbia intravisto il loro nesso con la conversione della premessa *I* senza vedere tutti i passi della deduzione che conduce a questo risultato. Darò qui una completa prova formale della conversione della premessa *I*, cominciando dalle tesi (1) e (2) ed applicando ad esse alcune leggi della logica delle proposizioni e le regole dei quantori esistenziali.

[46] *Op. cit.*, vol. ii *a*, p. 20: "Die Argumentation bedient sich also nicht eines Syllogismus, sondern des Hinweises auf den Augenschein".

La seguente tesi della logica delle proposizioni era certamente nota ad Aristotele:

(3) Se p e q, allora q e p.

È la legge commutativa della congiunzione[47]. Applicando questa legge alle premesse « B appartiene ad ogni C » e « A appartiene ad ogni C », otteniamo:

(4) Se B appartiene ad ogni C e A appartiene ad ogni C, allora A appartiene ad ogni C e B appartiene ad ogni C.

A questa tesi applicherò le regole dei quantori esistenziali. Ci sono due regole dei quantori esistenziali; ambedue sono stabilite in rapporto a una implicazione vera. La prima regola dice: È permesso mettere davanti a un conseguente di un'implicazione vera un quantore esistenziale, che lega la variabile libera che si trova nel conseguente. Da questa regola risulta che:

(5) Se B appartiene ad ogni C e A appartiene ad ogni C, allora esiste un C tale che A appartiene ad ogni C e B appartiene ad ogni C.

La seconda regola dice: È permesso mettere un quantore esistenziale davanti all'antecedente di un'implicazione vera, il quale leghi una variabile libera che si trova nell'antecedente, purché questa variabile non si trovi come variabile libera nel conseguente. In (5) C è già legato nel conseguente; perciò secondo questa regola possiamo legare C nell'antecedente, ottenendo così la formula:

(6) Se esiste un C tale che B appartiene ad ogni C e A appartiene ad ogni C ~~e B appartiene ad ogni C~~, allora esiste un C tale che A appartiene ad ogni C e B appartiene ad ogni C.

L'antecedente di questa formula è identico con il conseguente della tesi (1); perciò, per la legge del sillogismo ipotetico, segue che:

(7) Se B appartiene a qualche A, allora esiste un C tale che A appartiene ad ogni C e B appartiene ad ogni C.

Dalla (2), scambiando B e A, otteniamo la tesi:

(8) Se esiste un C tale che A appartiene ad ogni C e B appartiene ad ogni C, allora A appartiene a qualche B,

[47] Vedi *Principia Mathematica*, p. 116, tesi *3.22.

e dalla (7) e (8) possiamo dedurre per il sillogismo ipotetico, la legge della conversione della premessa I:

(9) Se B appartiene a qualche A, allora A appartiene a qualche B.

Da quanto sopra, vediamo che la vera ragione della convertibilità della premessa I è la commutabilità della congiunzione. La percezione di un individuo singolare che appartiene ad entrambi A e B, può convincerci intuitivamente della convertibilità di questa premessa, ma ciò non è sufficiente ad una prova logica. Non c'è alcun bisogno di assumere C come un termine singolare dato dalla percezione sensibile.

La prova del modo *Darapti* per esposizione si può ora comprendere facilmente. Aristotele riduce questo modo alla prima figura per conversione e poi dice: « È pure possibile dimostrare questo *per impossibile* e per esposizione. Difatti, se ambedue P e R appartengono ad ogni S, se si prenda qualcuno degli S, p. es. N, tanto P che R apparterranno a questo, e allora P apparterrà a qualche R »[48]. Il commento di Alessandro a questo passo merita la nostra attenzione. Comincia con una osservazione critica. Se N fosse un universale incluso in S, otterremmo come premesse « P appartiene ad ogni N » e « R appartiene ad ogni N ». Ma questa è esattamente la stessa combinazione di premesse, συζυγία, che « P appartiene ad ogni S » e « R appartiene ad ogni S », e il problema rimane tale e quale [27]. Perciò, continua Alessandro, N non può essere un termine universale; esso è un termine singolare dato alla percezione[49]. Abbiamo già citato questa opinione. A suo sostegno Alessandro porta tre argomenti: Primo, se si rigetta questa spiegazione non avremmo nessuna prova; secondo, Aristotele non dice che P e R appartengono ad ogni C, ma semplicemente a C; terzo, Aristotele non converte le proposizioni con N[50]. Nessuno di questi argomenti è convincente: nel nostro esempio non c'è bisogno di conversione; Aristotele omette spesso il segno dell'univer-

[48] Αα 6, 28ª 22 ἔστι δὲ καὶ διὰ τοῦ ἀδυνάτου καὶ τῷ ἐκθέσθαι ποιεῖν τὴν ἀπόδειξιν· εἰ γὰρ ἄμφω (scil. Π καὶ Ρ) παντὶ τῷ Σ ὑπάρχει, ἂν ληφθῇ τι τῶν Σ, οἷον τὸ Ν, τούτῳ καὶ τὸ Π καὶ τὸ Ρ ὑπάρξει, ὥστε τινὶ τῷ Ρ τὸ Π ὑπάρξει.

[49] Alessandro 99. 28 τί γὰρ διαφέρει τῷ Σ ὑπάρχειν λαβεῖν παντὶ τό τε Π καὶ τὸ Ρ καὶ μέρει τινὶ τοῦ Σ τῷ Ν; τὸ γὰρ αὐτὸ καὶ ἐπὶ τοῦ Ν ληφθέντος μένει· ἡ γὰρ αὐτὴ συζυγία ἐστίν, ἄν τε κατὰ τοῦ Ν παντὸς ἐκείνων ἑκάτερον, ἄν τε κατὰ τοῦ Σ κατηγορῆται· ἢ οὐ τοιαύτη ἡ δεῖξις, ᾗ χρῆται· ὁ γὰρ δι' ἐκθέσεως τρόπος δι' αἰσθήσεως γίνεται. οὐ γὰρ ἵνα τοιοῦτόν τι τοῦ Σ λάβωμεν, καθ' οὗ ῥηθήσεται παντὸς τὸ Π καὶ τὸ Ρ, λέγει . . . ἀλλ' ἵνα τι τῶν ὑπ' αἴσθησιν πιπτόντων, ὃ φανερόν ἐστιν ὂν καὶ ἐν τῷ Π καὶ ἐν τῷ Ρ.

[50] *Ibid.* 100. 7 ὅτι γὰρ αἰσθητὴ ἡ διὰ τῆς ἐκθέσεως δεῖξις, σημεῖον πρῶτον μὲν τὸ εἰ μὴ οὕτως λαμβάνοιτο, μηδεμίαν γίνεσθαι δεῖξιν· ἔπειτα δὲ καὶ τὸ αὐτὸν μηκέτι χρήσασθαι ἐπὶ τοῦ Ν, ὃ ἦν τι τοῦ Σ, τῷ παντὶ αὐτῷ ὑπάρχειν τό τε Π καὶ τὸ Ρ, ἀλλ' ἁπλῶς θεῖναι τὸ ὑπάρχειν· ἀλλὰ καὶ τὸ μηδετέραν ἀντιστρέψαι.

salità dove dovrebbe essere usato [51], e quanto al primo argomento, sappiamo già che c'è un'altra e migliore spiegazione.

Il modo *Darapti*:

(10) Se *P* appartiene ad ogni *S* e *R* appartiene ad ogni *S*, allora *P* appartiene a qualche *R*,

risulta da una sostituzione della tesi (2) - si prenda *P* per *B*, e *R* per *A*:

(11) Se esiste un *C* tale che *P* appartiene ad ogni *C* e *R* appartiene ad ogni *C* allora *P* appartiene a qualche *R*,

e dalla tesi:

(12) Se *P* appartiene ad ogni *S* e *R* appartiene ad ogni *S*, allora esiste un *C* tale che *P* appartiene ad ogni *C* e *R* appartiene ad ogni *C* [28].

Possiamo provare la tesi (12) applicando a questa identità:

(13) Se *P* appartiene ad ogni *C* e *R* appartiene ad ogni *C*, allora *P* appartiene ad ogni *C* e *R* appartiene ad ogni *C*,

la seconda regola dei quantori esistenziali, ottenendo:

(14) Se *P* appartiene ad ogni *C* e *R* appartiene ad ogni *C*, allora esiste un *C* tale che *P* appartiene ad ogni *C* e *R* appartiene ad ogni *C*,

e sostituendo in (14) la lettera *S* al posto della variabile libera *C*, cioè solo nell'antecedente, poiché non è permesso sostituire alcunché a una variabile legata.

Da (12) e (11) risulta il modo *Darapti*, per il sillogismo ipotetico. Vediamo di nuovo qui che il termine esposto, *C*, è un termine universale quanto *A* e *B*. Denotare questo termine con *N* piuttosto che con *C*, non fa ovviamente alcuna differenza. [IV, 3].

Di maggiore importanza sembra essere il terzo passo, che contiene la prova per esposizione del modo *Bocardo*. Esso dice: « Se *R* appartiene ad ogni *S* ma *P* non appartiene a qualche *S*, è necessario che *P* non appartenga a qualche *R*. Difatti, se *P* appartiene ad ogni *R* e *R* appartiene ad ogni *S*, allora *P* apparterrà ad ogni *S*; ma avevamo assunto che non apparteneva. La prova è possibile pure senza la riduzione *ad impossibile*

[51] Vedi p. es. I. n. 4.

se si prendano alcuni degli *S* ai quali *P* non appartiene »[52]. Darò un'analisi di questa prova allo stesso modo delle altre prove per esposizione.

Denotiamo con *C* la parte di *S* a cui *P* non appartiene; otterremo due proposizioni: « *S* appartiene ad ogni *C* » e « *P* appartiene a nessun *C* ». Dalla prima di queste proposizioni e dalla premessa « *R* appartiene ad ogni *S* » otteniamo in *Barbara* la conseguenza [29] « *R* appartiene ad ogni *C* », la quale, assieme alla seconda proposizione « *P* appartiene a nessun *C* » dà la conclusione cercata in forza di *Felapton*. Il problema è come possiamo ottenere le proposizioni con il *C* dalle originali premesse « *R* appartiene ad ogni *S* » e « *P* non appartiene a qualche *S* » [30]. La prima di queste premesse è inutile al nostro scopo, perché non contiene *P*; dalla seconda premessa non possiamo ottenere le nostre proposizioni nel modo ordinario, perché essa è particolare e le nostre proposizioni sono universali. Ma se introduciamo il quantore esistenziale le possiamo ottenere; difatti la tesi seguente è vera:

(15) Se *P* non appartiene a qualche *S*, allora esiste un *C* tale che *S* appartiene ad ogni *C* e *P* appartiene a nessun *C*.

La verità di questa tesi è ovvia se ci rendiamo conto che la condizione richiesta per *C* è sempre adempita da quella parte di *S* a cui *P* non appartiene.

Cominciando da questa tesi (15) possiamo provare il modo *Bocardo* sulla base dei modi *Barbara* e *Felapton* e per mezzo di alcune leggi della logica delle proposizioni e della seconda regola del quantore esistenziale. Siccome la prova è alquanto lunga, ne darò qui solo una traccia.

Prendiamo come premesse, oltre a (15), il modo *Barbara* con premesse trasposte:

(16) Se *S* appartiene ad ogni *C* e *R* appartiene ad ogni *S*, allora *R* appartiene ad ogni *C*,

e il modo *Felapton*, pure con premesse trasposte:

(17) Se *R* appartiene ad ogni *C* e *P* appartiene a nessun *C*, allora *P* non appartiene a qualche *R*.

A queste premesse possiamo applicare una complicata tesi della logica delle proposizioni, la quale, interessante a notarsi, era nota ai Peripatetici

[52] Aα 6, 28b 17 εἰ γὰρ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ, τὸ δὲ Π τινὶ μὴ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ Ρ μὴ ὑπάρχειν. εἰ γὰρ παντί, καὶ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ, καὶ τὸ Π παντὶ τῷ Σ ὑπάρξει· ἀλλ' οὐχ ὑπῆρχεν. δείκνυται δὲ καὶ ἄνευ τῆς ἀπαγωγῆς, ἐὰν ληφθῇ τι τῶν Σ ᾧ τὸ Π μὴ ὑπάρχει.

e da Alessandro è attribuita ad Aristotele. Essa è detta « il teorema sintetico » e suona così: « Se α e ϑ implicano γ, e γ assieme a β implica ε, allora α e ϑ assieme a β implicano ε »[53]. Si prendano per α, ϑ e γ la prima premessa, la seconda premessa e la conclusione di *Barbara* rispettivamente, per β e ε la seconda premessa e la conclusione di *Felapton* rispettivamente; otterremo la formula:

(18) Se *S* appartiene ad ogni *C* e *R* appartiene a ogni *S* e *P* appartiene a nessun *C*, allora *P* non appartiene a qualche *R*.

Per un'altra legge della logica delle proposizioni questa formula si può trasformare nella seguente:

(19) Se *S* appartiene ad ogni *C* e *P* appartiene a nessun *C*, allora se *R* appartiene ad ogni *S*, *P* non appartiene a qualche *R*.

A questa formula si può applicare la seconda regola dei quantificatori esistenziali. Difatti, *C* è una variabile libera, che si trova nell'antecedente di (19), ma non nel conseguente. Secondo questa regola otteniamo la tesi:

(20) Se esiste un *C* tale che *S* appartiene ad ogni *C* e *P* appartiene a nessun *C*, allora, se *R* appartiene ad ogni *S*, *P* non appartiene a qualche *R*.

Dalla premessa (15) e la tesi (20), per il sillogismo ipotetico, risulta la conseguenza:

(21) Se *P* non appartiene a qualche *S*, allora, se *R* appartiene ad ogni *S*, *P* non appartiene a qualche *R*,

e questo è il *Bocardo*, in forma di implicazione.

È chiaro che è del tutto improbabile che Aristotele abbia visto tutti i passaggi di questa deduzione; ma è importante sapere che le sue intuizioni sulla prova per ectesi sono giuste. Il commento di Alessandro su questa prova di *Bocardo* merita di essere citato: « È possibile, egli dice,

[53] Alessandro 274. 19 δι' ὧν δὲ λέγει νῦν, ὑπογράφει ἡμῖν φανερώτερον τὸ λεγόμενον « συνθετικὸν θεώρημα », οὗ αὐτὸς ἐστιν εὑρετής. ἔστι δὲ ἡ περιοχὴ αὐτοῦ τοιαύτη· « ὅταν ἔκ τινων συνάγηταί τι, τὸ δὲ συναγόμενον μετά τινὸς ἢ τινῶν συνάγῃ τι, καὶ τὰ συνακτικὰ αὐτοῦ μεθ' οὗ ἢ μεθ' ὧν συνάγεται ἐκεῖνο, καὶ αὐτὰ τὸ αὐτὸ συνάξει. » Il seguente esempio è riferito *ibid.* 26 ἐπεὶ γὰρ τὸ « πᾶν δίκαιον ἀγαθὸν » συναγόμενον ὑπὸ τῶν « πᾶν δίκαιον καλόν, πᾶν καλὸν ἀγαθὸν » συνάγει μετὰ τοῦ « πᾶν ἀγαθὸν συμφέρον » τὸ « πᾶν δίκαιον συμφέρον », καὶ τὰ « πᾶν δίκαιον καλόν, πᾶν καλὸν ἀγαθὸν » ὄντα συνακτικὰ τοῦ « πᾶν δίκαιον ἀγαθὸν » μετὰ τοῦ « πᾶν ἀγαθὸν συμφέρον » συνάξει τὸ « πᾶν δίκαιον συμφέρον ».

provare questo modo senza assumere qualche *S* singolare e dato per percezione sensibile e assumendo invece un tale *S* a nessuno dei quali appartenga *P*. Perché allora *P* apparterrebbe a nessuno di questo *S* e *R* a tutti e questa combinazione di premesse dà come conclusione che *P* non appartiene a qualche *R* »[54]. Qui finalmente Alessandro concede che il termine esposto può essere universale.

Le prove per esposizione non hanno alcuna importanza per la sillogistica di Aristotele come sistema. Tutti i teoremi provati per ectesi si possono provare per conversione o *per impossibile* [31]. Esse sono tuttavia importantissime in se stesse in quanto contengono un nuovo elemento logico, il cui significato non era del tutto chiaro ad Aristotele. Questa è forse la ragione per cui egli lascia cadere questo genere di prova, dove, nell'ultimo capitolo del primo libro dell'*Analitica Prima*, egli riassume l'esame sistematico della sillogistica[55]. Nessuno dopo di lui comprese queste prove. Era riservato alla logica moderna di darne la spiegazione per mezzo del concetto di quantore esistenziale [32].

§ 20. *Le forme rigettate*

Nell'esame sistematico delle forme sillogistiche, Aristotele non solo prova le forme vere ma mostra anche che tutte le altre sono false e devono essere rigettate. Vediamo con un esempio come Aristotele procede a rigettare le forme sillogistiche false. Sono date le seguenti due premesse: *A* appartiene ad ogni *B* e *B* appartiene a nessun *C*. È la prima figura: *A* è il termine primo, o maggiore, *B* è il medio, *C* è il termine ultimo o minore. Aristotele scrive:

« Se il primo termine appartiene a tutto il medio, ma il medio a nessuno dell'ultimo, non ci sarà sillogismo degli estremi; nessun necessario infatti segue dai termini che siano riferiti così fra loro; difatti è possibile tanto che il primo appartenga a tutto quanto che appartenga a nessun ultimo, cosicché né una conclusione universale né una particolare è necessaria. Ma se non c'è nessuna conseguenza necessaria [33] per mezzo di queste

[54] Alessandro 104. 3 δύναται δ' ἐπὶ τῆς συζυγίας ταύτης δεικνύναι, καὶ εἰ μὴ αἰσθητόν τι τοῦ Σ λαυβάνοιτο καὶ καθ' ἕκαστα, ἀλλὰ τοιοῦτον, οὗ κατὰ μηδενὸς κατηγορηθήσεται τὸ Π. ἔσται γὰρ τὸ μὲν Π κατ' οὐδενὸς αὐτοῦ, τὸ δὲ Ρ κατὰ παντός· ἡ δ' οὕτως ἔχουσα συζυγία συλλογιστικῶς δέδεικται συνάγουσα τὸ τινὶ τῷ Ρ τὸ Π μὴ ὑπάρχειν.

[55] Cfr. il commento di Alessandro, il quale sostiene fino alla fine il carattere percettuale delle prove per ectesi 112. 33: ὅτι δὲ ἡ δι' ἐκθέσεως δεῖξις ἦν αἰσθητικὴ καὶ οὐ συλλογιστική, δῆλον καὶ ἐκ τοῦ νῦν αὐτὸν μηκέτι μνημονεύειν αὐτῆς ὡς διὰ συλλογισμοῦ τινος γινομένης.

premesse, non ci può essere sillogismo. Termini dell'appartenere a tutto: animale, uomo, cavallo; a nessuno: animale, uomo, pietra »[56].

In contrasto con la brevità e l'oscurità delle prove per ectesi, il passo citato è piuttosto chiaro e completo. Temo tuttavia che i commentatori non l'abbiamo compreso correttamente. Secondo Alessandro, Aristotele mostra qui che dalla medesima combinazione di premesse si può derivare (δυνάμενον συνάγεσθαι) per certi termini concreti una conclusione universale affermativa e per certi altri termini concreti una conclusione negativa universale. Questo è, dice Alessandro, il segno più chiaro che questa combinazione di premesse non ha alcuna forza sillogistica, dato che per essa si provano (δείκνυται) proposizioni opposte e contraddittorie, le quali si distruggono a vicenda[57]. Ciò che Alessandro dice qui è certamente ingannevole, perché nulla si può derivare o provare da una combinazione non-sillogistica di premesse. Inoltre proposizioni con soggetti e predicati concreti non sono né opposte né contraddittorie. Maier di nuovo mette in forma sillogistica i termini indicati da Aristotele:

tutti gli uomini sono animali
nessun cavallo è uomo
———————————
tutti i cavalli sono animali

tutti gli uomini sono animali
nessuna pietra è uomo
———————————
nessuna pietra è animale

(le premesse sono sottolineate da lui come in un sillogismo), e dice che da premesse logicamente equivalenti risulta (*ergibt sich*) una proposizione universale affermativa e una universale negativa[58]. Vedremo sotto che

[56] Aα 4, 26a 2 εἰ δὲ τὸ μὲν πρῶτον παντὶ τῷ μέσῳ ἀκολουθεῖ, τὸ δὲ μέσον μηδενὶ τῷ ἐσχάτῳ ὑπάρχει, οὐκ ἔσται συλλογισμὸς τῶν ἄκρων· οὐδὲν γὰρ ἀναγκαῖον συμβαίνει τῷ ταῦτα εἶναι· καὶ γὰρ παντὶ καὶ μηδενὶ ἐνδέχεται τὸ πρῶτον τῷ ἐσχάτῳ ὑπάρχειν, ὥστε οὔτε τὸ κατὰ μέρος οὔτε τὸ καθόλου γίνεται ἀναγκαῖον· μηδενὸς δὲ ὄντος ἀναγκαίου διὰ τούτων οὐκ ἔσται συλλογισμός. ὅροι τοῦ παντὶ ὑπάρχειν ζῷον, ἄνθρωπος, ἵππος· τοῦ μηδενὶ ζῷον, ἄνθρωπος, λίθος.

[57] Alessandro 55. 22 καὶ γὰρ καθόλου καταφατικὸν ἐπί τινος ὕλης δεῖξαι δυνάμενον συνάγεσθαι καὶ πάλιν ἐπ' ἄλλης καθόλου ἀποφατικόν, ὃ ἐναργέστατον σημεῖον τοῦ μηδεμίαν ἔχειν τὴν συζυγίαν ταύτην ἰσχὺν συλλογιστικήν, εἴ γε τά τε ἐναντία καὶ τὰ ἀντικείμενα ἐν αὐτῇ δείκνυται, ὄντα ἀλλήλων ἀναιρετικά.

[58] *Op. cit.*, vol. ii. *a*, p. 76: " Es handelt sich also um folgende Kombinationen:

aller Mensch ist Lebewesen
kein Pferd ist Mensch
———————————
alles Pferd ist Lebewesen

aller Mensch ist Lebewesen
kein Stein ist Mensch
———————————
kein Stein ist Lebewesen

So wird an Beispielen gezeigt, dass bei der in Frage stehenden Prämissenzusammenstellung von logisch völlig gleichen Vordersätzen aus sowohl ein allgemein bejahender, als ein allgemein verneinender Satz sich ergeben könne ".

Aristotele non intendeva che i termini indicati si dovessero mettere in forma di sillogismo e che formalmente nulla risulta dalle premesse del preteso sillogismo citato da Maier. Di fronte a questi fraintendimenti, sembra necessario fare un'analisi logica della cosa.

Se vogliamo provare che la seguente forma sillogistica:

(1) Se A appartiene ad ogni B e B appartiene a nessun C, allora A non appartiene a qualche C,

non è un sillogismo e conseguentemente non è un teorema logico vero, dobbiamo mostrare che esistono tali valori delle variabili A, B, C, che verificano le premesse senza verificare la conclusione. Difatti un'implicazione contenente variabili è vera solo quando tutti i valori delle variabili, i quali verificano l'antecedente, verificano pure il conseguente. Il modo più facile per mostrare ciò è di trovare dei termini concreti che verificano le premesse « A appartiene ad ogni B » e « B appartiene a nessun C », ma non verificano la conclusione « A non appartiene a qualche C ». Aristotele trovò tali termini: si prenda « animale » per A, « uomo » per B, « cavallo » per C. Le premesse « Animale appartiene ad ogni uomo », o « tutti gli uomini sono animali », e « uomo appartiene a nessun cavallo », o « nessun cavallo è uomo » sono verificate; ma la conclusione « animale non appartiene a qualche cavallo », o « qualche cavallo non è animale » è falsa. Perciò la formula (1) non è un sillogismo. Per la stessa ragione, neppure la formula seguente:

(2) Se A appartiene ad ogni B e B appartiene a nessun C, allora A appartiene a nessun C,

sarà un sillogismo, perché le premesse sono verificate per gli stessi termini concreti come sopra, ma la conclusione « animale appartiene a nessun cavallo », o « nessun cavallo è animale » è falsa. Segue dalla falsità di (1) e (2) che dalle premesse date nessuna conclusione negativa può essere dedotta.

Dalle stesse premesse non si può dedurre neppure alcuna conclusione affermativa. Si prenda la seguente forma sillogistica:

(3) Se A appartiene ad ogni B e B appartiene a nessun C, allora A appartiene a qualche C.

Esistono dei valori di A, B, C, cioè dei termini concreti, che verificano le premesse senza verificare la conclusione. È ancora Aristotele che fornisce

i termini: si prenda « animale » per *A*, « uomo » per *B*, « pietra » per *C*. Le premesse sono verificate; difatti è vero che « tutti gli uomini sono animali » e « nessuna pietra è uomo »; ma la conclusione « qualche pietra è animale » è ovviamente falsa. Perciò la formula (3) non è un sillogismo. Neppure l'ultima forma:

(4) Se *A* appartiene ad ogni *B* e *B* appartiene a nessun *C*, allora *A* appartiene ad ogni *C*,

può essere un sillogismo, perché per gli stessi termini le premesse sono verificate come sopra, ma la conclusione « tutte le pietre sono animali » non è verificata. Da quanto sopra è detto risulta che nessuna conclusione quale che sia può derivarsi dalla combinazione di premesse « *A* appartiene ad ogni *B* » e « *B* appartiene a nessun *C* », dove *A* è il predicato e *B* [34] il soggetto della conclusione. Questa combinazione di premesse perciò è inutile per la sillogistica.

Il punto più importante di questo processo del rigetto di una formula è di trovare una proposizione affermativa universale vera (come « tutti i cavalli sono animali ») e una proposizione universale negativa vera (come « nessuna pietra è animale ») tutte e due compatibili con le premesse. Non basta trovare per esempio un'enunciazione universale affermativa vera per alcuni termini e un'enunciazione particolare negativa vera per altri termini. Questa opinione fu avanzata dal maestro di Alessandro, Ermino, e da alcuni altri Peripatetici e fu giustamente confutata da Alessandro[59]. Questa è una nuova prova che le idee di Aristotele sulla rigetto non erano state comprese correttamente.

Le forme sillogistiche (1)-(4) sono rigettate da Aristotele in base ad alcuni termini concreti che verificano le premesse senza verificare la conclusione. Aristotele però conosce anche un altro genere di prova per il rigetto Esaminando le forme sillogistiche della seconda figura, Aristotele stabilisce in generale che in questa figura né due premesse negative né due premesse affermative danno una conclusione necessaria [35], e poi continua così: « Poniamo che *M* appartiene a nessun *N* e non appartiene a qualche *X*. È allora possibile che *N* appartenga sia ad ogni *X* sia a nessun *X*. Termini dell'appartenere a nessuno: nero, neve, animale. Termini dell'appartenere ad ogni *X* non si possono trovare, se *M* a qualche *X* appartiene e a qualche

[59] Cf. Alessandro 89. 34-90.27. Le parole di Ermino sono citate a p. 89. 34: « Ερμῖνος δὲ λέγει « ἐφ' ἧς γὰρ συζυγίας τὴν ἀντίφασιν ἔνεστι συναγομένην δεῖξαι, εὔλογον ταύτην μηδὲν ἔλαττον ἀσυλλόγιστον λέγειν τῆς ἐν ᾗ τὰ ἐναντία συνάγεται· ἀσυνύπαρκτα γὰρ καὶ ταῦτα ὁμοίως ἐκείνοις. »

X non appartiene. Difatti se *N* appartenesse ad ogni *X* e *M* a nessun *N*, allora *M* apparterrebbe a nessun *X*; ma si era supposto che *M* appartiene a qualche *X*. In questo modo dunque non è possibile prendere termini e la prova deve cominciare dalla natura indefinita della premessa particolare. Poiché infatti è vero che *M* non appartiene a qualche *X* anche se non appartiene a nessuno, e poiché, se appartiene a nessuno, non è possibile sillogismo, è chiaro che nemmeno ora sarà possibile »[60].

Aristotele comincia qui la prova della negazione dando dei termini concreti, come nel primo esempio. Ma interrompe poi la sua prova, perché non può trovare termini concreti che verifichino le premesse « *M* appartiene a nessun *N* » e « *M* non appartiene a qualche *X* » senza verificare la proposizione « *N* non appartiene a qualche *X* », purché *M*, che non appartiene a qualche *X*, appartenga allo stesso tempo a qualche (altro) *X*. La ragione è che dalle premesse « *M* appartiene a nessun *N* » e « *M* appartiene a qualche *X* » segue per il modo *Festino* la proposizione « *N* non appartiene a qualche *X* ». Ma non è necessario che *M* appartenga a qualche *X* quando non appartiene a qualche (altro) *X*; può darsi che *M* appartenga a nessun *X*.

Termini concreti che verificano le premesse « *M* appartiene a nessun *N* » e « *M* appartiene a nessun *X* » senza verificare la proposizione « *N* non appartiene a qualche *X* » si possono trovare facilmente e di fatto Aristotele li ha trovati per negare le forme sillogistiche della seconda figura con premesse negative universali: i termini cercati sono: « linea » per *M*, « animale » per *N*, « uomo » per *X*[61]. Ora gli stessi termini si possono usare per negare la forma sillogistica:

(5) Se *M* appartiene a nessun *N* e *M* non appartiene a qualche *X*, allora *N* non appartiene a qualche *X*.

Di fatti la premessa « nessun animale è una linea » è vera, e la seconda premessa « qualche uomo non è una linea » è pure vera, dato che è vero

[60] Aα 5, 27ᵇ 12–23 ἔστωσαν γὰρ . . . στερητικαί, οἷον τὸ Μ τῷ μὲν Ν μηδενὶ τῷ δὲ Ξ τινὶ μὴ ὑπαρχέτω· ἐνδέχεται δὴ καὶ παντὶ καὶ μηδενὶ τῷ Ξ τὸ Ν ὑπάρχειν. ὅροι τοῦ μὲν μὴ ὑπάρχειν μέλαν, χιών, ζῷον· τοῦ δὲ παντὶ ὑπάρχειν οὐκ ἔστι λαβεῖν, εἰ τὸ Μ τῷ Ξ τινὶ μὲν ὑπάρχει, τινὶ δὲ μή. εἰ γὰρ παντὶ τῷ Ξ τὸ Ν, τὸ δὲ Μ μηδενὶ τῷ Ν, τὸ Μ οὐδενὶ τῷ Ξ ὑπάρξει· ἀλλ' ὑπέκειτο τινὶ ὑπάρχειν. οὕτω μὲν οὖν οὐκ ἐγχωρεῖ λαβεῖν ὅρους, ἐκ δὲ τοῦ ἀδιορίστου δεικτέον· ἐπεὶ γὰρ ἀληθεύεται τὸ τινὶ μὴ ὑπάρχειν τὸ Μ τῷ Ξ καὶ εἰ μηδενὶ ὑπάρχει, μηδενὶ δὲ ὑπάρχοντος οὐκ ἦν συλλογισμός, φανερὸν ὅτι οὐδὲ νῦν ἔσται.

[61] *Ibid.* 27ᵃ 20 οὐδ' (scil. ἔσται συλλογισμός) ὅταν μήτε τοῦ Ν μήτε τοῦ Ξ μηδενὸς κατηγορῆται τὸ Μ. ὅροι τοῦ ὑπάρχειν γραμμή, ζῷον, ἄνθρωπος, τοῦ μὴ ὑπάρχειν γραμμή, ζῷον, λίθος.

che « nessun uomo è una linea », ma la conclusione « qualche uomo non è un animale » è falsa. Tuttavia Aristotele non completa la sua prova per questa via[62], perché vede un'altra possibilità: se si rigetta la forma con le premesse universali negative:

(6) Se M appartiene a nessun N e M appartiene a nessun X, allora N non appartiene a qualche X,

allora la (5) si deve pure rigettare. Perché se vale la (5), allora la (6) che ha premesse più forti che la (5), deve pure valere.

La logica formale moderna, per quanto so io, non usa il « rigetto » come un'operazione opposta alla « affermazione » di Frege. Le regole del rigetto non sono ancora note. In base alla prova di Aristotele riferita sopra, noi possiamo stabilire la regola seguente:

(*c*) Se la implicazione « Se α, allora β » è affermata, ma il suo conseguente β è rigettato, allora anche il suo antecedente α deve essere rigettato.

Questa regola si può applicare non solo al rigetto di (5) se (6) è rigettata, ma anche al rigetto di (2) se è rigettata (1). Difatti da una premessa E segue una premessa O, e se (2) è vera, anche (1) deve essere vera. Ma se (1) è rigettata allora (2) deve pure essere rigettata.

La regola (*c*) per il rigetto corrisponde alla regola del distacco per l'affermazione. Possiamo accettare anche un'altra regola per il rigetto, corrispondente alla regola della sostituzione per la negazione. Essa può formularsi così:

(*d*) Se α è una sostituzione per β, e α è rigettata, allora β deve pure essere rigettata.

Esempio: supponiamo che « A non appartiene a qualche A » sia rigettata; allora « A non appartiene a qualche B » deve pure essere rigettata, perché, se la seconda espressione fosse affermata, per sostituzione, potremmo da essa ottenere la prima che è rigettata.

La prima di queste regole è prevista da Aristotele; la seconda gli era ignota. Tutte e due ci mettono in grado di rigettare alcune forme, purché alcune altre forme siano già state rigettate. Aristotele rigetta alcune forme per mezzo di termini concreti, come « uomo », « animale », pietra ».

[62] Alessandro completa questa prova, 88. 12: τοῦ παντὶ τὸ N τῷ Ξ ὑπάρχειν ὅροι· γραμμή τὸ M, ζῷον τὸ N, ἄνθρωπος τὸ Ξ· ἡ μὲν γὰρ γραμμὴ οὐδενὶ ζῴῳ καὶ τινὶ οὐχ ὑπάρχει ἀνθρώπῳ ἐπεὶ καὶ μηδενί, ζῷον δὲ παντὶ ἀνθρώπῳ.

Questo procedimento è corretto; ma introduce nella logica termini e proposizioni che non le sono congeneri. « Uomo » e « animali » non sono termini di logica; e la proposizione « Tutti gli uomini sono animali » non è una tesi di logica. Non si può far dipendere la logica da termini e affermazioni concreti. Se vogliamo evitare questa difficoltà, dobbiamo rigettare alcune forme assiomaticamente [36]. Io ho scoperto che se noi rigettiamo assiomaticamente le due seguenti forme della seconda figura:

(7) Se A appartiene ad ogni B e A appartiene ad ogni C, allora B appartiene a qualche C, e

(8) Se A appartiene a nessun B e A appartiene a nessun C, allora B appartiene a qualche C,

tutte le altre forme possono venire rigettate in forza delle regole (*c*) e (*d*).

§ 21. *Alcuni problemi aperti*

Il sistema aristotelico dei sillogismi non modali è una teoria delle quattro costanti che si possono denotare con « Ogni - è », « Nessuno - è », « Qualche - è », « Qualche - non è ». Queste costanti sono funtori a due argomenti i quali sono rappresentati da variabili che hanno come valori solo termini universali concreti. Termini singolari, vuoti e anche negativi sono esclusi come valori [37]. Le costanti assieme ai loro argomenti formano quattro generi di proposizioni, dette premesse, cioè « Ogni A è B », « Nessun A è B », « Qualche A è B », « Qualche A non è B ». Il sistema si può chiamare « logica formale » perché termini concreti, come « uomo », o « animale » appartengono non al sistema, ma alle sue applicazioni. Il sistema non è una teoria delle forme di pensiero né è dipendente dalla psicologia; esso è simile a una teoria matematica della relazione « più grande di », come osservarono giustamente gli Stoici [38].

I quattro generi di premesse formano le tesi del sistema per mezzo di due funtori « se - allora » e « e ». Questi funtori appartengono alla logica delle proposizioni, che è una teoria ausiliare del sistema. In alcune prove troviamo un terzo funtore proposizionale, cioè la negazione proposizionale « non è vero che » che è denotato brevemente con « non » [39]. Le quattro costanti aristoteliche « Ogni - è », « Nessuno - è », « Qualche - è », « Qualche - non è », assieme alle tre costanti proposizionali « se - allora », « e », e « non », sono i soli elementi della sillogistica.

Tutte le tesi del sistema sono proposizioni riguardate come vere per tutti i valori delle variabili che in esse ricorrono. Nessun sillogismo aristotelico

è formulato come una regola di illazione con la parola « perciò » come fa la logica tradizionale [40]. La logica tradizionale è un sistema diverso dalla sillogistica di Aristotele e non si deve confondere con la genuina logica aristotelica. Aristotele divide i sillogismi in tre figure, ma conosce e accetta i modi sillogistici della quarta figura. La divisione dei sillogismi in figure non ha alcuna importanza dal punto di vista logico; essa ha solo uno scopo pratico: vogliamo essere sicuri che non abbiamo omesso alcun modo valido.

Il sistema è assiomatizzato [41]. Aristotele prende come assiomi i due primi modi della prima figura, *Barbara* e *Celarent*. A questi due assiomi noi dobbiamo aggiungere due leggi della conversione, che non possono provarsi sillogisticamente. Se vogliamo avere nel sistema la legge dell'identità « Ogni *A* è *A* », dobbiamo assumerla assiomaticamente [42].

La più semplice base che possiamo avere per il sistema è di prendere come termini primitivi le costanti « Ogni - è » e « Qualche - è » e definire le altre due costanti per mezzo di queste, con l'aiuto della negazione proposizionale e di assumere come assiomi quattro tesi, cioè le due leggi dell'identità e i modi *Barbara* e *Datisi*, oppure *Barbara* e *Dimaris*. Non è possibile costruire il sistema su un solo assioma. Cercare il principio della sillogistica aristotelica è un tentativo inutile, se « principio » significa lo stesso che « assioma ». Il cosiddetto *dictum de omni et nullo* non può essere il principio della sillogistica in questo senso e non fu mai proposto come tale da Aristotele stesso [13].

Aristotele riduce i cosiddetti sillogismi imperfetti ai perfetti, cioè agli assiomi. Riduzione qui significa prova o deduzione di un teorema dagli assiomi. Egli usa tre generi di prova: per conversione, per *reductio ad impossibile* e per ectesi. Una analisi logica ci mostra che in tutte le prove dei primi due tipi sono implicate tesi della più elementare parte della logica delle proposizioni, cioè della teoria della deduzione. Aristotele le usa intuitivamente; poco più tardi di lui, gli Stoici, che furono gli inventori del primo sistema di logica delle proposizioni, stabilirono esplicitamente alcune di quelle tesi: la legge composta della trasposizione e il cosiddetto « teorema sintetico » che è attribuito ad Aristotele ma non esiste nelle sue opere di logica superstiti. Un nuovo elemento logico sembra implicato nelle prove per ectesi: esse si possono spiegare con l'aiuto dei quantificatori esistenziali. L'introduzione sistematica dei quantificatori nella sillogistica cambierebbe completamente questo sistema: il termine primitivo « Qualche - è » si potrebbe definire per mezzo del termine « Ogni - è », e molte nuove tesi ignote ad Aristotele ne potrebbero derivare. Ma dato che Aristotele ha lasciato cadere le prove per ectesi nel suo sommario finale della sillogistica, non c'è bisogno di introdurle nel suo sistema.

Un altro nuovo elemento logico è contenuto nell'esame che Aristotele fa delle forme sillogistiche invalide: è il rigetto. Aristotele rigetta le forme invalide per esemplificazione, attraverso termini concreti. Questo procedimento è logicamente corretto, ma introduce nel sistema termini eterogenei ad esso. Ci sono tuttavia dei casi nei quali egli segue un procedimento più logico, riducendo una forma invalida ad un'altra già rigettata. Sulla base di questa constatazione, si potrebbe stabilire una regola del rigetto, che corrisponderebbe alla regola del distacco per affermazione. Questo si può considerare come l'inizio di un nuovo campo di ricerche logiche e di nuovi problemi che restano da risolvere [36].

Aristotele non ha fatto un esame sistematico dei cosiddetti polisillogismi, cioè dei sillogismi con più di tre termini e due premesse. Come abbiamo visto, Galeno studiò i sillogismi composti che comprendono quattro termini e tre premesse. È un vecchio errore quello che attribuisce a Galeno la paternità della quarta figura: Galeno divise in quattro figure i sillogismi composti, a quattro termini, non i sillogismi semplici comunemente noti sotto i loro nomi medievali. Le sue ricerche furono dimenticate completamente. Ma i sillogismi composti appartengono pure alla sillogistica e devono essere presi in considerazione e questo è un altro problema che resta da studiare sistematicamente. Un contributo essenziale a questo problema è l'insieme di formule dato da C. A. Meredith e ricordato sopra alla fine del par. 14.

Rimane ancora un problema che Aristotele non vide, ma è di estrema importanza per tutto il suo sistema: il problema della decisione [43]. Il numero delle espressioni significanti della sillogistica è infinito; per la più parte esse sono certamente false, ma alcune di esse potrebbero essere vere, p. es. polisillogismi validi a *n* termini, dove *n* è un numero intero qualsiasi. Possiamo essere sicuri che i nostri assiomi con le nostre regole di illazione sono sufficienti a provare tutte le espressioni vere della sillogistica? E analogamente, possiamo essere sicuri che le nostre regole del rigetto, formulate alla fine del par. 20, sono sufficienti a rigettare tutte le espressioni false, purché un numero finito di esse sia rigettato assiomaticamente? Io posi questi problemi nel 1938 nel mio Seminario di Logica Matematica all'Università di Varsavia. Uno dei miei ex studenti, ora professore di Logica e Metodologia all'Università di Wrocław, J. Słupecki, ha trovato la soluzione a tutti e due questi problemi. La sua risposta alla prima questione è positiva, alla seconda è negativa. Secondo Słupecki, non è pos-

sibile rigettare tutte le espressioni false della sillogistica per mezzo delle regole (*c*) e (*d*) citate nel par. 20, anche se un numero finito di esse sia rigettato assiomaticamente. Per quante espressioni false ci troviamo a rigettare assiomaticamente, esistono sempre altre espressioni false che non si possono rigettare se non assiomaticamente. Ma è impossibile porre un numero infinito di assiomi. Bisogna aggiungere al sistema una nuova regola del rigetto per completare la insufficiente caratterizzazione della logica aristotelica fornita dai nostri quattro assiomi. Questa regola fu trovata da Słupecki.

La regola del rigetto di Słupecki, specifica per la sillogistica aristotelica, si può formulare nel modo seguente: Denotino α e β premesse negative della logica aristotelica, cioè premesse del tipo « Nessun *A* è *B* » o « Qualche *A* non è *B* », e γ denoti o una premessa semplice (di qualsiasi genere), oppure una implicazione il cui conseguente è una premessa semplice e l'antecedente una congiunzione di tali premesse: se le espressioni « Se α, allora γ » e « Se β, allora γ » sono rigettate, allora l'espressione « Se α e β, allora γ » deve pure essere rigettata [63]. Questa regola, assieme alle regole del rigetto (*c*) e (*d*) e alla espressione rigettata assiomaticamente « Se ogni *C* è *B* e ogni *A* è *B*, allora qualche *A* è *C* », ci mette in grado di rigettare qualsiasi espressione falsa del sistema. Inoltre, noi supponiamo che siano dati i quattro assiomi della sillogistica affermati, le definizioni della premessa *E* e della premessa *O*, le regole dell'illazione per le espressioni affermate e la teoria della deduzione come sistema ausiliare. In questo modo il problema della decisione trova la sua soluzione: per ogni data espressione significante del sistema, possiamo decidere se è vera, e si può affermare, o se sia falsa, e si debba rigettare.

Con la soluzione di questo problema si portano a termine le ricerche più importanti sulla sillogistica di Aristotele. Solo un problema rimane, o meglio un punto misterioso che aspetta una spiegazione: per rigettare tutte le espressioni false del sistema è necessario e sufficiente rigettare assiomaticamente solo una espressione falsa, cioè la forma sillogistica della seconda figura con premesse universali affermative e una conclusione affermativa particolare. Nessun'altra espressione è adatta a questo scopo. La spiegazione di questo curioso fatto logico potrà forse condurre a nuove scoperte nel campo della logica.

[63] J. Słupecki, « Z badań nad sylogistyka Arystotelesa » (Ricerche sulla sillogistica di Aristotele), *Travaux de la Société des Sciences et des Lettres de Wrocław*, Sér. B, No. 9, Wrocław (1948). Vedi il cap. V, dedicato al problema della decisione.

Capitolo IV

IL SISTEMA DI ARISTOTELE IN FORMA SIMBOLICA

§ 22. *Spiegazione del simbolismo*

Questo capitolo non appartiene alla storia della logica [1]. Il suo scopo è di proporre il sistema dei sillogismi non modali secondo le esigenze della logica formale moderna, ma in stretta relazione con le idee esposte da Aristotele.

La logica formale moderna è strettamente formalistica. Per formalizzare una teoria esattamente, conviene usare un simbolismo inventato allo scopo, piuttosto che il linguaggio ordinario il quale ha le sue proprie leggi grammaticali. Devo perciò cominciare dalla spiegazione del simbolismo. E siccome la sillogistica di Aristotele comprende la parte più elemetare della logica delle proposizioni, cioè la teoria della deduzione, spiegherò la notazione simbolica di tutte e due queste teorie.

In tutte e due le teorie ricorrono variabili e costanti. Denotiamo le variabili con lettere latine minuscole, le costanti con le maiuscole. Con le prime lettere dell'alfabeto, *a*, *b*, *c*, *d*, ..., denoto variabili terminali. Queste variabili terminali hanno per valori termini universali, come « uomo », « animale ». Per le costanti di questa logica uso le lettere maiuscole *A*, *E*, *I*, *O*, che furono già usate in questo senso dalla logica medievale. Per mezzo di queste due sorta di lettere, formo le quattro funzioni della logica aristotelica, scrivendo le costanti prima delle variabili:

Aab	significa	Ogni *a* è *b*	o: *b* appartiene ad ogni *a*,
Eab	»	Nessun *a* è *b*	» *b* appartiene a nessun *a*
Iab	»	Qualche *a* è *b*	» *b* appartiene a qualche *a*
Oab	»	Qualche *a* non è *b*	» *b* non appartiene a qualche *a*.

Le costanti *A*, *E*, *I*, *O*, sono dette funtori; *a* e *b* sono i loro argomenti. Tutti i sillogismi aristotelici sono composti di questi quattro tipi di funzione, connessi fra loro per mezzo delle parole « se » e « e ». Queste parole

denotano pure dei funtori, ma di un genere diverso dalle costanti aristoteliche: i loro argomenti non sono espressioni terminali, cioè termini concreti o variabili terminali, ma espressioni proposizionali, cioè proposizioni come « Tutti gli uomini sono animali », funzioni proposizionali come « *Aab* », oppure variabili proposizionali. Io denoto le variabili proposizionali con *p*, *q*, *r*, *s*, ..., il funtore « se » con *C*, il funtore « e » con *K*. L'espressione *Cpq* significa « se *p*, allora *q* » (« allora » si può omettere), e si chiama « implicazione »; *p* è l'antecedente, *q* il conseguente. *C* non appartiene all'antecedente, ma solo unisce l'antecedente con il conseguente. L'espressione *Kpq* significa « *p* e *q* », e si chiama « congiunzione ». In alcune prove incontreremo un terzo funtore della logica delle proposizioni, cioè la negazione proposizionale. Questo è un funtore ad un solo argomento e si denota con *N*. È difficile tradurre la funzione *Np* in una lingua moderna, perché non esiste nessuna singola parola per significare la negazione proposizionale [1] [2]. Dobbiamo ricorrere a una circonlocuzione « non-è-vero-che *p* » oppure « non-si-dà-il-caso-che *p* ». Per ragione di brevità io userò l'espressione « non-*p* ».

Il principio della mia notazione è di scrivere i funtori prima degli argomenti. Così posso evitare le parentesi. Questo simbolismo senza parentesi, che io ho inventato e che ho usato nei miei lavori di logica fin dal 1929 [2], si può applicare alla matematica oltre che alla logica. La proprietà associativa dell'addizione, nella notazione ordinaria, è scritta così:

$$(a+b)+c = a+(b+c),$$

e non si può scrivere senza parentisi. Ma se scriviamo il funtore $+$ prima dei suoi argomenti, otteniamo:

$$(a+b)+c = ++abc \quad \text{e} \quad a+(b+c) = +a+bc.$$

La proprietà associativa si può ora scrivere senza parentisi:

$$++abc = +a+bc.$$

Spiegherò ora alcune espressioni scritte in questa notazione simbolica. L'espressione simbolica di un sillogismo è facilmente comprensibile.

Si prenda per es. il modo *Barbara*:

Se ogni *b* è *c* e ogni *a* è *b*, allora ogni *a* è *c*.

[1] Gli Stoici usavano per la negazione proposizionale la singola parola οὐχί.
[2] Vedi, p. es., Łukasiewicz e Tarski, « Untersuchungen über den Aussagenkalkül », *Comptes-rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, xxiii (1930), Cl. III, pp. 31-2.

In simboli si scrive:

CKAbcAabAac.

La congiunzione delle premesse *Abc* e *Aab*, cioè *KAbcAab*, è l'antecedente della formula; la conclusione *Aac* è il conseguente.

Alcune espressioni della teoria della deduzione sono più complicate. Si consideri l'espressione simbolica del sillogismo ipotetico:

Se (se *p*, allora *q*), allora [se (se *q*, allora *r*) allora (se *p*, allora *r*)].

Essa si scrive:

CCpqCCqrCpr.

Per comprendere la costruzione di questa formula, si deve ricordare che *C* è un funtore a due argomenti proposizionali che seguono immediatamente il *C*, formando assieme con il *C* una nuova espressione proposizionale composta. Tali sono le espressioni *Cpq*, *Cqr*, e *Cpr* contenute nella formula. Se mettiamo fra parentesi ciascuna di esse, otteniamo l'espressione:

C(Cpq)C(Cqr)(Cpr).

Si può ora vedere facilmente che (*Cpq*) è l'antecedente di tutta la formula e che il resto, cioè *C*(*Cqr*) (*Cpr*) è il conseguente, avente (*Cqr*) come suo antecedente e (*Cpr*) come suo conseguente.

Allo stesso modo possiamo analizzare tutte le altre espressioni per esempio la seguente che contiene *N* e *K* oltre a *C*:

CCKpqrCKNrqNp.

Si ricordi che *K* è, come *C*, un funtore a due argomenti e che *N* è un funtore a un solo argomento. Usando diversi generi di parentesi, otteniamo l'espressione:

C[C(Kpq)r]{C[K(Nr)q](Np)}.

[*C*(*Kpq*)*r*] qui è l'antecedente di tutta la formula, mentre {*C*[*K*(*Nr*)*q*](*Np*)} è il suo conseguente, avente la congiunzione [*K*(*Nr*)*q*] come suo antecedente e la negazione (*Np*) come conseguente.

§ 23. *Teoria della deduzione*

Il più fondamentale sistema di logica, sul quale ogni altro sistema logico è costruito, è la teoria della deduzione. Dato che ogni logico deve conoscere questo sistema, ne darò una breve descrizione.

La teoria della deduzione si può assiomatizzare in diverse maniere a seconda di quali funtori si scelgono come termini primitivi. La maniera più semplice è di seguire Frege che prende come termini primitivi i funtori della implicazione e della negazione, nella nostra simbolica *C* e *N*. Ci sono molti insiemi di assiomi per il sistema *C-N*; prima del 1929 io scoprii il più semplice fra essi, che è ora quasi universalmente accettato [3]. Consiste in tre assiomi:

T1. *CCpqCCqrCpr*
T2. *CCNppp*
T3. *CpCNpq*.

Il primo assioma è la legge del sillogismo ipotetico già spiegata nel paragrafo precedente. Il secondo assioma, che in parole suona così:

« Se (se non-*p*, allora *p*), allora *p* »

fu applicato da Euclide alla prova di un teorema di matematica[4]. Io lo chiamo la legge di Clavio, poiché Clavio (un dotto gesuita vissuto nella seconda metà del cinquecento, uno dei costruttori del calendario gregoriano) fu il primo ad attirare l'attenzione su questa legge in un suo commentario ad Euclide. Il terzo assioma, in parole:

« Se *p*, allora se non-*p*, allora *q* »

ricorre per la prima volta, per quanto consta a me, in un commentario ad Aristotele attribuito a Duns Scoto. Io lo chiamo la legge di Duns Scoto[5]. Questa legge ha la *vis malignantis naturae* che si attribuisce di solito alla contraddizione: se due enunciazioni contraddittorie, come α e non-α, fossero vere assieme, potremmo da esse derivare in forza di questa legge, la proposizione arbitraria *q*, cioè ogni qualsiasi proposizione.

Al sistema appartengono pure due regole dell'illazione: la regola della sostituzione e la regola del distacco.

La regola della sostituzione ci permette di dedurre delle nuove tesi da una tesi affermata nel sistema, scrivendo al posto di una variabile un'espressione significante, sempre la medesima per la medesima variabile. Espressione significante viene definita induttivamente come segue: (*a*) ogni

[3] Pubblicato la prima volta in polacco: « O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej » (Sull'importanza e le esigenze della logica matematica), *Nauka Polska*, vol. x, Varsavia (1929), pp. 610-12. Cf. pure il contributo in tedesco citato nella nota precedente: Satz 6, p. 35.
[4] Vedi sopra par. 16.
[5] Cf. il mio articolo citato nel cap. III, n. 15.

variabile proposizionale è una espressione significante; (*b*) $N\alpha$ è una espressione significante, purché α sia un'espressione significante; (*c*) $C\alpha\beta$ è una espressione significante, purché α e β siano espressioni significanti [3].

La regola del distacco è il *modus ponens* degli Stoici, di cui sopra: se una proposizione del tipo $C\alpha\beta$ è affermata e il suo antecedente α è pure affermato, è permesso affermare il suo conseguente β, e distaccarlo dall'implicazione come una nuova tesi.

Per mezzo di queste due regole, possiamo dedurre dal nostro insieme di assiomi tutte le tesi del sistema *C-N*. Se vogliamo avere nel sistema altri funtori oltre a *C* e *N*, per es. *K*, dobbiamo introdurli per mezzo di definizioni. Ciò si può fare in due modi diversi, come mostrerò ora prendendo ad esempio il funtore *K*. La congiunzione « *p* e *q* » significa lo stesso che « non-è-vero-che (se *p*, allora non-*q*) ». Questo nesso fra *Kpq* e *NCpNq* si può esprimere con la formula:

$$Kpq = NCpNq,$$

dove il segno « = » corrisponde alle parole « significa lo stesso che » [4]. Questo genere di definizione richiede una speciale regola di illazione, che ci permetta di mettere il *definiendum* al posto del *definiens* e viceversa.

Oppure si può esprimere il nesso fra *Kpq* e *NCpNq* per mezzo di un'equivalenza, o, dato che l'equivalenza non è un termine primitivo del nostro sistema, per mezzo di due implicazioni converse, cioè:

CKpqNCpNq e *CNCpNqKpq*.

In questo caso non è necessaria una speciale regola di definizione. Io farò uso di definizioni del primo genere.

Vediamo ora come nuove tesi si possono derivare dagli assiomi con l'aiuto delle regole di illazione. Dedurrò da T1 - T2 la legge dell'identità *Cpp*. La deduzione richiede due applicazioni della regola della sostituzione e due applicazioni della regola del distacco. Essa si svolge così:

T1. *q*/*CNpq* × *C*T3 - T4
T4. *CCCNpqrCpr*
T4. *q*/*p*, *r*/*p* × *C*T2 - T5
T5. *Cpp*.

La prima riga si chiama la linea di derivazione. Consiste di due parti, separate dal segno ' × '. La prima parte, T1. *q*/*CNpq*, significa che in T1 si deve mettere *CNpq* al posto di *q*. Noi omettiamo la tesi prodotta da

questa sostituzione per economia di spazio. Essa avrebbe la forma seguente:

(I) *CCpCNpqCCCNpqrCpr*

La seconda parte, *C*T3-T4, mostra come è costruita questa tesi omessa, rendendo ovvio che si può applicare ad essa la regola del distacco. La tesi (I) comincia con *C* e poi seguono l'assioma T3 come antecedente e la tesi T4 come conseguente. Possiamo perciò distaccare T4 come una nuova tesi. La linea di derivazione che precede T5 ha la stessa spiegazione. La sbarra (/) è il segno della sostituzione e la lineetta (-) il segno del distacco. Quasi tutte le deduzioni che seguiranno sono condotte allo stesso modo.

Bisogna avere molta perizia nell'eseguire tali prove, se si vuole dedurre dagli assiomi T1-T3 la legge della commutazione *CCpCqrCqCpr* o la legge della semplificazione *CpCqp*. Perciò spiegherò un facile metodo per verificare espressioni del nostro sistema senza dedurle dagli assiomi. Questo metodo, inventato dal logico americano Charles S. Peirce verso il 1885, si basa sul cosiddetto principio della bivalenza, il quale stabilisce che ciascuna proposizione è o vera o falsa, cioè che ha uno e uno solo di due possibili valori di verità: verità e falsità. Questo principio non si vede confondere con la legge del terzo escluso, secondo la quale di due proposizioni contraddittorie una deve essere vera. Esso fu posto a base della logica dagli Stoici, in particolare da Crisippo [6].

Tutte le funzioni della teoria della deduzione sono funzioni di verità, cioè la loro verità o falsità dipende solo dalla verità o falsità dei loro argomenti. Denotiamo una proposizione falsa costante con 0, e una proposizione vera costante con 1. Possiamo definire la negazione nel modo seguente:

$$N0 = 1 \quad \text{e} \quad N1 = 0.$$

ciò significa: la negazione di una proposizione falsa significa lo stesso che [5] una proposizione vera (cioè, in breve, è vera) e la negazione di una proposizione vera è falsa. Per l'implicazione abbiamo le seguenti quattro definizioni:

$$C00 = 1, \quad C01 = 1, \quad C10 = 0, \quad C11 = 1.$$

Questo significa: un'implicazione è falsa solo quando il suo antecedente

[6] Cicerone, *Acad. pr.* ii. 95 « Fundamentum dialecticae est, quidquid enuntietur (id autem appellant ἀξίωμα) aut verum esse aut falsum »; *De fato* 21 « Itaque contendit omnes nervos Chrysippus ut persuadeat omne ἀξίωμα aut verum esse aut falsum. » Nella terminologia stoica ἀξίωμα significa « proposizione », non « assioma ».

è vero e il suo conseguente è falso; in tutti gli altri casi essa è vera. Questa è la più antica definizione di implicazione, data da Filone di Megara e adottata dagli Stoici. Per la congiunzione abbiamo quattro evidenti eguaglianze:

$$K00 = 0, \quad K01 = 0, \quad K10 = 0, \quad K11 = 1.$$

Una congiunzione è vera solo quando ambedue i suoi argomenti sono veri; in ogni altro caso è falsa.

Ora per verificare un'espressione significante della teoria della deduzione che contiene tutti o qualcuno dei funtori *C*, *N* e *K*, dobbiamo sostituire i simboli *0* e *1* alle variabili che ricorrono nell'espressione, in tutte le possibili combinazioni e ridurre le formule così ottenute sulla base delle eguaglianze date qui sopra. Se dopo la riduzione, tutte le formule danno come risultato finale *1*, l'espressione è vera, cioè è una tesi; se una qualsiasi di esse dà come risultato *0*, l'espressione è falsa. Si prenda come esempio del primo tipo la legge della trasposizione *CCpqCNqNp*; otteniamo.

Per $p/0,\ q/0$: $CC00CN0N0 = C1C11 = C11 = 1,$
» $p/0,\ q/1$: $CC01CN1N0 = C1C01 = C11 = 1,$
» $p/1,\ q/0$: $CC10CN0N1 = C0C10 = C00 = 1,$
» $p/1,\ q/1$: $CC11CN1N1 = C1C00 = C11 = 1.$

Per tutte le sostituzioni il risultato finale è *1*, perciò la legge della trasposizione è una tesi del nostro sistema. Prendiamo ora come esempio del secondo tipo l'espressione *CKpNqq*. Basta provare solo una sostituzione:

$$p/1,\ q/0: \ CK1N00 = CK110 = C10 = 0.$$

Questa sostituzione dà *0* come risultato finale e perciò l'espressione *CKpNqq* è falsa. Allo stesso modo possiamo controllare tutte le tesi della teoria della deduzione che sono usate come premesse ausiliari nella sillogistica di Aristotele.

§ 24. *Quantificatori*

Aristotele non ha una chiara idea dei quantificatori e non li usa nelle sue opere; perciò non possiamo introdurli nella sua sillogistica. Ma, come abbiamo visto, ci sono due punti del suo sistema che possiamo compren-

[7] Sesto Empirico, *Adv. math.* viii. 113 ὁ μὲν Φίλων ἔλεγεν ἀληθὲς γίνεσθαι τὸ συνημμένον, ὅταν μὴ ἄρχηται ἀπ' ἀληθοῦς καὶ λήγῃ ἐπὶ ψεῦδος, ὥστε τριχῶς μὲν γίνεσθαι κατ' αὐτὸν ἀληθὲς συνημμένον, καθ' ἕνα δὲ τρόπον ψεῦδος.

dere meglio spiegandoli con l'uso di quantificatori. I quantori universali sono connessi con la cosiddetta « necessità sillogistica »; i quantori particolari o esistenziali con le prove per ectesi. Tradurrò ora in simboli le prove con quantori esistenziali svolte al par. 19, e poi l'argomento dipendente da quantori universali ricordato al par. 5.

Io denoto i quantori con lettere greche maiuscole, il quantore universale con Π, il quantore particolare o esistenziale con Σ. Π si può leggere « per tutti », e Σ « per qualche » oppure « esiste »; per es. $\Sigma cKAcbAca$ significa in parole: « Esiste un *c* tale che ogni *c* è *b* e ogni *c* è *a* », o più brevemente: « Per qualche *c*, ogni *c* è *b* e ogni *c* è *a* ». Ogni espressione quantificata, per es. l'espressione appena citata, consta di tre parti: parte prima, nel nostro esempio Σ, è sempre un quantore; parte seconda, qui *c*, è sempre una variabile legata dal precedente quantore; parte terza, qui *KAcbAca*, è sempre un'espressione proposizionale che contiene come variabile libera la variabile legata appunto dal quantore. È mettendo Σc davanti a *KAcbAca* che la variabile libera *c* di quest'ultima formula diventa legata. Possiamo dire brevemente: Σ (parte prima) lega *c* (parte seconda) in *KAcbAca* (parte terza).

Le regole dei quantori esistenziali sono già state enunciate al par. 19. Nelle linee di derivazione denoto con $\Sigma 1$ la regola che ci permette di mettere Σ davanti all'antecedente, e con $\Sigma 2$ la regola che ci permette di mettere Σ davanti al conseguente di una implicazione vera. Le deduzioni seguenti saranno facilmente comprensibili, poiché sono la traduzione delle deduzioni date in parole al par. 19; le tesi corrispondenti a ciascuna delle espressioni seguenti hanno lo stesso numero consecutivo e le stesse lettere come variabili, ma le maiuscole sono qui sostituite con minuscole.

Prova della conversione della premessa I

Tesi assunte come vere senza prova:

(1) $CIab\Sigma cKAcbAca$
(2) $C\Sigma cKAcbAcaIab$

Le tesi (1) e (2) si possono usare come definizione della premessa *I*.

(3) $CKpqKqp$ (proprietà commutativa della congiunzione)
    (3) $p/Acb,\ q/Aca \times (4)$
(4) $CKAcbAcaKAcaAcb$
    (4) $\Sigma 2c \times (5)$

(5) $CKAcbAca\Sigma cKAcaAcb$
    (5) $\Sigma 1c \times (6)$
(6) $C\Sigma cKAcbAca\Sigma cKAcaAcb$
T1. $CCpqCCqrCpr$ (legge del sillogismo ipotetico)
    T1. $p/Iab,\ q/\Sigma cKAcbAca,\ r/\Sigma cKAcaAcb \times C(1)\text{-}C(6)\text{-}(7)$
(7) $CIab\Sigma cKAcaAcb$
    (2) $b/a,\ a/b \times (8)$
(8) $C\Sigma cKAcaAcbIba$
    T1. $p/Iab,\ q/\Sigma cKAcaAcb,\ r/Iba \times C(7)\text{-}C(8)\text{-}(9)$
(9) $CIabIba$

Le linee di derivazione mostrano che (4) e (8) risultano da altre tesi per sola sostituzione e le (7) e (9) per sostituzione e per due distacchi. Su questo schema il lettore può tentare di costruire da sé la prova del modo *Darapti*, la quale è facile.

Prova del modo Bocardo

(Le variabili *P*, *R*, *S*, usate nel par. 19, si devono traslitterare, dato che le variabili *p*, *r*, *s* sono riservate a denotare variabili proposizionali. Si scriva perciò *d* per *P*, *a* per *R* e *b* per *S*).

Tesi assunta senza prova:

(15) $CObd\Sigma cKAcbEcd$

Due sillogismi presi come premesse:

(16) $CKAcbAbaAca$ (*Barbara*)
(17) $CKAcaEcdOad$ (*Felapton*)
T6. $CCKpqrCCKrstCKKpqst$

Questo è il « teorema sintetico » attribuito ad Aristotele.

    T6. $p/Acb,\ q/Aba,\ r/Aca,\ s/Ecd,\ t/Oad \times C(16)\text{-}C(17)\text{-}(18)$
(18) $CKKAcbAbaEcdOad$
T7. $CCKKpqrsCKprCqs$ (tesi ausiliare)
    T7. $p/Acb,\ q/Aba,\ r/Ecd,\ s/Oad \times C(18)\text{-}(19)$
(19) $CKAcbEcdCAbaOad$
    (19) $\Sigma 1c \times (20)$
(20) $C\Sigma cKAcbEcdCAbaOad$
T1. $CCpqCCqrCpr$
    T1. $p/Obd,\ q/\Sigma cKAcbEcd,\ r/CAbaOad \times C(15)\text{-}C(20)\text{-}(21)$
(21) $CObdCAbaOad$

Questo è il modo *Bocardo* in forma di implicazione. Se vogliamo avere questo modo nella consueta forma di congiunzione, dobbiamo applicare a (21) la cosiddetta legge dell'importazione:

T8. *CCpCqrCKpqr*.

Otteniamo:

T8. *p*/*Obd*, *q*/*Aba*, *r*/*Oad* × *C*(21)-(22)
(22) *CKObdAbaOad* (*Bocardo*).

Per la cosiddetta legge dell'esportazione,

T9. *CCKpqrCpCqr*,

che è la inversa della legge dell'importazione, possiamo riottenere la forma di implicazione di *Bocardo* dalla sua forma di congiunzione.

Le regole dei quantori universali sono simili alle regole dei quantori particolari esposte nel par. 19. Il quantore universale si può mettere davanti all'antecedente di una implicazione vera senza condizioni, legando così una variabile libera che ricorra nell'antecedente, e davanti al conseguente di un'implicazione vera solo alla condizione che la variabile che viene legata nel conseguente non ricorra nell'antecedente come variabile libera. Io denoto la prima di queste regole con Π*1*, la seconda con Π*2*.

Dalla prima delle dette regole dei quantori universali risultano due regole derivate: prima, è permesso (per la regola Π *2* e la legge della semplificazione) mettere quantori universali davanti a un'espressione vera, legando così le variabili libere che ricorrono in essa; seconda, è permesso (per la regola Π*1* e la legge proposizionale dell'identità) lasciar cadere i quantori universali che stanno davanti ad un'espressione vera. Spiegherò come si possono derivare queste regole, attraverso l'esempio della legge della conversione per la premessa *I*.

Dalla legge della conversione

(9) *CIabIba*

segue l'espressione quantificata

(26) Π*a*Π*bCIabIba*,

e dall'espressione quantificata (26) segue di nuovo la legge non quantificata della conversione (9).

Primo: da (9) segue (26).

T10. *CpCqp* (legge della semplificazione)
T10. *p*/*CIabIba* × *C*(9)-(23)
(23) *CqCIabIba*

A questa tesi applichiamo la regola Π*2* legando così *b* e poi *a*, dato che né *b* né *a* ricorrono nell'antecedente:

(23) Π*2b* × (24)
(24) *Cq*Π*bCIabIba*
(24) Π*2a* × (25)
(25) *Cq*Π*a*Π*bCIabIba*
(25) *q*/*CpCqp* × *C*T10-(26)
(26) Π*a*Π*bCIabIba*

Secondo: da (26) segue (9).

T5. *Cpp* (legge dell'identità)
T5. *p*/*CIabIba* × (27)
(27) *CCIabIbaCIabIba*

A questa tesi applichiamo la regola Π*1*, legando *b*, e poi *a*:

(27) Π*1b* × (28)
(28) *C*Π*bCIabIbaCIabIba*
(28) Π*1a* × (29)
(29) *C*Π*a*Π*bCIabIbaCIabIba*
(29) × *C*(26)-(9)
(9) *CIabIba*

Aristotele dice: « se qualche *a* è *b*, è necessario che qualche *b* sia *a* ». Questa espressione « è necessario che» può avere, a mio parere, solo questo significato: è impossibile trovare tali valori delle variabili *a* e *b*, che verifichino l'antecedente senza verificare il conseguente. Ciò significa in altre parole: « Per ogni *a* e per ogni *b*, se qualche *a* è *b*, allora qualche *b* è *a* ». Questa è la nostra tesi quantificata (26). Si è provato che questa tesi è equivalente alla legge non quantificata della conversione « Se qualche *a* è *b*, allora qualche *b* è *a* », la quale non contiene il segno della necessità. Dato che la necessità sillogistica è equivalente al quantificatore universale, essa si può omettere, perché il quantore universale si può omettere davanti a una formula vera [6].

§ 25. *Fondamenti della sillogistica*

Ogni sistema assiomatico deduttivo si basa su tre elementi fondamentali: termini primitivi, assiomi e regole di illazione. Comincio con i fondamenti per le espressioni affermate; quelli per le espressioni rigettate saranno dati in seguito.

Come termini primitivi io prendo le costanti *A* e *I*, e definisco per mezzo di queste le altre due costanti, *E* e *O*.

Df 1. *Eab* = *NIab*
Df 2. *Oab* = *NAab*.

Allo scopo di abbreviare le prove, invece delle definizioni date, userò le due seguenti regole di illazione:

Regola RE: *NI* si può sempre sostituire con *E* e viceversa.
Regola RO: *NA* si può sempre sostituire con *O* e viceversa.

Le quattro tesi affermate assiomaticamente sono le due leggi dell'identità e i modi *Barbara* e *Datisi*:

1. *Aaa*
2. *Iaa*
3. *CKAbcAabAac* (*Barbara*)
4. *CKAbcIbaIac* (*Datisi*)

Oltre alle regole RE e RO io accetto le seguenti regole di illazione per le espressioni affermate:

(*a*) Regola della sostituzione: Se α è un'espressione affermata del sistema, allora ogni espressione prodotta da α per valida sostituzione è pure un'espressione affermata. La sola sostituzione valida è di mettere al posto di variabili terminali *a*, *b*, *c* altre variabili terminali, per es. *b* al posto di *a*.

(*b*) Regola del distacco: Se $C\alpha\beta$ e α sono espressioni affermate del sistema, allora β è pure un'espressione affermata.

Come teoria ausiliare assumo il sistema *C-N* della teoria della deduzione, con *K* come funtore definito. A variabili proposizionali si possono sostituire espressioni proposizionali della sillogistica, come *Aab*, *Iac*, *KEbcAab*, ecc. Per tutte le prove che seguono (e anche per le espressioni rigettate) userò solo le seguenti quattordici tesi denotate da numerali romani:

I. *CpCqp* (legge della semplificazione)
II. *CCqrCCpqCpr* (legge del sillogismo ipotetico, II forma)
III. *CCpCqrCqCpr* (legge della commutazione)
IV. *CpCNpq* (legge di Duns Scoto)
V. *CCNppp* (legge di Clavio)

VI. *CCpqCNqNp* (legge della trasposizione)
VII. *CCKpqrCpCqr* (legge della esportazione)
VIII. *CpCCKpqrCqr*
IX. *CCspCCKpqrCKsqr*
X. *CCKpqrCCsqCKpsr*
XI. *CCrsCCKpqrCKqps*
XII. *CCKpqrCKpNrNq*
XIII. *CCKpqrCKNrqNp*
XIV. *CCKpNqNrCKprq*

La tesi VIII è una forma della legge dell'esportazione; le tesi IX - XI sono leggi composte del sillogismo ipotetico; le tesi XII - XIV sono leggi composte della trasposizione. Tutte queste tesi si possono facilmente verificare con il metodo *0-1* spiegato nel par. 23. Le tesi IV e V assieme alle tesi II e III danno tutto il sistema *C-N*, ma le tesi IV e V sono necessarie solo nelle prove per espressioni rigettate.

Il sistema degli assiomi 1 - 4 è consistente, cioè non-contraddittorio. La prova più facile della non-contraddizione si effettua considerando le variabili terminali come variabili proposizionali e definendo le funzioni *A* e *I* come sempre vere, cioè facendo *Aab* = *Iab* = *KCaaCbb*. Gli assiomi 1 - 4 sono allora veri come tesi della teoria della deduzione e dato che è noto che la teoria della deduzione è non-contraddittoria, anche la sillogistica è non-contraddittoria.

Gli assiomi del nostro sistema sono tutti indipendenti l'uno dall'altro. Le prove di ciò si possono dare con una interpretazione nel campo della teoria della deduzione. Nelle interpretazioni che seguono qui le variabili terminali sono trattate come variabili proposizionali.

Indipendenza dell'assioma 1: Si prenda *K* per *A* e *C* per *I*. L'assioma 1 non è verificato; difatti *Aaa* = *Kaa* e *Kaa* dà *0* per *a*/*0*. Gli altri assiomi sono verificati, come si può vedere con il metodo *0-1*.

Indipendenza dell'assioma 2: Si prenda *C* per *A*, e *K* per *I*. L'assioma 2 non è verificato, difatti *Iaa* = *Kaa*. Gli altri assiomi sono verificati.

Indipendenza dell'assioma 4: Si prenda *C* per *A* e *I*. L'assioma 4 non è verificato, difatti *CKAbcIbaIac* = *CKCbcCbaCac* dà *0* per *b*/*0*, *a*/*1*, *c*/*0*. Gli altri sono verificati.

Indipendenza dell'assioma 3: non è possibile provare l'indipendenza di questo assioma sulla base della teoria della deduzione con soli due valori di verità, *0* e *1*. Dobbiamo introdurre un terzo valore di verità, per es. 2, che si può considerare come un altro simbolo per verità, cioè

per *1*. Alle equivalenze date per *C*, *N*, *K* nel par. 23 dobbiamo aggiungere le formule seguenti:

$$C02 = C12 = C21 = C22 = 1, \quad C20 = 0, \quad N2 = 0,$$
$$K02 = K20 = 0, \quad K12 = K21 = K22 = 1.$$

Si può facilmente mostrare che a queste condizioni tutte le tesi del sistema *C-N* sono verificate. Definiamo ora *Iab* come una funzione sempre vera, cioè $Iab = 1$ per tutti i valori di *a* e *b*, e *Aab* come una funzione dai valori

$Aaa = 1$, $A01 = A12 = 1$, e $A02 = 0$ (il resto è irrilevante)

Gli assiomi 1, 2 e 4 sono verificati, ma per 3, con la sostituzione *b*/*1*, *c*/*2*, *a*/*0* otteniamo $CKA12A01A02 = CK110 = C10 = 0$.

È pure possibile dare prova dell'indipendenza con una interpretazione nel campo dei numeri naturali. Se vogliamo per es. provare che l'assioma 3 è indipendente dagli altri assiomi, possiamo definire *Aab* come $a + 1 \neq b$ e *Iab* come $a + b = b + a$. *Iab* è sempre vero e perciò gli assiomi 2 e 4 sono verificati. L'assioma 1 è pure verificato, perché $a + 1$ è sempre diverso da *a*. Ma l'assioma 3, cioè « Se $b + 1 \neq c$ e $a + 1 \neq b$, allora $a + 1 \neq c$ » non è verificato: si prenda 3 per *a*, 2 per *b* e 4 per *c*: le premesse saranno vere e la conclusione falsa.

Dalla prova data qui risulta che non esiste nessun unico assioma o « principio » della sillogistica. I quattro assiomi 1 - 4 si possono congiungere meccanicamente con la parola « e », ma essi rimarranno distinti in questa inorganica congiunzione e non rappresenteranno un'unica idea.

§ 26. *Deduzione delle tesi sillogistiche*

Dagli assiomi 1 - 4 possiamo derivare tutte le tesi della logica aristotelica per mezzo delle nostre regole di illazione e con l'aiuto della teoria della deduzione. Io spero che le prove che seguiranno qui saranno del tutto intelligibili, dopo le spiegazioni date nei paragrafi precedenti. In tutti i modi sillogistici il termine maggiore è denotato con *c*, il termine medio con *b* e il termine minore con *a*. La premessa maggiore è enunciata per prima, cosicché è facile confrontare le formule con i nomi tradizionali dei diversi modi[8].

[8] Nel mio manuale polacco, *Elementi di logica matematica*, pubblicato nel 1929, ho mostrato per la prima volta come le tesi note della sillogistica si possono formalmente dedurre dagli assiomi 1-4 (pp. 180-190). Il metodo esposto nel mio manuale è accettato con alcune modificazioni da I. M. Bochńenski, O.P., nel suo contributo: *On the Categorical Syllogism* Dominican Studies, vol. i, Oxford (1948).

A. Le leggi della conversione

VII. *p*/*Abc*, *q*/*Iba*, *r*/*Iac* × *C*4-5
5. *CAbcCIbaIac*
5. *b*/*a*, *c*/*a*, *a*/*b* × *C*1-6
6. *CIabIba* (legge della conversione della premessa *I*)
III. *p*/*Abc*, *q*/*Iba*, *r*/*Iac* × *C*5-7
7. *CIbaCAbcIac*
7. *b*/*a*, *c*/*b* × *C*2-8
8. *CAabIab* (legge della subordinazione per le premesse affermative)
II. *q*/*Iab*, *r*/*Iba* × *C*6-9
9. *CCpIabCpIba*
9. *p*/*Aab* × *C*8-10
10. *CAabIba* (legge della conversione della premessa *A*)
6. *a*/*b*, *b*/*a* × 11
11. *CIbaIab*
VI. *p*/*Iba*, *q*/*Iab* × *C*11-12
12. *CNIabNIba*
12. RE × 13
13. *CEabEba* (legge della conversione della premessa *E*)
VI. *p*/*Aab*, *q*/*Iab* × *C*8-14
14. *CNIabNAab*
14. RE, RO × 15
15. *CEabOab* (legge della subordinazione per le premesse negative)

B. I modi affermativi

X. *p*/*Abc*, *q*/*Iba*, *r*/*Iac* × *C*4-16
16. *CCsIbaCKAbcsIac*
16. *s*/*Iab* × *C*6-17
17. *CKAbcIabIac* (Darii)
16. *s*/*Aab* × *C*10-18
18. *CKAbcAabIac* (Barbari)
8. *a*/*b*, *b*/*a* × 19

19. *CAbaIba*
    16. *s/Aba* × *C*19-20
20. *CKAbcAbaIac* (Darapti)
    XI. *r/Iba*, *s/Iab* × *C*11-21
21. *CCKpqIbaCKqpIab*
    4. *c/a*, *a/c* × 22
22. *CKAbaIbcIca*
    21. *p/Aba*, *q/Ibc*, *b/c* × *C*22-23
23. *CKIbcAbaIac* (Disamis)
    17. *c/a*, *a/c* × 24
24. *CKAbaIcbIca*
    21. *p/Aba*, *q/Icb*, *b/c* × *C*24-25
25. *CKIcbAbaIac* (Dimaris)
    18. *c/a*, *a/c* × 26
26. *CKAbaAcbIca*
    21. *p/Aba*, *q/Acb*, *b/c* × *C*26-27
27. *CKAcbAbaIac* (Bramantip)

C. I modi negativi

    XIII. *p/Ibc*, *q/Aba*, *r/Iac* × *C*23-28
28. *CKNIacAbaNIbc*
    28. RE × 29
29. *CKEacAbaEbc*
    29. *a/b*, *b/a* × 30
30. *CKEbcAabEac* (Celarent)
    IX. *s/Eab*, *p/Eba* × *C*13-31
31. *CCKEbaqrCKEabqr*
    31. *a/c*, *q/Aab*, *r/Eac* × *C*30-32
32. *CKEcbAabEac* (Cesare)
    XI. *r/Eab*, *s/Eba* × *C*13-33
33. *CCKpqEabCKqpEba*
    32. *c/a*, *a/c* × 34
34. *CKEabAcbEca*
    33. *p/Eab*, *q/Acb*, *a/c*, *b/a* × *C*34-35
35. *CKAcbEabEac* (Camestres)
    30. *c/a*, *a/c* × 36

36. *CKEbaAcbEca*
    33. *p/Eba*, *q/Acb*, *a/c*, *b/a* × *C*37-37
37. *CKAcbEbaEac* (Camenes)
    II. *q/Eab*, *r/Oab* × *C*15-38
38. *CCpEabCpOab*
    38. *p/KEbcAab*, *b/c* × *C*30-39
39. *CKEbcAabOac* (Celaront)
    38. *p/KEcbAab*, *b/c* × *C*32-40
40. *CKEcbAabOac* (Cesaro)
    38. *p/KAcbEab*, *b/c* × *C*35-41
41. *CKAcbEabOac* (Camestrop)
    38. *p/KAcbEba*, *b/c* × *C*37-42
42. *CKAcbEbaOac* (Camenop)
    XIII. *p/Abc*, *q/Iba*, *r/Iac* × *C*4-43
43. *CKNIacIbaNAbc*
    43. RE, RO × 44
44. *CKEacIbaObc*
    44. *a/b*, *b/a* × 45
45. *CKEbcIabOac* (Ferio)
    31. *a/c*, *q/Iab*, *r/Oac* × *C*45-46
46. *CKEcbIabOac* (Festino)
    X. *p/Ebc*, *q/Iab*, *r/Oac* × *C*45-47
47. *CCsIabCKEbcsOac*
    47. *s/Iba* × *C*11-48
48. *CKEbcIbaOac* (Ferison)
    31. *a/c*, *q/Iba*, *r/Oac* × *C*48-49
49. *CKEcbIbaOac* (Fresison)
    10. *a/b*, *b/a* × 50
50. *CAbaIab*
    47. *s/Aba* × *C*50-51
51. *CKEbcAbaOac* (Felapton)
    31. *a/c*, *q/Aba*, *r/Oac* × *C*51-52
52. *CKEcbAbaOac* (Fesapo)

Come risultato di queste deduzioni un fatto notevole merita di essere rilevato: ci è stato possibile dedurre venti modi sillogistici senza usare l'assioma 3, il modo *Barbara*. Anche *Barbari* si è potuto provare senza *Barbara*. L'assioma 3 è la più importante tesi della sillogistica, perché

è il solo sillogismo che dà una conclusione universale affermativa, ma nel sistema dei sillogismi semplici ha un ruolo inferiore, dato che è necessario solo per provare due soli modi, *Baroco* e *Bocardo.*

Le prove sono le seguenti:

XII. p/Abc, q/Aab, $r/Aac \times C3$-53
53. *CKAbcNAacNAab*
53. RO × 54
54. *CKAbcOacOab*
54. b/c, $c/b \times 55$
55. *CKAcbOabOac* (Baroco)
XIII. p/Abc, q/Aab, $r/Aac \times C3$-56
56. *CKNAacAabNAbc*
56. RO × 57
57. *CKOacAabObc*
57. a/b, $b/a \times 58$
58. *CKObcAbaOac* (Bocardo)

§ 27. *Assiomi e regole per le espressioni rigettate*

Dei due atti dell'intelletto, affermare una proposizione e rigettarla[9], solo il primo è stato preso in considerazione dalla logica formale moderna. Gottlob Frege introdusse nella logica l'idea dell'affermazione e il segno dell'affermazione (⊢), accettato in seguito dagli autori dei *Principia Mathematica.* L'idea del rigetto invece, per quanto mi risulta, è stata trascurata fino al giorno d'oggi [7].

Noi affermiamo le proposizioni vere e rigettiamo le false. Solo le proposizioni vere si possono affermare, perché sarebbe un errore affermare una proposizione che non fosse vera. Un'analoga proprietà non si può affermare del rigetto: è ovviamente vero che ciascuna proposizione è o vera o falsa, ma esistono espressioni proposizionali che non sono né vere né false. Tali sono le cosiddette funzioni proposizionali, cioè espressioni contenenti variabili libere, che diventano vere per alcuni dei valori delle variabili e false per altri. Si prenda ad esempio p, la variabile proposizionale: essa non è né vera né falsa, perché per $p/1$ essa diventa vera e per $p/0$ diventa falsa. Ora di due proposizioni contraddittorie, α e non-α,

[9] Sono debitore di questa distinzione a Franz Brentano, che descrive gli atti del credere [ingl. *the acts of believing*] come *anerkennen* e *verwerfen.*

una deve essere vera e l'altra falsa e perciò una deve essere affermata e l'altra rigettata Ma nessuna delle due funzioni proposizionali contraddittorie, p e Np, può essere affermata, perché né l'una né l'altra di esse è vera: esse si devono rigettare tutte e due.

Le forme sillogistiche rigettate da Aristotele non sono proposizioni, ma funzioni proposizionali. Facciamo un esempio: Aristotele dice che non si ha nessun sillogismo nella prima figura quando il primo termine appartiene a tutto il medio ma a nessun ultimo [8]. Perciò la forma sillogistica:

(*i*) *CKAbcEabIac*

non è affermata da lui come sillogismo valido, ma rigettata. Aristotele stesso dà dei termini concreti per refutare la formula: si prenda « uomo » per b, « animale » per c, « pietra » per a. Ci sono però altri valori per i quali la formula (*i*) può essere vera: identificando le variabili a e c otteniamo un'implicazione vera *CKAbaEabIaa*, perché il suo antecedente è falso e il suo conseguente è vero. Perciò la negazione della formula (*i*).

(*j*) *NCKAbcEabIac*,

deve pure essere rigettata, perché essa è falsa per c/a.

Introducendo quantificatori nel sistema potremmo fare a meno del rigetto. Invece di rigettare la forma (*j*), potremmo affermare la tesi:

(*k*) *ΣaΣbΣcNCKAbcEabIac.*

Ciò che vuol dire: esistono termini a, b, c, che verificano la negazione di (*i*). Perciò la forma (*i*) non è vera per tutti gli a, b, c, e non può essere un sillogismo valido. Allo stesso modo, invece di rigettare l'espressione (*j*) possiamo affermare la tesi:

(*l*) *ΣaΣbΣcCKAbcEabIac*

Ma Aristotele non sa nulla dei quantificatori [9] e invece di aggiungere al suo tema nuove tesi con quantificatori egli usa il rigetto. Siccome il rigetto sembra essere un'idea più semplice che la quantificazione, possiamo seguire le orme di Aristotele.

Aristotele rigetta la maggior parte dei modi invalidi per mezzo di esemplificazioni con termini concreti. Questo è il solo punto in cui non lo possiamo seguire, perché non possiamo introdurre nella logica termini quali « uomo », « animale ». Alcune forme si devono rigettare assiomaticamente.

Io ho scoperto [10] che se rigettiamo assiomaticamente le seguenti due forme della seconda figura:

CKAcbAabIac

CKEcbEabIac,

tutte le altre forme sillogistiche invalide si possono rigettare per mezzo delle due regole del rigetto:

(*c*) Regola del rigetto per distacco: se l'implicazione « Se α, allora β » è affermata, ma il conseguente β è rigettato, allora l'antecedente α deve pure essere rigettato.
(*d*) Regola del rigetto per sostituzione: se β è una sostituzione di α, e β è rigettato, allora α deve pure essere rigettato.

Ambedue le regole sono perfettamente evidenti.

Il numero delle forme sillogistiche è $4 \times 4^3 = 256$; 24 forme sono sillogismi validi; 2 forme sono rigettate assiomaticamente. Sarebbe noioso star a provare che le rimanenti 230 forme invalide si possono rigettare per mezzo dei nostri assiomi e regole. Mostrerò solo con l'esempio delle forme della prima figura con premesse *Abc* e *Eab*, come le nostre regole funzionano sulla base del primo assioma del rigetto.

Denoto le espressioni rigettate con un asterisco posto davanti al loro numero. Così abbiamo:

*59. *CKAcbAabIac* (Assioma)
*59*a*. *CKEcbEabIac*
    I. *p*/*Iac*, *q*/*KAcbAab* × 60
60. *CIacCKAcbAabIac*
    60 × *C**61-*59
*61. *Iac*.

Qui si applica per la prima volta la regola del rigetto per distacco. L'implicazione affermata 60 ha un conseguente rigettato, *59; perciò il suo antecedente, *61, deve pure essere rigettato. Allo stesso modo ottengo le espressioni rigettate *64, *67, *71, *74, *77.

    V. *p*/*Iac* × 62
62. *CCNIacIacIac*
    62. RE × 63

[10] Vedi par. 20.

63. *CCEacIacIac*
    63 × *C**64-*61
*64. *CEacIac*
    1. *a*/*c* × 65
65. *Acc*
    VIII. *p*/*Acc*, *q*/*Eac*, *r*/*Iac* × *C*65-66
66. *CCKAccEacIacCEacIac*
    66 × *C**67-*64
*67. *CKAccEacIac*
    *67 × *68. *b*/*c*
*68. *CKAbcEabIac*

Qui è applicata la regola del rigetto per sostituzione. L'espressione *68 si deve rigettare perché sostituendo *b* al posto di *c* in *68 otteniamo l'espressione rigettata *67. La stessa regola è usata per ottenere *75.

    II. *q*/*Aab*, *r*/*Iab* × *C*8-69
69. *CCpAabCpIab*
    69. *p*/*KAbcEab*, *b*/*c* × 70
70. *CCKAbcEabAacCKAbcEabIac*
    70 × *C**71-*68
*71. *CKAbcEabAac*
    XIV. *p*/*Acb*, *q*/*Iac*, *r*/*Aab* × 72
72. *CCKAcbNIacNAabCKAcbAabIac*
    72. RE, RO × 73
73. *CCKAcbEacOabCKAcbAabIac*
    73 × *C**74-*59
*74. *CKAcbEacOab*
    *74 × *75. *b*/*c*, *c*/*b*
*75. *CKAbcEabOac*
    38. *p*/*KAbcEab*, *b*/*c* × 76
76. *CCKAbcEabEacCKAbcEabOac*
    76 × *C**77-*75
*77. *CKAbcEabEac*

Le espressioni rigettate *68, *71, *75 e *77 sono le quattro possibili forme della prima figura aventi come premesse *Abc* e *Eab*. Da queste premesse non si può ricavare nessuna conclusione valida nella prima figura. Si può provare allo stesso modo in base alle due forme rigettate assiomaticamente che tutte le altre forme sillogistiche invalide in tutte e quattro le figure debbono pure essere rigettate.

§ 28. *Insufficienza dei nostri assiomi e regole*

Sebbene siamo in grado di provare per mezzo dei nostri assiomi e delle nostre regole di affermazione tutte le tesi conosciute della logica aristotelica e di provare la falsità di tutte le forme sillogistiche invalide per mezzo dei nostri assiomi e regole del rigetto, il risultato è tutt'altro che soddisfacente. La ragione è che oltre alle forme sillogistiche esistono molte altre espressioni significanti nella logica aristotelica; anzi ne esiste un numero infinito, cosicché non possiamo essere sicuri se tutte le espressioni vere della sillogistica si possono o no dedurre dal nostro sistema di assiomi e regole e tutte le espressioni false possono o no essere rigettate. Difatti è facile trovare espressioni che non possono venire rigettato per mezzo dei nostri assiomi e regole del rigetto. Tale è per es. l'espressione:

(F1) *CIabCNAabAba.*

Essa significa: « Se qualche *a* è *b*, allora se non è vero che ogni *a* è *b*, ogni *b* è *a* » [10]. Questa espressione non è vera nella logica aristotelica e non si può provare per mezzo degli assiomi di affermazione, ma è consistente con essi, cioè se aggiunta agli assiomi non importa nessuna forma sillogistica invalida. Vale la spesa di considerare il sistema della sillogistica esteso così.

Dalle leggi della logica aristotelica:

8. *CAabIab* e
50. *CAbaIab*

e la legge della teoria della deduzione:

(*m*) *CCprCCqrCCNpqr*

possiamo derivare la seguente nuova tesi 78:

(*m*) *p*/*Aab*, *q*/*Aba*, *r*/*Iab* × *C*8-*C*50-78

78. *CCNAabAbaIab*

Questa tesi è una implicazione inversa di (F1) e assieme a (F1) dà un'equivalenza. In base a questa equivalenza possiamo definire il funtore *I* per mezzo del funtore *A*:

(F2) *Iab* = *CNAabAba.*

Questa definizione si legge così: « ' Qualche *a* è *b* ' significa lo stesso che ' Se non è vero che ogni *a* è *b*, allora ogni *b* è *a* ' ». Siccome l'espressione « Se non-*p*, allora *q* » è equivalente all'alternazione « O *p* o *q* », possiamo dire anche: « ' Qualche *a* è *b* ' significa lo stesso che ' o ogni *a* è *b*, o ogni *b* è *a* ' ». È ora facile trovare una interpretazione di questo sistema esteso nei cosiddetti cerchi di Eulero. I termini *a*, *b*, *c* sono rappresentati da cerchi come nella solita interpretazione, ma con la condizione che nessuna coppia di cerchi siano intersecanti. Gli assiomi 1 - 4 sono verificati e le forme *59 *CKcbAabIac* e *59*a* *CKEcbEabIac* sono rigettate, perché è possibile disegnare due cerchi uno esterno all'altro e inclusi in un terzo cerchio, ciò che confuta la forma *59, ed è possibile disegnare tre cerchi, ciascuno esterno agli altri due, ciò che confuta la forma *59*a*. Di conseguenza tutte le leggi della logica aristotelica sono verificate e tutte le forme sillogistiche invalide sono rigettate. Tuttavia il sistema è diverso dalla sillogistica di Aristotele, perché la formula (F1) è falsa, come possiamo vedere dal seguente esempio: è vero che 'qualche numero pari è divisibile per 3', ma non è vero né che 'Tutti i numeri pari sono divisibili per 3', né che 'Tutti i numeri divisibili per 3 sono pari'.

Da questa considerazione segue che il nostro sistema di assiomi e regole non è categorico, cioè non tutte le interpretazioni del nostro sistema verificano o rendono falso le stesse forme o sono isomorfe. L'interpretazione appena esposta verifica la formula (F1) che non è verificata dalla logica aristotelica. Il sistema dei nostri assiomi perciò non è sufficiente a dare una descrizione piena ed esatta della sillogistica aristotelica.

Per eliminare questa difficoltà potremmo rigettare assiomaticamente l'espressione (F1). Ma si può dubitare se questo sia un rimedio efficace; ci potrebbero essere altre formule come (F1), forse un numero infinito di tali formule. Il problema è di trovare un sistema di assiomi e di regole per la sillogistica aristotelica, in base al quale possiamo decidere se una qualsiasi espressione significante del sistema che sia data si debba affermare o rigettare. A questo sommamente importante problema della decisione è dedicato il capitolo seguente.

CAPITOLO V

IL PROBLEMA DELLA DECISIONE

§ 29. *Numero delle espressioni indecidibili*

Come base della presente investigazione prendo i seguenti elementi fondamentali della sillogistica:

(1) I quattro assiomi affermati 1-4.
(2) La regola (*a*) della sostituzione e la regola (*b*) del distacco per le espressioni affermate.
(3) I due assiomi rigettati *59 e *59*a*.
(4) La regola (*c*) del distacco e la regola (*d*) della sostituzione per le espressioni rigettate.

A questo sistema di assiomi e regole si deve aggiungere come teoria sussidiaria la teoria della deduzione. Dagli assiomi e dalle regole dell'affermazione si possono dedurre tutte le tesi conosciute della logica aristotelica, cioè le leggi della *tabula oppositionis*, le leggi della conversione e tutti i modi sillogistici validi; in base agli assiomi e alle regole del rigetto si possono rigettare tutte le forme invalide di sillogismi. Come abbiamo già visto però, questo sistema di assiomi e regole non è sufficiente a descrivere adeguatamente la sillogistica aristotelica, perché si danno delle espressioni, come per es.

CIabCNAabAba,

le quali non si possono provare attraverso i nostri assiomi e regole di affermazione, né si può provare che siano false attraverso i nostri assiomi e regole del rigetto. Tali espressioni le chiamerò indecidibili rispetto alla nostra base. Espressioni indecidibili possono essere vere o false nella logica aristotelica. L'espressione *CIabCNAabAba* è ovviamente falsa.

Su questa base, per risolvere il problema della decisione, dobbiamo porre due questioni. La prima è: Il numero delle espressioni indecidibili

è finito o infinito? Se è finito, il problema della decisione è facilmente risolto: possiamo accettare le espressioni vere come nuovi assiomi affermati e rigettare assiomaticamente le espressioni false. Ma questo metodo non è applicabile se il numero delle espressioni indecidibili non è finito, perché non possiamo affermare o rigettare infiniti assiomi. In questo caso perciò una seconda questione si pone: È possibile completare il nostro sistema di assiomi e di regole in modo tale da essere in grado di decidere se ogni qualsiasi espressione data si debba affermare o rigettare? A tutte e due queste questioni ha risposto Słupecki; alla prima negativamente, mostrando che il numero delle espressioni indecidibili sulla nostra base non è finito; alla seconda affermativamente, con l'aggiunta di una nuova regola del rigetto[1].

Cominciamo dalla prima questione. Ogni studente della logica tradizionale è familiare con la raffigurazione geometrica dei sillogismi per mezzo dei cerchi di Eulero: secondo tale metodo le variabili terminali *a*, *b*, *c* sono rappresentate da cerchi e la premessa *Aab* è vera quando e solo quando il cerchio *a* è o identico al cerchio *b* oppure incluso in *b*; la premessa *Iab* è vera quando e solo quando i cerchi *a* e *b* hanno un'area comune. Di conseguenza la premessa *Eab*, come negazione di *Iab*, è vera quando e solo quando i cerchi *a* e *b* non hanno alcuna area in comune, cioè quando si escludono l'un l'altro. Perciò, quando *a* e *b* sono identici, *Iab* è vera e *Eab* è falsa.

Consideriamo ora varie supposizioni possibili circa il numero dei cerchi che possiamo assumere come nostro « universe of discourse » cioè come l'ambito al quale applichiamo la nostra interpretazione. Le regole della nostra base restano ovviamente valide in ogni interpretazione. Se ora il nostro « universe of discourse » consiste in tre o più cerchi, allora i quattro assiomi affermati sono ovviamente verificati, e l'espressione assiomaticamente rigettata

*59 *CKAcbAabIac*

viene rigettata, dato che è possibile disegnare due cerchi *c* e *a* che si escludono a vicenda e sono entrambi inclusi nel terzo cerchio *b*. Le premesse *Acb* e *Aab* sono allora vere e la conclusione *Iac* è falsa. L'espressione

[1] Vedi l'articolo di Słupecki, citato III, n. 63. Ho cercato di semplificare gli argomenti dell'autore per renderli più comprensibili ai lettori che non sono esercitati nel pensiero matematico. Ovviamente io sono il solo responsabile della presente esposizione delle idee di Słupecki.

*59a *CKEcbEabIac*

viene pure rigettata, dato che possiamo disegnare tre cerchi ciascuno dei quali esclude gli altri due, in modo che le premesse *Ecb* e *Eab* sono vere e la conclusione *Iac* è falsa. Questa interpretazione perciò soddisfa le condizioni della nostra base e così pure ogni altra interpretazione che possiamo dare.

Supponiamo ora che il nostro « universe of discourse » consista di tre soli cerchi e non più di tre, e consideriamo la seguente espressione:

(F3) *CEabCEacCEadCEbcCEbdIcd.*

Questa espressione contiene quattro diverse variabili, ma ciascuna di esse può assumere solo tre diversi valori, dato che possiamo disegnare solo tre cerchi. In qualunque modo si vogliano sostituire questi tre valori alle variabili, due variabili dovranno sempre ricevere lo stesso valore, cioè si dovranno identificare. Ora, se una qualsiasi delle coppie di variabili, *a* e *b*, oppure *a* e *c*, oppure *a* e *d*, oppure *b* e *c*, oppure *b* e *d*, consiste di identici elementi, allora la corrispondente premessa negativa *E* diventa falsa, e tutta l'implicazione, cioè l'espressione (F3), è verificata; e se l'ultima coppia di variabili, cioè *c* e *d*, ha identici elementi, allora la conclusione *Icd* diventa vera e tutta l'implicazione è di nuovo verificata. Alla condizione che possiamo disegnare solo tre cerchi, l'espressione (F3) è vera e non si può provare che sia falsa per mezzo dei nostri assiomi e regole del rigetto.

Ma se supponiamo che il nostro «universe of discourse» consista di più di tre cerchi, allora possiamo disegnare quattro cerchi ciascuno dei quali esclude gli altri tre, e allora (F3) diventa falsa. Perciò (F3) non si può provare per mezzo dei nostri assiomi e regole di affermazione. Poiché dunque, con il nostro sistema di assiomi e regole, non si può provare che (F3) sia vera, né che sia falsa, essa è una espressione indecidibile.

Consideriamo ora un'espressione della seguente forma

(F4) $C\alpha_1\ C\alpha_2\ C\alpha_3\ \ldots\ C\alpha_n\beta$,

la quale contiene *n* differenti variabili:

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ a_n,$$

e supponiamo che (1) ogni antecedente di (F4) sia della forma Ea_ia_j, dove a_i è differente da a_j; (2) il conseguente sia del tipo Ia_ka_l, dove a_k

è differente da a_i; (3) tutte le differenti coppie di variabili si trovino in (F4). Ora se il nostro « universe of discourse » consiste solo di (n-1) cerchi, allora (F4) è verificata, perché due qualunque delle variabili si devono di necessità identificare e allora o uno degli antecedenti diventa falso, o il conseguente diventa vero. Ma se il nostro « universe of discourse » consiste di più di (n-1) cerchi, allora (F4) non è verificata, perché possiamo disegnare n cerchi, ciascuno dei quali esclude tutti i rimanenti, così che gli antecedenti diventano veri e il conseguente è falso. Perciò (F4) è un'espressione indecidibile.

Tali espressioni indecidibili sono infinite di numero, dato che n può essere un qualunque numero intero. È ovvio che esse sono tutte false nella logica aristotelica e che si devono rigettare, poiché non possiamo restringere la logica aristotelica a un numero finito di termini e abbiamo provato che espressioni del tipo (F4) sono false se il numero dei termini è infinito. Questo infinito numero di espressioni indecidibili non si può rigettare se non assiomaticamente, come è chiaro dalle seguenti considerazioni: con il nostro sistema di assiomi e regole non si può provare che (F3) sia falsa, e perciò (F3) si deve rigettare assiomaticamente; l'espressione indecidibile della forma (F4), che segue immediatamente e contiene cinque termini differenti non si può dimostrare falsa dal nostro sistema di assiomi e regole, assieme alla già negata espressione (F3) e si deve perciò di nuovo rigettare assiomaticamente. Ma poiché è impossibile rigettare assiomaticamente un numero infinito di espressioni, ci troviamo nella necessità di cercare un altro espediente se vogliamo risolvere affermativamente il problema della decisione.

§ 30. *La regola del rigetto di Słupecki*

Premettiamo due osservazioni sulla terminologia: chiamerò espressione semplice ogni espressione del tipo

$$Aab,\ Iab,\ Eab,\ \text{e}\ Oab.$$

Le prime due sono espressioni semplici affermative; la terza e la quarta espressioni semplici negative.

Chiamerò espressione elementare ogni espressione semplice come pure ogni espressione del tipo:

$$C\alpha_1\ C\alpha_2\ C\alpha_3\ \ldots\ C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

dove tutti gli α sono espressioni semplici.

Con l'aiuto di questa terminologia, la regola del rigetto di Słupecki si può formulare come segue:

Se α e β sono espressioni semplici negative e γ è un'espressione elementare, allora se $C\alpha\gamma$ e $C\beta\gamma$ sono negate, anche $C\alpha C\beta\gamma$ dev'essere negata.

La regola della negazione di Słupecki ha uno stretto nesso con il seguente principio metalogico della logica tradizionale: *utraque si praemissa neget, nil inde sequetur*. Tuttavia questo principio non è abbastanza generico, poiché si riferisce solo al semplice sillogismo di tre termini. Un'altra formulazione dello stesso principio: *ex mere negativis nihil sequitur*, è in apparenza più generico, ma è falso quando si applichi non al solo sillogismo ma anche ad altre espressioni della sillogistica. Tesi del tipo

$$CEabEba$$

oppure

$$CEabOab$$

mostrano chiaramente che qualcosa può seguire da premesse meramente negative [1]. La regola di Słupecki è generale ed evita la poco felice formulazione tradizionale del principio.

Spieghiamo ulteriormente questo punto, per chiarire appieno la regola di Słupecki. La proposizione *Aac* non segue né dalla premessa *Aab* né dalla premessa *Abc*; ma se congiungiamo queste due premesse e diciamo « *Aab* e *Abc* » allora abbiamo la conclusione *Aac* in forza del modo *Barbara*. Così pure: *Eac* non segue né da *Ebc* né da *Aab*, ma dalla congiunzione delle due premesse « *Ebc* e *Aab* » ricaviamo la conclusione *Eac* in forza del modo *Celarent*. In tutti e due i casi otteniamo dalla congiunzione delle premesse una conclusione che non risulta né dall'una né dall'altra premessa presa separatamente.

Ma se abbiamo due premesse negative, come *Ecb* e *Eab*, possiamo ovviamente ottenere dalla prima la conclusione *Ocb* e dalla seconda *Oab*, ma nessuna nuova proposizione si può ricavare dalla congiunzione di queste due premesse, eccetto quelle che seguono dalle due premesse separatamente. Questo è il significato della regola del rigetto di Słupecki: se γ non segue da α né da β, allora γ non segue nemmeno dalla loro congiunzione, dato che da due premesse negative non si può concludere alcunché, che non segua da esse separatamente [2]. La regola di Słupecki è tanto ovvia quanto il corrispondente principio della logica tradizionale.

Mostrerò ora come questa regola si può applicare al rigetto delle espressioni indecidibili. Userò la regola in una forma simbolica, denotandola con RS (Regola di Słupecki):

RS. $*C\alpha\gamma$, $*C\beta\gamma \rightarrow *C\alpha C\beta\gamma$.

Qui, come altrove, uso lettere greche per denotare espressioni variabili che soddisfano a certe condizioni date: così α e β devono essere espressioni semplici negative della sillogistica, γ deve essere un'espressione elementare, nel senso spiegato sopra e tutte e tre le espressioni devono essere tali che $C\alpha\gamma$ e $C\beta\gamma$ si possono rigettare. La freccia (→) significa «perciò». Voglio far rilevare che RS è una regola peculiare, valida solo per espressioni negative α e β della logica aristotelica, e, come già visto, non si può applicare ad espressioni affermative della sillogistica. Così pure, essa non si può applicare alla teoria della deduzione. Ciò risulta dall'esempio seguente: le espressioni *CNCpqr* e *CNCqpr* sono ambedue non vere e verrebbero rigettate, se si introducesse in questa teoria il rigetto; ma *CNCpqCNCqpr* è una tesi. Così pure in algebra la proposizione «*a* è uguale a *b*» non segue né dalla premessa «*a* non è minore di *b*», né dalla premessa «*b* non è minore di *a*», ma segue dalla congiunzione di queste due premesse [3].

Come prima applicazione della nuova regola, mostrerò che l'espressione

*59*a*. *CKEcbEabIac*,

la quale era stata rigettata assiomaticamente, si può ora dimostrare falsa. Ciò risulta dalla seguente deduzione:

9. *p*/*Eac*, *a*/*c*, *b*/*a* × 79
79. *CCEacIcaCEacIac*
79 × *C**80-*64
*80. *CEacIca*
*80 × *81. *c*/*a*, *b*/*c*, *a*/*c*
*81. *CEcbIac*
*64 × *82. *b*/*c*
*82. *CEabIac*
RS. α/*Ecb*, β/*Eab*, γ/*Iac* × *81, *82 → *83
*83. *CEcbCEabIac*.

La regola RS è qui applicata per la prima volta; α e β sono espressioni semplici negative e γ è pure un'espressione semplice. Da *83, per la legge dell'esportazione VII, otteniamo la formula *59*a*:

VII. *p*/*Ecb*, *q*/*Eab*, *r*/*Iac* × 84
84. *CCKEcbEabIacCEcbCEabIac*
84 × C*59*a*-*83
*59*a*. *CKEcbEabIac*.

Da quanto sopra segue che la regola di Słupecki è più forte che la nostra espressione *59*a* assiomaticamente rigettata. Ora, dato che la *59*a* viene cancellata, la formula *59, cioè *CKAcbAabIac*, rimane la sola espressione assiomaticamente rigettata.

In secondo luogo applicherò ora ripetutamente la regola RS per provare che la formula (F3) è falsa:

*64 × *85. *d*/*c*, *c*/*a*
*85. *CEadIcd*
*85 × *86. *b*/*a*
*86. *CEbdIcd*
RS. α/*Ead*, β/*Ebd*, γ/*Icd* × *85, *86 → *87
*87. *CEadCEbdIcd*
*80 × *88. *b*/*a*, *d*/*a*
*88. *CEbcIcd*
RS. α/*Ebc*, β/*Ebd*, γ/*Icd* × *88, *86 → *89
*89. *CEbcCEbdIcd*
RS. α/*Ead*, β/*Ebc*, γ/*CEbdIcd* × *87, *89 → *90
*90. *CEadCEbcCEbdIcd*
*88 × *91. *a*/*b*
*91. *CEacIcd*
RS. α/*Eac*, β/*Ebd*, γ/*Icd* × *91, *86 → *92
*92. *CEacCEbdIcd*
RS. α/*Eac*, β/*Ebc*, γ/*CEbdIcd* × *92, *89 → *93
*93. *CEacCEbcCEbdIcd*
RS. α/*Eac*, β/*Ead*, γ/*CEbcCEbdIcd* × *93; *90 → *94
*94. *CEacCEadCEbcCEbdIcd*
*85 × *95. *b*/*d*
*95. *CEabIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Ebd*, γ/*Icd* × *95, *86 → *96
*96. *CEabCEbdIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Ebc*, γ/*CEbdIcd* × *96, *89 → *97
*97. *CEabCEbcCEbdIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Ead*, γ/*CEbcCEbdIcd* × *97, *90 → *98
*98. *CEabCEadCEbcCEbdIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Eac*, γ/*CEadCEbcCEbdIcd* × *98, *94 → *99
*99. *CEabCEacCEadCEbcCEbdIcd*

La regola RS è usata in questa deduzione dieci volte; α e β sono sempre espressioni semplici negative e γ è sempre un'espressione elementare.

Allo stesso modo potremmo dimostrare che altre formule della forma (F4) sono false, e così pure che la formula (F1) del par. 28 è falsa. È tuttavia superfluo eseguire tali deduzioni; ora infatti possiamo proporre il problema generale della decisione.

§ 31. *Equivalenza deduttiva*

Per la nostra prova della decisione, dobbiamo introdurre il concetto di equivalenza deduttiva o inferenziale. Siccome, a mio parere, nel trattare di questo concetto si incorre in alcuni malintesi, dobbiamo cercare di definire il suo significato con esattezza. Cercherò di farlo basandomi sulla teoria della deduzione.

Si suole dire che due espressioni, α e β, sono deduttivamente equivalenti l'una all'altra, quando è possibile dedurre β da α se α è affermata e reciprocamente α da β, se β è affermata. Si suppone sempre che le regole dell'illazione siano date. Esse tuttavia sono raramente sufficienti. Sono sufficienti per es. nell'esempio seguente. Affermata la legge della commutazione $CCpCqrCqCpr$, possiamo dedurne la tesi $CqCCpCqrCpr$:

(1) $CCpCqrCqCpr$
    (1) $p/CpCqr,\ r/Cpr \times C(1)\text{-}(2)$
(2) $CqCCpCqrCpr$,

e a sua volta, da questa tesi possiamo dedurre la legge della commutazione:

    (2) $q/CqCCpCqrCpr,\ p/s,\ r/t \times C(2)\text{-}(3)$
(3) $CCsCCqCCpCqrCprtCst$
    (2) $q/CpCqr,\ p/q,\ r/Cpr \times (4)$
(4) $CCpCqrCCqCCpCqrCprCqCpr$
    (3) $s/CpCqr,\ t/CqCpr \times C(4)\text{-}(1)$
(1) $CCpCqrCqCpr$.[2]

Ma in questo semplice modo, affermata l'espressione $CNpCpq$, non possiamo dedurne la legge di Duns Scoto $CpCNpq$, perché dalla prima espressione possiamo derivare nuove proposizioni solo per sostituzione e tutte le sostituzioni di $CNpCpq$ cominciano con CN e nessuna con Cp. Perciò per dedurre una di queste espressioni dall'altra, dobbiamo ricorrere a un ulteriore espediente. Parlando del tutto in generale, la relazione di equivalenza deduttiva è raramente assoluta: nella maggioranza dei casi essa

[2] Questa nitida deduzione fu eseguita a Varsavia da A. Tarski.

è relativa a certe tesi di base. Nel nostro caso questa tesi di base è la legge della commutazione. Cominciando da

(5) $CNpCpq$

possiamo ottenere per commutazione la legge di Duns Scoto:

    (1) $p/Np,\ q/p,\ r/q \times C(5)\text{-}(6)$
(6) $CpCNpq$,

e cominciando da (6) possiamo a sua volta, per commutazione, ottenere (5):

    (1) $q/Np,\ r/q \times C(6)\text{-}(5)$
(5) $CNpCpq$.

Dico perciò che $CNpCpq$ e $CpCNpq$ sono deduttivamente equivalenti rispetto alla legge della commutazione, e scrivo:

$CNpCpq \backsim CpCNpq$ rispetto a (1).

Il segno $\backsim$ denota la relazione di equivalenza deduttiva. Questa relazione è differente dalla ordinaria relazione di equivalenza, che si denota qui con Q, la quale si definisce con la congiunzione di due implicazioni, l'una delle quali è l'inversa dell'altra,

$Qpq = KCpqCqp$,

e non è relativa ad alcuna base. Se un'equivalenza ordinaria $Q\alpha\beta$ è affermata, e α, oppure una sostituzione di α, è pure affermata, allora possiamo affermare β, oppure la corrispondente sostituzione di β, ed inversamente. Affermata un'ordinaria equivalenza $Q\alpha\beta$, essa è perciò una base sufficiente per l'equivalenza deduttiva $\alpha \backsim \beta$; tale base però non è necessaria all'equivalenza deduttiva $\alpha \backsim \beta$. Questo è esattamente il punto che richiede qualche spiegazione.

Non solo espressioni affermate, o vere, possono essere deduttivamente equivalenti, ma anche espressioni false. Per risolvere il problema della decisione entro al sistema C-N, dobbiamo trasformare un'espressione arbitraria significante α nell'espressione $CN\alpha\pi$, dove π è una variabile proposizionale che non si trova in α. Questo si può fare per mezzo delle due tesi seguenti:

S1. $CpCNpq$

S2. $CCNppp$.

Dico che α è deduttivamente equivalente a $CN\alpha\pi$ rispetto a S1 e S2, e scrivo:

I. $\alpha \backsim CN\alpha\pi$ rispetto a S1 e S2.

Tutto procede con facilità quando α è affermato. Si prenda come esempio *NNCpp*. Questa tesi si può facilmente verificare con il metodo 0-1. Conforme alla formula I perciò affermo

NNCpp $\backsim$ *CNNNCppq* rispetto a S1 e S2.

Cominciando da

(7) *NNCpp*,

in forza di S1 otteniamo:

S1. *p*/*NNCpp* × *C*(7)-(8)
(8) *CNNNCppq*,

e cominciando da (8), per sostituzione e in forza di S2, otteniamo a sua volta:

(8) *q*/*NNCpp* × (9)
(9) *CNNNCppNNCpp*
S2. *p*/*NNCpp* × *C*(9)-(7)
(7) *NNCpp*.

Ma α è un'espressione arbitraria; può essere falsa, per es. *Cpq*. In questo caso, la formula I diventa:

Cpq $\backsim$ *CNCpqr* rispetto a S1 e S2.

Qui comincia la difficoltà: possiamo ottenere la tesi *CCpqCNCpqr* dalla S1 per sostituzione *p*/*Cpq*, *q*/*r*; ma non possiamo derivare da questa tesi il conseguente *CNCpqr*, perchè *Cpq* non è una tesi e non può venire affermata; per conseguenza la *CNCpqr* non può venire staccata, cioè non si può porre con il *modus ponens*. Anche maggiore è la difficoltà che incontriamo nell'altra direzione: possiamo ottenere dalla S2, per sostituzione *p*/*Cpq*, la tesi *CCNCpqCpqCpq* ma *CNCpqCpq* non è affermata e neppure la possiamo ottenere da *CNCpqr* per sostituzione, perché *CNCpqr* non è una tesi. Non possiamo per es. dire: supponiamo che *Cpq* venga affermata; allora seguirebbe *CNCpqr*. L'affermazione di una premessa falsa è un errore e non possiamo aspettarci di provare alcunché attraverso un errore. Sembra perciò che la formula I sia valida non per tutte le espressioni, ma solo per quelle che vengono affermate.

A mio parere c'è un solo modo di evitare queste difficoltà: introdurre il rigetto nella teoria della deduzione. Rigettiamo assiomaticamente la variabile *p* e accettiamo le semplici regole del rigetto (*c*) e (*d*), date al par. 27. Su questa base si può provare facilmente che la *Cpq* si deve rigettare. Difatti, dall'assioma

(*10) *p*

e dalla tesi

(11) *CCCpppp*

otteniamo, in forza delle regole del rigetto:

(11) × *C*(*12)-(*10)
(*12) *CCppp*
(*12) × (*13) *p*/*Cpp*, *q*/*p*
(*13) *Cpq*.

Ora siamo in grado di provare che se *Cpq* è rigettata, allora anche *CNCpqr* si deve rigettare; e inversamente, se *CNCpqr* è rigettata, allora anche *Cpq* si deve rigettare. Cominciando da

(*13) *Cpq*

in forza di S2 e delle regole del rigetto, otteniamo:

S2. *p*/*Cpq* × (14)
(14) *CCNCpqCpqCpq*
(14) × *C*(*15)-(*13)
(*15) *CNCpqCpq*
(*15) × (*16) *r*/*Cpq*
(*16) *CNCpqr*.

Nell'altra direzione possiamo facilmente ottenere *Cpq* da (*16), in forza di S1:

S1. *p*/*Cpq*, *q*/*r* × (17)
(17) *CCpqCNCpqr*
(17) × *C*(*13)-(*16)
(*13) *Cpq*.

La formula I è ora completamente giustificata. Dobbiamo tuttavia correggere la nostra precedente definizione di equivalenza deduttiva e dire:

Due espressioni sono deduttivamente equivalenti l'una all'altra rispetto a tesi date quando e solo quando possiamo provare per mezzo di queste tesi e delle regole di illazione che, se una di quelle due espressioni è affermata, allora l'altra deve pure essere affermata, oppure se una di esse è rigettata, allora l'altra deve pure essere rigettata.

Da questa definizione segue che l'equivalenza ordinaria non è una base necessaria per l'equivalenza deduttiva. Se $Q\alpha\beta$ è una tesi, allora è vero che α è deduttivamente equivalente a β rispetto a $Q\alpha\beta$; ma se α è deduttivamente equivalente a β rispetto a tesi date, non è sempre vero che $Q\alpha\beta$ è una tesi. Si prenda ad esempio l'equivalenza deduttiva che abbiamo appena considerata:

$$Cpq \backsim CNCpqr \quad \text{rispetto a S1 e S2.}$$

La corrispondente equivalenza ordinaria *QCpqCNCpqr* non è una tesi, perché è falsa per $p/1$, $q/0$, $r/1$.

È ovvio che la relazione di equivalenza deduttiva è riflessiva, simmetrica e transitiva. Ci sono dei casi in cui α è deduttivamente equivalente a due espressioni β e γ rispetto a certe tesi. Ciò significa: se α è affermata, allora β è affermata e γ è affermata e a loro congiunzione «β e γ» è affermata; e inversamente, se ambedue β e γ oppure la loro congiunzione «β e γ» è affermata, allora α è pure affermata. E ancora: se α è rigettata, allora la congiunzione «β e γ» deve essere rigettata e in questo caso è sufficiente che una sola di esse, β oppure γ, debba essere rigettata; e inversamente, se una di esse è rigettata, allora α deve pure essere rigettata.

§ 32. *Riduzione alle espressioni elementari*

La nostra prova della decisione è basata sul teorema seguente:

(TA) Ogni espressione significante della sillogistica aristotelica si può ridurre in un modo deduttivamente equivalente rispetto alle tesi della teoria della deduzione, a un insieme di espressioni elementari, cioè a espressioni della forma

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

dove tutti gli α sono espressioni semplici della sillogistica, cioè espressioni del tipo *Aab*, *Iab*, *Eab*, *Oab*.

Tutte le tesi note della sillogistica o sono espressioni elementari o si possono facilmente trasformare in espressioni elementari. Le leggi della

conversione, per es. *CIabIba* oppure *CAabIba*, sono espressioni elementari. Tutti i sillogismi sono della forma $CK\alpha\beta\gamma$, e espressioni di questo tipo sono deduttivamente equivalenti ad espressioni elementari della forma $C\alpha C\beta\gamma$ rispetto alle leggi dell'esportazione e dell'importazione. Ma ci sono altre espressioni significanti della sillogistica, alcune vere, altre false, le quali non sono elementari. Ne abbiamo già incontrata una, la tesi 78, *CCNAabAbaIab*, il cui antecedente non è un'espressione semplice, ma un'implicazione. Si dà ovviamente un numero infinito di tali espressioni e nella prova della decisione si deve tener conto di tutte.

Il teorema (TA) si può facilmente provare sulla base di un teorema analogo della teoria della deduzione:

(TB) Ogni espressione significante della teoria della deduzione con *C* e *N* come termini primitivi si può ridurre in un modo deduttivamente equivalente rispetto a un numero finito di tesi a un insieme di espressioni elementari della forma

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

dove tutti gli α sono espressioni semplici, cioè o variabili o negazioni di variabili.

La prova di questo teorema non è facile, ma non la possiamo omettere, poiché è essenziale al problema della decisione. La prova di (TB) che diamo qui sotto è formulata per lettori che si interessano di logica formale; quelli che non sono esercitati nella logica matematica possono assumere come dati ambedue i teoremi (TA) e (TB).

Sia α un'arbitraria espressione significante della teoria della deduzione, diversa da una variabile (la quale può, ma non necessariamente deve essere trasformata): ogni espressione α si può trasformare in un modo deduttivamente equivalente rispetto alle tesi S1 e S2:

S1. *CpCNpq*

S2. *CCNppp*

nell'espressione $CN\alpha\pi$, dove π è una variabile che non si trova in α. Otteniamo perciò come trasformazione I:

$$\text{I.} \quad \alpha \backsim CN\alpha\pi \quad \text{rispetto a S1 e S2.}$$

La trasformazione I ci mette in grado di ridurre tutte le espressioni significanti a implicazioni che hanno una variabile come ultimo termine.

Ora dobbiamo trasformare $N\alpha$, l'antecedente di $CN\alpha\pi$, in una variabile o nella negazione di una variabile. A questo scopo usiamo le tre seguenti trasformazioni:

II. $CNN\alpha\beta \backsim C\alpha\beta$ rispetto a S3 e S4,
III. $CNC\alpha\beta\gamma \backsim C\alpha CN\beta\gamma$ rispetto a S5 e S6,
IV. $CC\alpha\beta\gamma \backsim CN\alpha\gamma,\ C\beta\gamma$ rispetto a S7, S8 e S9.

Le relative tesi sono: per la trasformazione II.

S3. *CCNNpqCpq*
S4. *CCpqCNNpq*;

per la trasformazione III:

S5. *CCNCpqrCpCNqr*
S6. *CCpCNqrCNCpqr*;

per la trasformazione IV:

S7. *CCCpqrCNpr*
S8. *CCCpqrCqr*
S9. *CCNprCCqrCCpqr*.

Spieghiamo ora come attraverso queste trasformazioni otteniamo una variabile o la sua negazione nell'antecedente di $CN\alpha\pi$. L'espressione α che si trova in $CN\alpha\pi$ può essere, come ogni altra espressione significante del sistema *C-N*, o una variabile o una negazione o un'implicazione. Se α è una variabile, allora non c'è bisogno di alcuna trasformazione. Se è una negazione, allora otteniamo $CNN\alpha\beta$, e le due negazioni si annullano, conforme alla trasformazione II. Se è un'implicazione, allora otteniamo da $CNC\alpha\beta\gamma$ l'espressione equivalente $C\alpha CN\beta\gamma$, il cui antecedente α è più semplice che l'antecedente $NC\alpha\beta$ della prima espressione. Questo nuovo α può a sua volta essere una variabile, nel quale caso non abbiamo bisogno di alcuna trasformazione; oppure una negazione, per la quale abbiamo già dato la trasformazione; oppure un'implicazione. In quest'ultimo caso, dalla $CC\alpha\beta\gamma$ otteniamo due espressioni, $CN\alpha\gamma$ e $C\beta\gamma$, con antecedenti più semplici dell'iniziale antecedente $C\alpha\beta$. Ripetendo l'applicazione di II, III, IV dobbiamo alla fine ottenere come antecedente una variabile o la negazione di una variabile.

Vediamo ora in alcuni esempi come queste trasformazioni funzionano.

Primo esempio: *NNCpp*.

NNCpp ∾ *CNNNCppq* per I;
CNNNCppq ∾ *CNCppq* per II;
CNCppq ∾ *CpCNpq* per III.

NNCpp è così ridotto all'espressione *CpCNpq* con la variabile *p* nell'antecedente. *CpCNpq* è un'espressione elementare.

Secondo esempio: *CCCpqpp*.

CCCpqpp ∾ *CNCCCpqppr* per I;
CNCCCpqppr ∾ *CCCpqpCNpr* per III;
CCCpqpCNpr ∾ *CNCpqCNpr*, *CpCNpr* per IV;
CNCpqCNpr ∾ *CpCNqCNpr* per III.

CCCpqpp è così ridotto a due espressioni: *CpCNqCNpr* e *CpCNpr*, ambedue con la variabile *p* nell'antecedente. Ambedue sono espressioni elementari.

Terzo esempio: *CCCpqqCCqpp*.

CCCpqqCCqpp ∾ *CNCCCpqqCCqppr* per I;
CNCCCpqqCCqppr ∾ *CCCpqqCNCCqppr* per III;
CCCpqqCNCCqppr ∾ *CNCpqCNCCqppr*, *CqCNCCqppr* per IV;
CNCpqCNCCqppr ∾ *CpCNqCNCCqppr* per III.

CCCpqqCCqpp è ridotta a due espressioni *CpCNqCNCCqppr* e *CqCNCCqppr*, ambedue con una variabile nel primo antecedente. Nessuna delle due però è elementare, poiché la prima ha l'espressione composta *NCCqpp* come terzo antecedente e la seconda ha la medesima espressione composta come secondo antecedente.

Come possiamo vedere da quest'ultimo esempio, il nostro compito non è ancora finito. Con l'aiuto delle trasformazioni I-IV siamo in grado di ottenere implicazioni con una variabile nel primo antecedente, e anche espressioni della forma:

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n1}\alpha_n,$$

ma non tutti gli antecedenti delle espressioni di questa forma, sono necessariamente espressioni semplici, salvo α_1. Allo scopo di eliminare questi antecedenti composti abbiamo bisogno di tre ulteriori trasformazioni:

V. $C\alpha C\beta\gamma \sim C\beta C\alpha\gamma$ rispetto a S10,
VI. $C\alpha C\beta C\gamma\delta \sim C\alpha C\gamma C\beta\delta$ rispetto a S11,
VII. $C\alpha C\beta\gamma \sim CNC\alpha N\beta\gamma$ rispetto a S 12 e S 13.

Le relative tesi sono: per la trasformazione V:

S10. *CCpCqrCqCpr*;

per la trasformazione VI:

S11. *CCpCqCrsCpCrCqs*;

per la trasformazione VII:

S12. *CCpCqrCNCpNqr*
S13. *CCNCpNqrCpCqr*.

In forza di S10 possiamo trasportare un antecedente composto dal secondo al primo posto e in forza di S11 possiamo trasportare un antecedente composto dal terzo al secondo posto. Applicando ora queste trasformazioni alle espressioni *CpCNqCNCCqppr* e *CqCNCCqppr* del nostro terzo esempio, otteniamo:

(α) *CpCNqCNCCqppr* $\sim$ *CpCNCCqppCNqr* per VI;
CpCNCCqppCNqr $\sim$ *CNCCqppCpCNqr* per V;
CNCCqppCpCNqr $\sim$ *CCqpCNpCpCNqr* per III;
CCqpCNpCpCNqr $\sim$ *CNqCNpCpCNqr*, *CpCNpCpCNqr* per IV.

(β) *CqCNCCqppr* $\sim$ *CNCCqppCqr* per V;
CNCCqppCqr $\sim$ *CCqpCNpCqr* per III;
CCqpCNpCqr $\sim$ *CNqCNpCqr*, *CpCNpCqr* per IV.

CCCpqqCCqpp è così ridotta a quattro espressioni elementari:

CNqCNpCNqr, *CpCNpCpCNqr*, *CNqCNpCqr*, *CpCNpCqr*.

La trasformazione VII si usa in tutti quei casi nei quali l'antecedente composto si trova al quarto posto o in un posto successivo al quarto. Questa trasforaziome ci mette in grado di ridurre il numero degli antecedenti; di fatto, *NCpNq* significa lo stesso che *Kpq*; e S12 e S13 sono un'altra forma rispettivamente della legge dell'importazione e della legge dell'esportazione. Ora $CNC\alpha N\beta\gamma$, come $CK\alpha\beta\gamma$, ha un solo antecedente, mentre l'equivalente espressione $C\alpha C\beta\gamma$ ne ha due. Perciò, se un'espres-

sione composta si trova al quarto posto, come δ nell'espressione $C\alpha C\beta C\gamma C\delta\varepsilon$, la possiamo trasportare al terzo posto, applicando la VII e poi la VI:

$C\alpha C\beta C\gamma C\delta\varepsilon \sim CNC\alpha N\beta C\gamma C\delta\varepsilon$ per VII;
$CNC\alpha N\beta C\gamma C\delta\varepsilon \sim CNC\alpha N\beta C\delta C\gamma\varepsilon$ per VI.

Da quest'ultima espressione, per mezzo dell'applicazione inversa della VII, otteniamo la formula:

$CNC\alpha N\beta C\delta C\gamma\varepsilon \sim C\alpha C\beta C\delta C\gamma\varepsilon$ per VII.

È ora facile portare δ al primo posto per mezzo di VI. e V:

$C\alpha C\beta C\delta C\gamma\varepsilon \sim C\alpha C\delta C\beta C\gamma\varepsilon$ per VI;
$C\alpha C\delta C\beta C\gamma\varepsilon \sim C\delta C\alpha C\beta C\gamma\varepsilon$ per V.

Applicando la trasformazione VII ripetutamente in tutte e due le direzioni, siamo in grado di trasportare qualunque antecedente dall'ennesimo posto al primo posto; e se è composto siamo in grado, attraverso II., III e IV, di trasformarlo in un'espressione semplice.

La prova del teorema (TB) è così completa. È ora facile mostrare che questo teorema comprende la prova della decisione per il sistema *C-N* della teoria della deduzione. Se le espressioni elementari, a cui è stata ridotta la espressione data α, sono tutte vere, cioè se esse hanno fra i loro antecedenti due espressioni del tipo *p* e *Np*, allora α è una tesi e deve essere affermata. Se invece fra le espressioni elementari a cui è stata ridotta la α, ce n'è almeno una tale che in essa non si trovano due antecedenti del tipo *p* e *Np*, allora α dev'essere rigettata. Nel primo caso siamo in grado di provare la α per mezzo delle tesi S1 - S13; nel secondo caso possiamo provare che α è falsa, aggiungendo due nuove tesi alle precedenti, cioè

S14. *CpCCpqq*
S15. *NNCpp*,

e l'assioma del rigetto:

*S16. *p*.

Due esempi chiariranno questo punto.

Primo esempio: prova della tesi *CpCCpqq*.

Dobbiamo anzitutto ridurre questa tesi a espressioni elementari, ciò che si otterrà attraverso la seguente analisi (L):

CpCCpqq $\sim$ *CNCpCCpqqr* per I;
CNCpCCpqqr $\sim$ *CpCNCCpqqr* per III;

$CpCNCCpqqr \backsim CNCCpqqCpr$ per V;
$CNCCpqqCpr \backsim CCpqCNqCpr$ per III;
$CCpqCNqCpr \backsim CNpCNqCpr$, $CqCNqCpr$ per IV.

Le espressioni elementari a cui $CpCCpqq$ è stata ridotta sono $CNpCNqCpr$ e $CqCNqCpr$. Ambedue, come tutte le espressioni a cui si applicata la trasformazione I, hanno come ultimo termine una variabile che non si trova negli antecedenti. Tali espressioni possono essere vere solo a condizione di avere due antecedenti del tipo p e Np, e tutte le espressioni di questo genere si possono ridurre attraverso le trasformazioni V, VI, o VII, a una sostituzione di S1, dalla quale la prova della tesi deve sempre cominciare. Le deduzioni richieste sono le seguenti:

S1. $q/CNqr \times$ (1)
(1) $CpCNpCNqr$
S10. q/Np, $r/CNqr \times C$(1)-(2)
(2) $CNpCpCNqr$
S11. p/Np, q/p, r/Nq, $s/r \times C$(2)-(3)
(3) $CNpCNqCpr$
S1. p/q, $q/Cpr \times$ (4)
(4) $CqCNqCpr$.

Avendo ottenuto in (3) e in (4) le stesse espressioni elementari a cui siamo arrivati alla fine dell'analisi (L), possiamo ora procedere da (3) e (4) alle loro equivalenti a sinistra in (L), applicando tesi su cui avevamo basato le successive trasformazioni. Così arriviamo passo per passo alla nostra tesi originale per mezzo di S9, S6, S10, e S2:

S9. $r/CNqCpr \times C$(3)-C(4)-(5)
(5) $CCpqCNqCpr$
S6. p/Cpq, $r/Cpr \times C$(5)-(6)
(6) $CNCCpqqCpr$
S10. $p/NCCpqq$, $q/p \times C$(6)-(7)
(7) $CpCNCCpqqr$
S6. $q/CCpqq \times C$(7)-(8)
(8) $CNCpCCpqqr$
(8) $r/CpCCpqq \times$ (9)
(9) $CNCpCCpqqCpCCpqq$
S2. $p/CpCCpqq \times C$(9)-(10)
(10) $CpCCpqq$.

Su questo modello possiamo provare qualsiasi tesi vogliamo.

Secondo esempio: prova che la espressione $CCNpqq$ è falsa.

Riduciamo dapprima la nostra espressione a espressioni elementari attraverso la seguente analisi:

$CCNpqq \backsim CNCCNpqqr$ per I;
$CNCCNpqqr \backsim CCNpqCNqr$ per III;
$CCNpqCNqr \backsim CNNpCNqr$, $CqCNqr$ per IV;
$CNNpCNqr \backsim CpCNqr$ per II.

L'espressione $CCNpqq$ è così ridotta a due espressioni elementari, $CqCNqr$ e $CpCNqr$. La prima di queste due è una tesi, ma la seconda non è vera, perché non ha due antecedenti del tipo p e Np. Perciò si deve negare l'espressione $CCNpqq$, la quale conduce a questa conseguenza non vera. A provare la falsità di $CCNpqq$, cominciamo dall'inizio, e applichiamo successivamente le tesi S1, S5, S7 e S3 alle trasformazioni date:

S1. $p/CCNpqq$, $q/r \times$ (11)
(11) $CCCNpqqCNCCNpqqr$
S5. $p/CNpq \times$ (12)
(12) $CCNCCNpqqrCCNpqCNqr$
S7. p/Np, $r/CNqr \times$ (13)
(13) $CCCNpqCNqrCNNpCNqr$
S3. $q/CNqr \times$ (14)
(14) $CCNNpCNqrCpCNqr$.

Dobbiamo ora provare falsa l'espressione $CpCNqr$; a questo scopo abbiamo bisogno delle nuove tesi S14 e S15 e dell'assioma della negazione.

S14. $p/NNCpp$, $q/p \times C$S15-(15)
(15) $CCNNCpppp$
(15) $\times$ C(*16)-*S16
(*16) $CNNCppp$
S14. $p/CpCNpq$, $q/CNNCppp \times C$S1-(17)
(17) $CCCpCNpqCNNCpppCNNCppp$
(17) $\times$ C(*18)-(*16)
(*18) $CCpCNpqCNNCppp$
(*18) $\times$ (*19) $p/CpCNpq$, $q/NCpp$, r/p
(*19) $CpCNqr$

Negata l'espressione $CpCNqr$, possiamo ora negare successivamente i suoi antecedenti fino ad arrivare all'espressione originale $CCNpqq$.

(14) × C(*20)-(*19)
(*20) *CNNpCNqr*
(13) × C(*21)-(*20)
(*21) *CCNpqCNqr*
(12) × C(*22)-(*21)
(*22) *CNCCNpqqr*
(11) × C(*23)-(*22)
(*23) *CCNpqq*.

In questo modo possiamo provare falsa qualsiasi espressione non vera del sistema *C-N*. Avrei potuto abbreviare tutte queste deduzioni, ma m'interessava mostrare il metodo implicato nella prova della decisione. Questo metodo ci mette in grado di dare una decisione effettiva al problema se una data espressione significante del sistema *C-N* si debba affermare o rigettare; e questo sulla base di sole quindici tesi fondamentali, S1 - S15, e dell'assioma del rigetto. Siccome poi tutti gli altri funtori della teoria della deduzione si possono definire attraverso *C* e *N*, tutte le espressioni significanti della teoria della deduzione sono decidibili sulla base assiomatica del sistema. Un sistema di assiomi da cui si possono dedurre le quindici tesi fondamentali è completo in questo senso, che tutte le espressioni vere del sistema possono essere dedotte entro al sistema stesso. Tale è il sistema dei tre assiomi proposti al par. 23 e così pure il sistema di quei tre assiomi su cui è basata la trasformazione IV, cioè *CCCpqrCNpr*, *CCCpqrCqr* e *CCNprCCqrCCpqr*.

La prova del teorema (TA), secondo cui ogni espressione significante della logica aristotelica si può ridurre ad espressioni elementari, è implicitamente contenuta nella prova del teorema analogo per la teoria della deduzione. Se, al posto delle lettere greche usate nelle nostre trasformazioni I-VII (eccetto la variabile finale della trasformazione I), prendiamo espressioni proposizionali della logica aristotelica, possiamo applicare a queste le stesse trasformazioni nel medesimo modo con cui vengono applicate alle espressioni della teoria della deduzione. Ciò si può mostrare facilmente nell'esempio di *CCNAabAbaIab*. Otteniamo:

CCNAabAbaIab	∾ *CNCCNAabAbaIabp*	per I;
CNCCNAabAbaIabp	∾ *CCNAabAbaCNIabp*	per III;
CCNAabAbaCNIabp	∾ *CNNAabCNIabp*, *CAbaCNIabp*	per IV;
CNNAabCNIabp	∾ *CAabCNIabp*	per II.

Invece di *NAab* possiamo sempre scrivere *Oab* e invece di *NIab* possiamo scrivere *Eab*. Nelle operazioni seguenti però è più conveniente usare la forma con *N*.

Tutte e due le espressioni elementari a cui è stata ridotta la *CCNAabAbaIab*, cioè *CAabCNIabp* e *CAbaCNIabp*, hanno come ultimo termine una variabile proposizionale. Questa variabile è introdotta dalla trasformazione I. La possiamo eliminare per mezzo delle seguenti trasformazioni deduttivamente equivalenti, nelle quali π è una variabile proposizionale che non si trova né in α né in β:

VIII.	$C\alpha C\beta\pi$ ∾ $C\alpha N\beta$	rispetto a S17 e S18,
IX.	$C\alpha CN\beta\pi$ ∾ $C\alpha\beta$	rispetto a S19 e S20.

Tesi per la trasformazione VIII:

S17. *CCpCqNqCpNq*
S18. *CCpNqCpCqr*.

Tesi per la trasformazione IX:

S19. *CCpCNqqCpq*
S20. *CCpqCpCNqr*.

Quando $C\alpha C\beta\pi$ è affermata, otteniamo da essa l'espressione $C\alpha C\beta N\beta$, per sostituzione di $N\beta$ al posto di π, e poi otteniamo $C\alpha N\beta$ per mezzo di S17; e inversamente, da $C\alpha N\beta$ otteniamo l'espressione $C\alpha C\beta\pi$ per mezzo di S18. Quando $C\alpha C\beta\pi$ è rigettata, otteniamo per mezzo di S18 l'espressione $CC\alpha N\beta C\alpha C\beta\pi$ e perciò $C\alpha N\beta$ dev'essere rigettata; e inversamente, quando $C\alpha N\beta$ è rigettata, otteniamo per mezzo di S17 l'espressione $CC\alpha C\beta N\beta C\alpha N\beta$, e perciò $C\alpha C\beta N\beta$ deve essere rigettata e per conseguenza $C\alpha C\beta\pi$.

La trasformazione IX si può spiegare allo stesso modo.

Tutto questo possiamo applicarlo direttamente al nostro esempio. Prendiamo *Aab* per α, *Iab* per β, e *p* per π: otteniamo *CAabIab*. Allo stesso modo da *CAabCNIabq* risulterà *CAbaIab*.

Se abbiamo un'espressione con più di due antecedenti, per es. con *n* antecedenti, allora dobbiamo anzitutto ridurre gli *n*-1 antecedenti a un antecedente, applicando ripetutamente la trasformazione VII, e quindi applicare la trasformazione VIII oppure IX. Si prenda ad esempio il caso seguente:

CNIabCAcbCAdcCIadp	∾ *CNCNIabNAcbCAdcCIadp*	per VII;
CNCNIabNAcbCAdcCIadp	∾ *CNCNCNIabNAcbNAdcCIadp*	per VII;

CNCNCNIabNAcbNAdcCIadp ∾ *CNCNCNIabNAcbNAdcNIad* per VIII;
CNCNCNIabNAcbNAdcNIad ∾ *CNCNIabNAcbCAdcNIad* per VII;
CNCNIabNAcbCAdcNIad ∾ *CNIabCAcbCAdcNIad* per VII.

Il teorema (TA) è ora pienamente provato. Possiamo perciò procedere al nostro argomento principale, cioè la prova della decisione della logica aristotelica.

§ 33. *Espressioni elementari della sillogistica*

Secondo il teorema (TA), ogni espressione significante della sillogistica aristotelica si può ridurre in modo deduttivamente equivalente a un insieme di espressioni elementari, cioè a espressioni della forma

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n1-}\ \alpha_n,$$

dove tutti gli α sono espressioni semplici della sillogistica, cioè espressioni del tipo *Aab*, *Iab*, *Eab*, *Oab* o *NAab*. Mostrerò ora che ogni espressione elementare della sillogistica è decidibile, cioè è o affermata o rigettata. Proverò ora dapprima che tutte le espressioni semplici, eccetto espressioni del tipo *Aaa* e *Iaa*, sono rigettate. Abbiamo già visto (par. 27, formula *61) che *Iac* è negata. Ecco ora le prove della negazione delle altre espressioni:

*61 × *100.*b*/*c*
*100. *Iab*
8 × *C** 101-*100 (8. *CAabIab*)
*101. *Aab*
IV. *p*/*Aaa*, *q*/*Iab* × *C*1-102 (IV. *CpCNpq*)
102. *CNAaaIab*
102 × *C**103-*100
*103. *NAaa* (= *Oaa*)
*103 × *104. *b*/*a*
*104. *NAab*
IV. *p*/*Iaa*, *q*/*Iab* × *C*2-105
105. *CNIaaIab*
105 × *C**106-*100
*106. *NIaa* (= *Eaa*)
*106 × *107. *b*/*a*
*107. *NIab* (= *Eab*).

Prendendo ora in considerazione espressioni elementari composte, esaminerò successivamente tutti i casi possibili. Quando la prova formale è

possibile, accennerò solo a come essa si può eseguire, omettendo l'esposizione della prova formale stessa. Si devono esaminare sei casi.

Primo caso: Il conseguente α_n è negativo e tutti gli antecedenti sono affermativi. Espressioni di questo tipo sono rigettate.

Prova: Identificando con *a* tutte le variabili che si trovano nell'espressione, tutti gli antecedenti diventano veri, essendo leggi dell'identità *Aaa* oppure *Iaa*, e il conseguente diventa falso. È chiaro che per la soluzione di questo caso le leggi dell'identità sono essenziali.

Secondo caso: Il conseguente è negativo e solo uno degli antecedenti è negativo. Questo caso si può ridurre al caso con elementi solo affermativi, e tali casi, come vedremo in seguito, sono sempre decidibili.

Prova: Espressioni della forma $C\alpha CN\beta N\gamma$ sono deduttivamente equivalenti ad espressioni della forma $C\alpha C\gamma\beta$ rispetto alle tesi *CCpCNrNqCpCqr* e *CCpCqrCpCNrNq*. Questo è vero non solo per un antecedente affermativo α, ma per qualsiasi numero di essi.

Terzo caso: Il conseguente è negativo e più di un antecedente è negativo. Espressioni di questo genere si possono ridurre a espressioni più semplici e in definitiva al secondo caso. La soluzione di questo caso richiede la regola del rigetto di Słupecki.

Prova: Supponiamo che l'espressione originale sia della forma $CN\alpha CN\beta C\gamma \ldots N\rho$. Questa supposizione è sempre legittima, dato che qualsiasi antecedente si può spostare a qualsiasi posto. Riduciamo quest'espressione a due espressioni più semplici $CN\alpha C\gamma \ldots N\rho$ e $CN\beta C\gamma \ldots N\rho$, omettendo rispettivamente il secondo o il primo antecedente. Se queste espressioni hanno più di un antecedente negativo, allora ripetiamo lo stesso procedimento finché otteniamo delle formule con un solo antecedente negativo. Siccome tali formule, conforme al secondo caso, sono deduttivamente equivalenti ad espressioni affermative decidibili, esse saranno sempre o affermate o rigettate. Se solo una di esse è affermata, l'espressione originale si dovrà pure affermare, perché, per la legge della semplificazione, possiamo aggiungere a questa formula affermata tutti gli altri antecedenti negativi che si erano omessi dapprima. Se invece tutte le formule con un antecedente negativo sono rigettate, allora da esse concludiamo, applicando ripetutamente la regola del rigetto di Słupecki, che l'espressione originale dev'essere rigettata. Due esempi varranno a spiegare appieno l'argomento.

Primo esempio: la tesi *CNAabCNAbcCNIbdCIbcNAcd*.
Riduciamo questa espressione a (1) e (2):

(1) *CNAabCNIbdCIbcNAcd* e (2) *CNAbcCNIbdCIbcNAcd*.

Allo stesso modo riduciamo (1) a (3) e (4):

(3) *CNAabCIbcNAcd*, (4) *CNIbdCIbcNAcd*,

e riduciamo (2) a (5) e (6):

(5) *CNAbcCIbcNAcd*, (6) *CNIbdCIbcNAcd*.

Ora l'ultima espressione è una tesi; è infatti il modo *Ferison* della terza figura. Ora se in *CpCqp* sostituiamo (6) a *p*, e *NAbc* a *q*, otterremo (2), e applicando *CpCqp* una seconda volta sostituendo (2) a *p*, e *NAab* a *q*, arriviamo alla tesi da cui siamo partiti.

Secondo esempio: l'espressione falsa: *CNAabCNAbcCNIcdCIbdNAad*.
Riduciamo questa espressione come nell'esempio precedente:

(1) *CNAabCNIcdCIbdNAad*, e (2) *CNAbcCNIcdCIbdNAad*;

riduciamo poi (1) a (3) e (4), e riduciamo (2) a (5) e (6):

(3) *CNAabCIbdNAad*, (4) *CNIcdCIbdNAad*,
(5) *CNAbcCIbdNAad*, (6) *CNIcdCIbdNAad*.

Nessuna di queste formule con un antecedente negativo è una tesi, come si può provare riducendole al caso con un solo elemento affermativo. Le espressioni (3), (4), (5) e (6) sono rigettate. Applicando la regola del rigetto di Słupecki, concludiamo dalle espressioni rigettate (5) e (6) che (2) deve pure essere rigettata, e dalle espressioni rigettate (3) e (4) concludiamo che (1) si deve pure rigettare. Ma se (1) e (2) si devono rigettare allora anche la nostra espressione originaria si deve pure rigettare.

Quarto caso: Il conseguente è negativo e alcuni (oppure tutti gli) antecedenti son negativi. Questo caso si può ridurre al terzo.

Prova: Espressioni della forma $C\alpha CN\beta\gamma$ sono deduttivamente equivalenti a espressioni della forma $C\alpha CN\beta CN\gamma NAaa$ in base alle tesi *CCpCNqrCpCNqCNrNAaa* e *CCpCNqCNrNAaaCpCNqr*, dato che *NAaa* è sempre falsa.

Tutti i casi con elementi negativi sono così esauriti.

Quinto caso: Tutti gli antecedenti sono affermativi e il conseguente è una proposizione universale affermativa. Diverse sottodistinzioni vanno considerate:

(*a*) Il conseguente è *Aaa*. L'espressione è affermata, perché il conseguente è vero.

(*b*) Il conseguente è *Aab* e *Aab* è pure uno degli antecedenti. L'espressione è ovviamente affermata.

In quanto segue si suppone che *Aab* non si trova mai come antecedente.

(*c*) Il conseguente è *Aab*, ma non c'è nessun antecedente del tipo *Aaf*, dove *f* è diverso da *a* (e, ovviamente, da *b*). Tali espressioni sono rigettare.

Prova: Identificando con *b* tutte le variabili diverse da *a* e da *b*, possiamo ottenere solo questi antecedenti:

Aaa, *Aba*, *Abb*, *Iaa*, *Iab*, *Iba*, *Ibb*.

(Non si può dare un *Aab*, perché nessun antecedente è del tipo *Aaf*, con *f* diverso da *a*). Le premesse *Aaa*, *Abb*, *Iaa*, *Ibb* si possono omettere, come vere. (Se non ci sono altre premesse, l'espressione è rigettata, come nel primo caso.) Se oltre a *Iab* c'è anche *Iba* una delle due si può omettere, dato che sono equivalenti l'una all'altra. Se c'è *Aba*, allora *Iab* e *Iba* si possono omettere tutte e due, dato che *Aba* le implica entrambe. Dopo queste riduzioni solo *Aba* e *Iab* possono rimanere come antecedenti. Ora si può mostrare che tutte e due le implicazioni,

CAbaAab e *CIabAab*,

sono rigettate in base al nostro assioma del rigetto:

X. *p*/*Acb*, *q*/*Aba*, *r*/*Iac*, *s*/*Aab* × C27-108
108. *CCAabAbaCKAcbAabIac* (X. *CCKpqrCCsqCKpsr*;
108 × C*109-*59 27. *CKAcbAbaIac*)

*109. *CAabAba*
*109 × *110. *b*/*a*, *a*/*b*
*110. *CAbaAab*.

Se *CAbaAab* è rigettata, allora anche *CIabAab* si deve rigettare, poiché *Iab* è una premessa più debole di *Aba*.

(*d*) Il conseguente è *Aab*, e si trovano antecedenti del tipo *Aaf* con *f* differente da *a*. Se c'è una catena che conduce da *a* a *b*, allora l'espressione è affermata sulla base dell'assioma 3, il modo *Barbara*; se tale catena non c'è, allora l'espressione è rigettata.

Prova: Per una catena che conduce da *a* a *b* intendo una serie ordinata di premesse universali affermative:

$$Aac_1,\ Ac_1c_2,\ \ldots,\ Ac_{n-1}c_n,\ Ac_nb,$$

dove il primo termine della serie ha *a* come primo argomento e l'ultimo termine della serie ha *b* come secondo argomento e il secondo argomento di ciascun altro termine è identico con il primo argomento del termine immediatamente successivo. È evidente che da una serie di tali espressioni risulta *Aab*, applicando ripetutamente il modo *Barbara*. Perciò, se c'è una catena che conduce da *a* a *b*, allora l'espressione è affermata; se non c'è tale catena, possiamo eliminare gli antecedenti del tipo *Aaf*, identificando il loro secondo argomento con *a*. In questo modo l'espressione si riduce a un sottocaso di (c), che abbiamo già rigettato.

Sesto caso: Tutti gli antecedenti sono affermativi e il conseguente è una proposizione affermativa particolare. Anche qui dobbiamo considerare diverse sottodistinzioni.

(*a*) Il conseguente è *Iaa*. L'espressione è affermata, perché il conseguente è vero.

(*b*) Il conseguente è *Iab* e fra gli antecedenti si trova o *Aab*, o *Aba*, o *Iab*, o *Iba*. È ovvio che in questi casi l'espressione si deve affermare.

In quanto segue si suppone che nessuna delle quattro premesse ora menzionate si trovi come antecedente.

(*c*) Il conseguente è *Iab* e nessun antecedente è del tipo *Afa*, dove *f* è differente da *a*, né del tipo *Agb*, dove *g* è differente da *b*. L'espressione si deve rigettare.

Prova: Identifichiamo con *c* tutte le variabili differenti da *a* e da *b*; otterremo, a parte le premesse vere del tipo *Acc* o *Icc*, solo questi antecedenti:

Aac, Abc, Iac, Ibc.

Aac implica *Iac*, e *Abc* implica *Ibc*. La più forte combinazione di premesse perciò sarà *Aac* e *Abc*. Ma da questa combinazione non segue *Iab*, poiché la formula

CAacCAbcIab

è equivalente al nostro assioma del rigetto.

(*d*) Il conseguente è *Iab* e fra gli antecedenti ci sono espressioni del tipo *Afa*, dove *f* è differente da *a*, ma non ci sono espressioni del tipo *Agb*, dove *g* è differente da *b*. Se c'è *Abe* o *Ibe* (*Ieb*) e c'è una catena che conduce da *e* ad *a*:

(α) $Abe;\ Aee_1,\ Ae_1e_2,\ \ldots,\ Ae_na,$

(β) $Ibe;\ Aee_1,\ Ae_1e_2,\ \ldots,\ Ae_na,$

allora otteniamo da (α) *Abe* e *Aea* e perciò *Iab* per il modo *Bramantip*; e da (β) *Ibe* e *Aea* e perciò *Iab* per il modo *Dimaris*. In tutti e due i casi l'espressione è affermata. Se invece le condizioni (α) e (β) non sono soddisfatte, allora eliminiamo gli antecedenti del tipo *Afa* identificando il loro primo argomento con *a*, e l'espressione si dovrà rigettare, conforme al sottocaso (*c*).

(*e*) Il conseguente è *Iab* e fra gli antecedenti ci sono espressioni del tipo *Agb*, dove *g* è differente da *b*, ma non ci sono espressioni del tipo *Afa*, dove *f* è differente da *a*. Questo caso si riduce al sottocaso (*d*), date che *a* e *b* sono simmetrici rispetto al conseguente *Iab*.

(*f*) Il conseguente è *Iab* e fra gli antecedenti ci sono espressioni del tipo *Afa*, dove *f* è differente da *a*, ed espressioni del tipo *Agb*, dove *g* è differente da *b*. Possiamo supporre che le condizioni (α) e (β) non siano soddisfatte per *Afa* o che le analoghe condizioni non siano soddisfatte per *Agb*; in caso contrario sappiamo già che l'espressione originaria si deve affermare. Ora, se c'è *Aca* e una catena che conduce da *c* a *b*:

(γ) $Aca;\ Acc_1,\ Ac_1c_2,\ \ldots,\ Ac_nb,$

oppure *Adb* e una catena che conduce da *d* ad *a*:

(δ) $Adb;\ Add_1,\ Ad_1d_2,\ \ldots,\ Ad_na,$

allora otteniamo da (γ) *Aca* e *Acb*, e da (δ) *Adb* e *Ada* e perciò in tutti e due i casi otteniamo *Iab* per il modo *Darapti*. Inoltre, se c'è un antecedente *Icd* (o *Idc*) e due catene, una che conduce da *c* ad *a* e un'altra che conduce da *d* a *b*:

(ε) $Icd;\ Acc_1,\ Ac_1c_2,\ \ldots,\ Ac_na,$
$Icd;\ Add_1,\ Ad_1d_2,\ \ldots,\ Ad_nb.$

allora otteniamo per la prima catena la premessa *Aca* e per la seconda catena la premessa *Abd* e tutte e due le premesse assieme a *Icd* danno la conclusione *Iab* in base al polisillogismo:

CIcdCAcaCAdbIab.

Il polisillogismo si prova deducendo *Iad* da *Icd* e *Aca* per il modo *Disamis* e poi deducendo *Iab* da *Iad* e *Adb* per il modo *Darii.* In tutti questi casi l'espressione originaria si deve affermare.

Se però nessuna delle condizioni (γ), (δ) o (ε) è soddisfatta, allora possiamo eliminare le espressioni del tipo *Afa* e *Agb* identificando il loro primo argomento con a e con b rispettivamente e allora l'espressione originaria si deve rigettare, conforme al sottocaso (c).

Sono ora esauriti tutti i casi possibili e abbiamo provato che ciascuna espressione significante della sillogistica aristotelica è o affermata o rigettata sulla base dei nostri assiomi e regole di illazione.

§ 34. *Una interpretazione aritmetica della sillogistica*

Nel 1679 Leibniz scoperse un'interpretazione aritmetica della sillogistica aristotelica, la quale merita la nostra attenzione dal punto di vista storico, come pure per il suo interesse sistematico [3]. È un'interpretazione isomorfica. Leibniz non sapeva che la sillogistica di Aristotele si poteva assiomatizzare e non sapeva nulla circa il rigetto e le sue regole. Egli fece solo la prova di alcune leggi della conversione e di alcuni modi sillogistici per assicurarsi che la sua interpretazione fosse corretta. Sembra perciò una pura coincidenza il fatto che la sua interpretazione soddisfi i nostri assiomi affermati 1-4, la regola del rigetto *59 e la regola di Słupecki. È comunque strano che le sue intuizioni filosofiche, che lo guidarono nella sua ricerca, abbiano dato un risultato così solido.

La interpretazione aritmetica di Leibniz è basata su una correlazione delle variabili della sillogistica con coppie ordinate di numeri naturali primi fra loro. Alla variabile a, per es., corrispondono due numeri, supponiamo a_1 e a_2, primi fra loro; alla variabile b corrispondono due altri numeri, supponiamo b_1 e b_2, pure primi fra loro. La premessa *Aab* è vera quando e solo quando a_1 è divisibile per b_1, e a_2 è divisibile per b_2. Se una

[3] Vedi L. Couturat, *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, Parigi (1903), pp. 77s. Cfr. pure J. Łukasiewicz, « O sylogistyce Arystotelesa » (Sulla sillogistica di Aristotele), *Comptes Rendus de l'Acad. des Sciences de Cracovie*, xliv, No. 6 (1939), p. 220.

di queste condizioni non è soddisfatta, *Aab* è falsa e perciò *NAab* è vera. La premessa *Iab* è vera quando e solo quando a_1 è primo rispetto a b_2 e a_2 è primo rispetto a b_1. Se una di queste condizioni non è soddisfatta, allora *Iab* è falsa e perciò *NIab* è vera.

Si può vedere facilmente che i nostri quattro assiomi affermati 1-4 si verificano. L'assioma 1, *Aaa* si verifica, perché ogni numero è divisibile per se stesso. L'assioma 2, *Iaa* si verifica perché si è supposto che i due numeri corrispondenti ad a, a_1 e a_2, siamo primi fra loro. L'assioma 3, il modo *Barbara CKAbcAabAac*, è pure verificato perché la relazione di divisibilità è transitoria. L'assioma 4, il modo *Datisi CKAbcIbaIac* è pure verificato. Difatti: se b_1 è divisibile per c_1, b_2 è divisibile per c_2, b_1 è primo rispetto ad a_2, e b_2 è primo rispetto ad a_1, allora a_1 deve essere primo rispetto a c_2, e a_2 deve essere primo rispetto a c_1. Difatti, se a_1 e c_2 avessero un fattore comune più grande di 1, allora a_1 e b_2 avrebbero pure il medesimo fattore comune, poiché b_2 contiene c_2. Ma questo è contro l'ipotesi che a_1 sia primo rispetto a b_2. Allo stesso modo possiamo provare che a_2 deve essere primo rispetto a c_1.

È pure facile mostrare che l'assioma *59 *CKAcbAabIac* deve essere rigettato. Si prendano come esempi i seguenti numeri:

$a_1 = 15,\ b_1 = 3,\ c_1 = 12,$
$a_2 = 14,\ b_2 = 7,\ c_2 = 35.$

Acb è vera, perché c_1 è divisibile per b_1 e c_2 è divisibile per b_2; *Aab* è pure vera, perché a_1 è divisibile per b_1 e a_2 è divisibile per b_2; ma la conclusione *Iac* non è vera, perché a_1 e c_2 non sono primi fra loro.

La verifica della regola del rigetto di Słupecki è più complicata. Spiegherò la cosa con l'aiuto di un esempio. Prendiamo le seguenti come due espressioni rigettate:

(*1) *CNAabCNIcdCIbdNAad* e (*2) *CNIbcCNIcdCIbdNAad.*

Da queste otteniamo, per la regola di Słupecki,

$*CN\alpha\gamma,\ *CN\beta\gamma \rightarrow *CN\alpha CN\beta\gamma,$

una terza espressione rigettata:

(*3) *CNAabCNIbcCNIcdCIbdNAad.*

L'espressione (1) si può provare falsa per es. per il seguente insieme di numeri:

$$(4)\quad \begin{cases} a_1 = 4,\ b_1 = 7,\ c_1 = 3,\ d_1 = 4, \\ a_2 = 9,\ b_2 = 5,\ c_2 = 8,\ d_2 = 3. \end{cases}$$

Si può provare facilmente che in questa interpretazione *Aab* è falsa (dato che 4 non è divisibile per 7) e perciò *NAab* è vera; *Icd* è falsa (dato che c_2 non è primo rispetto a d_1) e perciò *NIcd* è vera; *Ibd* è vera (perché tutte e due le coppie di numeri b_1-d_2, e b_2-d_1, sono prime fra loro); ma *NAad* è falsa, perché *Aad* è vera (dato che a_1 è divisibile per d_1, e a_2 e divisibile per d_2). Tutti gli antecedenti sono veri e il conseguente è falso; perciò l'espressione (1) è falsa.

Lo stesso insieme di numeri non prova la falsità della espressione (2) perché *Ibc* è vera (dato che tutte e due le coppie di numeri b_1 - c_2, e b_2 - c_1, sono prime fra loro), e perciò *NIbc* è falsa. Ma se l'antecedente di un'implicazione è falso, l'implicazione è vera. Per provare la falsità dell'espressione (2), dobbiamo prendere un altro insieme di numeri, per es. il seguente:

$$(5)\quad \begin{cases} a_1 = 9,\ b_1 = 3,\ c_1 = 8,\ d_1 = 3, \\ a_2 = 2,\ b_2 = 2,\ c_2 = 5,\ d_2 = 2. \end{cases}$$

In questa interpretazione tutti gli antecedenti dell'espressione (2) sono veri e il conseguente è falso. L'espressione perciò è falsa. Ma il secondo insieme di numeri (5) non prova la falsità dell'espressione (1), perché *Aab* è vero, e perciò *NAab* è falso e un falso antecedente da un'implicazione vera. Così pure, né l'insieme (4) né l'insieme (5) provano la falsità dell'espressione (3), la quale contiene tanto *NAab* quanto *NIbc*.

C'è un metodo generale che ci mette in grado di provare la falsità dell'espressione (3) quando le espressioni (1) e (2) sono false[4]. Anzitutto scriviamo tutti i numeri che costituiscono gli insiemi con cui si prova la falsità di (1) e di (2). Otterremo:

per (1) la serie 2, 3, 5, 7,
per (2) la serie 2, 3, 5.

In secondo luogo mettiamo al posto dei numeri della seconda serie nuovi numeri primi, tutti differenti dai numeri primi della prima serie: per es. mettiamo:

11 per 2, 13 per 3, 17 per 5.

[4] Questo metodo fu scoperto da Słupecki, *op. cit.*, pp. 28-30.

Otteniamo così un nuovo insieme di numeri:

$$(6)\quad \begin{cases} a_1 = 13.13,\ b_1 = 13,\ c_1 = 11.11.11,\ d_1 = 13, \\ a_2 = 11,\ b_2 = 11,\ c_2 = 17,\ d_2 = 11. \end{cases}$$

Questo insieme prova la falsità di (2) dato che le relazioni di divisibilità e non-divisibilità rimangono le stesse che prima della sostituzione.

In terzo luogo, moltiplichiamo fra loro i numeri delle corrispondenti variabili che si trovano negli insiemi (4) e (6). Otteniamo così un nuovo insieme:

$$(7)\quad \begin{cases} a_1 = 4.13.13,\ b_1 = 7.13,\ c_1 = 3.11.11.11,\ d_1 = 4.13, \\ a_2 = 9.11,\ b_2 = 5.11,\ c_2 = 8.17,\ d_2 = 3.11\,^{5}. \end{cases}$$

Questo insieme prova la falsità di (3). Difatti:

primo: è evidente che se alla premessa *Aef* oppure *Ief* corrisponde un insieme di numeri

e_1, e_2, f_1, f_2, e_1 primo rispetto a e_2, f_1 primo a f_2,

c'è un altro e insieme di numeri

e_1, e'_1 e'_2, f'_1, f'_2, e_1 primo a e'_2, f'_1 primo a f'_2

e tutti questi insiemi sono composti di numeri primi differenti dai numeri primi del primo insieme, allora il prodotto di e_1 e e'_1, cioè $e_1.e'_1$, deve essere primo rispetto al prodotto di e_2 e e'_2, cioè $e_2.e'_2$; e così pure $f_1.f'_1$ sarà primo rispetto a $f_2.f'_2$.

secondo: se *Aef* è verificata dal primo insieme, cioè se e_1 è divisibile per f_1, e e_2 per f_2, e se lo stesso è vero del secondo insieme in modo che e'_1 è divisibile per f'_1, e e'_2 è divisibile per f'_2, allora

$e_1.e'_1$ deve essere divisibile per $f_1.f'_1$, e
$e_2.e'_2$ deve essere divisibile per $f_2.f'_2$.

Inoltre, se *Ief* è verificata dal primo insieme, cioè se e_1 è primo rispetto a f_2, e e_2 è primo rispetto a f_1, e se lo stesso è vero per il secondo insieme in modo che e'_1 è primo rispetto a f'_2, e e'_2 è primo rispetto a f'_1, allora

$e_1.e'_1$ deve essere primo rispetto a f_2, e f'_2
$e_2.e'_2$ deve essere primo rispetto a $f_1.f'_1$,

dato che tutti i numeri del secondo insieme sono primi rispetto ai numeri del primo insieme.

[5] Se c'è una variabile in una delle espressioni provate false e non nell'altra, prendiamo semplicemente i suoi numeri corrispondenti, dopo averli sostituiti se necessario.

Al contrario, se anche una sola delle condizioni per la divisibilità o indivisibilità non è soddisfatta, allora le rispettive premesse devono essere false. Si può vedere nel nostro esempio che *Aad* e *NIcd* sono verificate da (7), perché sono verificate da (4) e (6), e *Ibc* è provata falsa da (4) e (6) e perciò anche da (7). *Aab* è provata falsa solo da (4) (ma questo è sufficiente per provare la sua falsità per mezzo di (7)), e *Ibc* è provata falsa solo da (6) (ma questo è sufficiente per provare la sua falsità per mezzo di (7)). Questo procedimento si può applicare ad ogni caso del genere e perciò la regola di Słupecki è verificata dalla interpretazione di Leibniz.

Leibniz disse una volta che le controversie scientifiche e filosofiche si possono sempre risolvere ricorrendo al calcolo. A me sembra che il suo famoso *calculemus* si deve mettere in rapporto più con l'interpretazione aritmetica della sillogistica esposta qui sopra che con le sue idee sulla logica matematica.

§ 35. *Conclusione*

I risultati che abbiamo ottenuto in base a una ricerca storica e sistematica sulla sillogistica aristotelica si differenziano in più di un punto dalla consueta presentazione della logica di Aristotele. Aristotele è stato male interpretato non solo da logici che provengono dalla filosofia, dato che essi identificano la sua logica con la sillogistica tradizionale, ma anche da logici che provengono dalla matematica. Si legge spesso in testi di logica matematica che la legge della conversione della premessa *A* è errata e così pure che sono errati alcuni modi sillogistici che sono derivati in forza di questa legge, come *Darapti* e *Felapton* [4]. Questa critica si basa sulla falsa idea che la premessa affermativa universale di Aristotele « Ogni *a* è *b* » significhi lo stesso che l'implicazione quantificata « Per ogni *c*, se *c* è *a*, allora *c* è *b* », dove il *c* è un termine singolare; e sull'altra falsa idea che la premessa particolare affermativa « Qualche *a* è *b* » significhi lo stesso che la congiunzione quantificata « Per qualche *c*, *c* è *a* e *c* è *b* », dove il *c* è di nuovo un termine singolare. Se si accetta questa interpretazione, si può ovviamente dire che la legge *CAabIba* è errata, perché *a* può essere un termine vuoto, in modo che nessun *b* sia *a*, nel quale caso la implicazione quantificata: « Per ogni *c*, se *c* è *a* allora *c* è *b* » sarebbe vera, perché il suo antecedente è falso; e la congiunzione quantificata: « Per ogni *c*, *c* è *a* e *c* è *b* » sarebbe falsa, perché uno dei suoi fattori è falso. Ma questa è un'interpretazione inesatta ed erronea della logica aristotelica. Non c'è

nell'*Analitica* nessun passo che giustifichi tale interpretazione. Aristotele non introduce nella sua logica termini singolari né termini vuoti, né quantori. Egli applica la sua logica solo a termini universali, come « uomo » oppure « animale ». E anche questi termini appartengono solo all'applicazione del sistema, non al sistema stesso. Nel sistema abbiamo solo espressioni con argomenti variabili, come *Aab* o *Iab* e le loro negazioni, e due di queste espressioni sono termini primitivi e non si possono definire; essi hanno solo quelle proprietà che sono asserite dagli assiomi. Per la stessa ragione anche la controversia se la sillogistica di Aristotele sia una teoria delle classi o no, è, a mio parere, completamente futile. La sillogistica di Aristotele non è una teoria di classi né di predicati; essa si pone come una teoria a sé, distinta da altri sistemi deduttivi, con la sua propria assiomatica e i suoi propri problemi.

Ho cercato di esporre il sistema aristotelico mantenendolo libero da ogni elemento estraneo. Non vi introduco né termini vuoti, né singolari, né negativi, dato che Aristotele non li ha introdotti. Non vi introduco neppure quantori; solo ho cercato di spiegare alcune idee di Aristotele con l'aiuto di quantori. Nelle prove formali ho usato tesi della teoria della deduzione, dato che Aristotele le usa intuitivamente nelle sue prove; e inoltre ho usato il rigetto, dato che Aristotele stesso rigetta alcune formule e stabilisce anche una regola del rigetto. Quando nell'esposizione di Aristotele c'era qualcosa di non completamente corretto, mi sono dato premura di correggere i difetti della sua esposizione, per es. alcune insufficienti prove condotte sulla *reductio per impossibile*, oppure la negazione di tesi attraverso termini concreti. La mia intenzione è stata di costruire il sistema originario della sillogistica aristotelica sulle linee tracciate dall'autore stesso e conforme alle esigenze della logica formale moderna. L'ultima perfezione del sistema è la soluzione del problema della decisione e questo è stato reso possibile dalla regola del rigetto di Słupecki, che non era nota ad Aristotele né ad alcun altro cultore di logica.

La sillogistica di Aristotele è un sistema la cui esattezza è superiore anche all'esattezza di una teoria matematica, e questo è il suo merito perenne. Essa è tuttavia un sistema ristretto che non può applicarsi a tutti i generi di ragionamento, per esempio ad argomenti matematici. Forse Aristotele stesso sentì che il suo sistema non si adattava a tutti gli intenti, perché alla teoria dei sillogismi categorici aggiunse in seguito [6] una teoria

[6] Io ritengo che la teoria dei sillogismi modali, esposta da Aristotele nei capitoli 8-22 del libro primo dell'*Analitica Prima*, fu inserta più tardi, dato che il capitolo 23 è ovviamente la continuazione immediata del capitolo 7.

dei sillogismi modali. Questa rappresentava ovviamente una estensione della logica, probabilmente però non nella direzione giusta. La logica degli Stoici, gli inventori dell'antica forma del calcolo proposizionale, fu molto più importante di tutti i sillogismi di Aristotele. Oggi noi ci rendiamo conto che la teoria della deduzione e la teoria dei quantificatori sono i rami più fondamentali della logica.

Aristotele non è responsabile del fatto che per molti secoli la sua sillogistica, o meglio una forma corrotta della sua sillogistica, fu la sola logica nota ai filosofi. Né egli è responsabile del fatto che l'influenza della sua logica sulla filosofia fu, per quanto mi sembra, disastrosa. Al fondo di questa disastrosa influenza si trova, a mio parere, il pregiudizio che ogni proposizione ha un soggetto e un predicato, come le premesse della logica di Aristotele. Questo pregiudizio, assieme al criterio della verità noto come *adaequatio rei et intellectus*, è la base di alcune famose ma fantastiche speculazioni filosofiche. Kant divise tutte le proposizioni (che egli chiama « giudizi ») in analitiche e sintetiche secondo la relazione del predicato di una proposizione con il suo soggetto. La sua *Critica della Ragion Pura* è in sostanza un tentativo di spiegare come siano possibili proposizioni sintetiche *a priori* vere. Alcuni Peripatetici, per es. Alessandro, a quanto pare, si erano resi conto che si dà una grande classe di proposizioni che non hanno alcun soggetto né alcun predicato, quali sono le implicazioni, le disgiunzioni, le congiunzioni ecc.[7].

Proposizioni di questo tipo si possono chiamare proposizioni funtoriali, dato che in esse tutte si trova un funtore proposizionale, quale « se - allora », « o », « e ». Queste proposizioni funtoriali formano il corpo principale di ogni teoria scientifica, ma ad esse non si può applicare né la distinzione kantiana fra giudizi sintetici e giudizi analitici, né il solito criterio della verità, perché proposizioni senza soggetto e predicato non si possono confrontare immediatamente con fatti. Il problema di Kant perde la sua importanza e si deve sostituire con un problema molto più importante: Come sono possibili proposizioni funtoriali vere? A me sembra che qui si trova il punto di partenza per una nuova filosofia come pure per una nuova logica [5].

[7] A proposito della definizione aristotelica di πρότασις Alessandro scrive, 11. 17 εἰσὶ δὲ οὗτοι οἱ ὅροι προτάσεως οὐ πάσης ἀλλὰ τῆς ἁπλῆς τε καὶ καλουμένης κατηγορικῆς· τὸ γάρ τι κατά τινος ἔχειν καὶ τὸ καθόλου ἢ ἐν μέρει ἢ ἀδιόριστον ἴδια ταύτης· ἡ γὰρ ὑποθετικὴ οὐκ ἐν τῷ τι κατά τινος λέγεσθαι ἀλλ' ἐν ἀκολουθίᾳ ἢ μάχῃ τὸ ἀληθὲς ἢ τὸ ψεῦδος ἔχει.

NOTE DEL TRADUTTORE

CAPITOLO I

[1] Così anche Bocheński (*Hist. of Formal Logic*, par. 13, c, 5). Il termine minore del sillogismo aristotelico può di fatto essere un termine singolare (v. esempi in Aβ 27, 70^a27; Aγ 8, 75^b21-30; Aγ 11, 77^a15 ss.) Ovviamente per fare una dimostrazione « bisogna assumere qualcosa di qualcosa »: Aα 23; 40^b31: ἀνάγκη λαβεῖν τι κατά τινος. E di qui segue che il singolare in questione sarà di fatto considerato come soggetto di quel predicato che si è assunto, cioè sarà formalmente considerato come universale, nel senso che è assunto come termine del rapporto al suo predicato. Questo poi sarà universale per definizione: cf. 1.41. Tutto questo però vale non solo per il sillogismo di Aristotele, ma per qualunque possibile discorso: se si dice qualcosa di qualcosa, anche se il soggetto è singolare, di fatto lo si considera sotto l'aspetto del predicato universale. Cioè il sillogismo considera solo termini universali formalmente tanto quanto per Aristotele non si può sensatamente dire di un soggetto alcunché che non sia universale. Il termine medio poi nel sillogismo dimostrativo è predicato del termine minore e il termine maggiore è predicato del medio: essi perciò saranno sempre universali. Con ciò però non si dice che la sillogistica di Aristotele non si estenda alle cose concrete e singolari: tutti gli universali infatti non sono che forme, cioè τί ἐστιν delle cose singolari e le implicazioni che sono date fra diverse forme sono universalmente valide appunto per le cose di cui quelle sono forme o determinazioni. Tutto ciò appartiene alla epistemologia di Aristotele; ma non è meno necessario per un'equa valutazione della sua sillogistica. Si veda Aγ 8, 75^b21-30.

Quanto alle proposizioni singolari, è ovvio che, in conseguenza di quanto s'è detto sopra, la premessa minore può essere singolare. Cioè, anche se il sillogismo è formulato in variabili, il soggetto della minore è sostituibile da ogni valore « che possa con verità essere sotto il medio »: Aα 41, 49^b23: καθ' οὗ ἂν τὸ B λέγηται ἀληθῶς, singolare o universale che esso sia. Cfr. 1.42.

[2] Più esattamente per Aristotele il sillogismo è o il conseguente, συμπέρασμα, in cui viene definita o *conclusa* (come dice il nome stesso) la relazione del logos maggiore al termine minore; oppure significa l'antecedente che causa e determina quella relazione: cf. 2.13. e 2.14.

Come è chiaro dall'esempio dell'Autore, si ha un'*illazione* o inferenza quando si afferma l'antecedente e il conseguente e il nesso fra antecedente e conseguente; mentre si ha *implicazione* quando si afferma solo il nesso fra antecedente e conseguente. La forma grammaticale più normale per esprimere un'implicazione è quella della proposizione ipotetica: « Se α, allora β ». La forma grammaticale dell'espressione ovviamente non è essenziale alla cosa significata, a meno che una diversa forma espressiva sia impossibile per un determinato significato. Aristotele dice che fra dimostrazione e sillogismo c'è questa differenza: la dimostrazione assume che l'antecedente è vero, perché intende stabilire la verità del conseguente come tale; ma il sillogismo importa semplicemente (ἁπλῶς: 24^a28) l'assunzione, cioè la presa in considerazione, di un ὑπάρχειν ἢ μὴ ὑπάρχειν: ib. 22s. e ne afferma solo il nesso con l'antecedente. Perciò l'implicazione è la più corretta traduzione del sillogismo come tale. È chiaro però che Aristotele parla di implicazione formale. Si tenga inoltre presente che *implication* di Łukasiewicz non traduce ἀκολούθησις di Aristotele; ma significa l'entità linguistica della forma "*se... allora*". Cfr. 2.2. e par. 22.

[3] « La logica non è una scienza circa gli uomini o le *piante* », cioè, ŁUKASIEWICZ voleva dire: « circa gli uomini e le *viti* », che sono i termini dati nell'esempio precedente. Ma, dato che non si sta facendo botanica, ma logica, ŁUKASIEWICZ ha inteso « viti » come una variabile Bisogna cioè non dimenticare che l'uso delle lettere per significare in universale i termini del sillogismo, non è la sola possibilità di un linguaggio corretto e formale. È chiaro che la logica non è nemmeno una scienza dell'alfabeto; solo che l'uso delle lettere consente maggiore brevità e maggiore agilità in molte operazioni logico-matematiche. Ma l'uso di lettere nella formulazione delle leggi logiche non è più formale che l'uso di altri simboli, anche se questi sono tali da chiamarsi « esempi » o, secondo Aristotele, « esposizioni »: cf. 2. 633. *nota.* Nessuno infatti sarà tanto ingenuo da dire che questo sillogismo di ABELARDO:

« *Omne iustum bonum est*
omnis virtus iusta est
omnis igitur virtus bona est »,

(*Dialectica*, II, ed. De Rijk, Assen 1956, p. 236) è meno formale, nel suo contesto, che quelli che ABELARDO formula in lettere. Effettivamente l'uso di lettere o di altri simboli creati appositamente, mentre sotto certi aspetti rappresenta un evidente vantaggio tecnico, non sembra che rappresenti alcun progresso teorico, cioè scientifico, della logica. Il reale vantaggio del linguaggio simbolico moderno potrà forse essere valutato seriamente solo quando lo studio dei grandi logici medievali ci permetterà un equo confronto con la logica moderna.

[4] Cf. sopra n. [2]. Si noti che questa, inesatta, definizione materiale del sillogismo è la sola che ŁUKASIEWICZ ci da esplicitamente.

[5] I segni della quantità, in greco πᾶς e ὅλος, si dovrebbero tradurre con il singolare « tutto »: « L'*A* è a tutto il *B* »; a me sembra infatti che in Aristotele prevale la considerazione dell'unità dei due termini: cf. 1.43. Mi pare tuttavia che ŁUKASIEWICZ dia al greco piuttosto un significato distributivo, e perciò io rendo la sua traduzione con « ogni » o « tutti ». Dal punto di vista puramente linguistico è ovvio che tutte e due la traduzioni sono giustificate.
Indefinita poi si dovrebbe dire più esattamente non la proposizione senza *il segno* della quantità, ma la proposizione in cui si prescinde effettivamente dalla quantità: come infatti ŁUKASIEWICZ stesso nota più sotto, Aristotele omette spesso il segno della quantità, sebbene non intenda parlare di proposizioni indefinite. Ciò che è giustificato dal fatto che la quantità intesa in quelle proposizioni è definitamente chiara per Aristotele, come lo è pure per ŁUKASIEWICZ.

[6] Veramente la distinzione del diverso valore formale di soggetto e predicato (cf. 1.4.), come la classificazione di Aα 27, 43ª25-43 (sulla quale v. 1.331. e ŁUKASICWICZ, par. 3) si possono considerare come osservazioni sui termini non meno che sulla natura della protasi.
Si deve tener distinto il significato di « universale » se è detto di un termine, da « universale » detto di una protasi. Una protasi particolare può avere due termini universali nel senso definito in *De Int.* citato dall'Autore, come: « Alcuni filosofi sono sapienti »: cf. 1.42.
Sulla ragione per cui, a mio parere, Aristotele ha omesso i termini vuoti, v. 1.41.
Penso pure che, come nota l'Autore, per Aristotele non sarebbe sensata una espressione quale « Tutti i Callia sono uomini »; la ragione però non è l'ipotesi che ci sia di fatto un solo Callia, ma la *supposizione* in cui « Callia » è ovviamente considerato, che è tale da non ammettere nessun senso nell'espressione « Tutti i Callia ». Se intendiamo che « Callia » supponga per « tutti coloro che si chiamano Callia », il termine non è meno universale che « uomo ». L'attuale esistenza o meno di qualcosa che risponda ai termini assunti nella sillogistica, non fa differenza formale. Questo tuttavia non significa che « l'assenza di distinzione fra proposizioni esistenziali e non-esistenziali, sia una fondamentale caratteristica del pensiero Aristotelico » (A. E. TAYLOR, *Aristotle on his Predecessors*, La Salle 1962, p. 9 s.), ma che quella distinzione non interessa formalmente la sillogistica. Cf. S. MANSION, *Le jugement d'existence chez Aristote*, Lovanio 1946; P. HOENEN, *La théorie du jugement d'après St Thomas d'Aquin*, Roma 1953. Sui termini singolari, v. sopra n. [1].

[7] Il greco ha: ἁπάντων τῶν ὄντων, τὰ μέν... τὰ δέ... Se poi i termini non sono « enti », non sarà facile dire che cosa essi sono. La posizione filosofica di ŁUKASIEWICZ non è chiara per me.

Non credo infatti che egli inclini al concettualismo. Dalle mie informazioni (Prof. Bocheński) mi risulta piuttosto che egli credeva alla oggettiva e assoluta validità di quelle leggi che la logica cerca di scoprire, non di creare più o meno arbitrariamente. Ora ciò concorderebbe con il punto di vista di Aristotele che logica è prima di tutto il complesso dei rapporti nei quali le cose sono per ragione dei λόγοι, ossia delle intelligibili determinazioni immanenti alle cose stesse; e in secondo luogo logica è la scienza di quei rapporti formali. Cf. 1.331 *nota.* Si consideri tuttavia quanto ŁUKASIEWICZ dice al par. 29, nella discussione delle formule *59 e (F3): se per ipotesi la funzione proposizionale *Iac* delle formule dette si può applicare solo a un universo che consiste solo di tre o più cerchi, allora la *Iac* non verrà significare che un cerchio è l'altro e non si sarà di fatto assunto come predicato una cosa, cioè un cerchio? Non sarebbe meno assurdo intendere la *Iac* nel senso che la lettera 'a' è la lettera 'c', anche a prescindere dal fatto che nell'ipotesi dell'Autore il nostro universo non contiene lettere, ma solo cerchi. La presente osservazione di ŁUKASIEWICZ mi sembra tradire chiaramente la mancanza del concetto di forma, senza il quale, si converrà, l'interpretazione di Aristotele sembra una impresa disperata. Cf. 1.11. *nota.*

[8] Mi pare che c'è una inesattezza nella traduzione di ŁUKASIEWICZ: Aristotele non dice che è *accidentalmente vero* che « quella cosa lì è Socrate », ma che è accidentale, cioè non per sé, che « Socrate » sia predicato in qualsiasi proposizione (salvo ovviamente a intendere « Socrate » come l'universale di tutti quelli che si chiamano « Socrate » o di tutti quelli che assomigliano a Socrate): cf. 1.331.
Sulla *descrizione* « padre di Socrate » che si predica di Sofronisco, e simili, si noti che, per quanto ci sia solo un padre di Socrate, la sua descrizione però è fatta in termini universali.

[9] A parte l'unità della *Analitica Prima* con la *Seconda*, sulla quale si può utilmente consultare l'introduzione che W. D. ROSS premette alla sua edizione testo, è difficile sostenere che anche l'*Analitica Prima* presa a sé non faccia della filosofia. Che poi questo rappresenti una contaminazione, si potrà pensare da qualcuno; ma sarà difficile provare che questa era la convinzione di Aristotele. Sull'influenza di Platone si veda F. SOLMSEN, *Aristotle's syllogism and its Platonic background*, in « Philos. Review », 60, 1951, 563-71.

[10] Questa caratterizzazione di variabile è forse la più chiara che un filosofo potesse desiderare, e, a mio parere, è pure la più aristotelica (cf. il mio « *La sillostica di Aristotele*, II, 3.43). Quando si dice che la variabile non « ha alcun significato » o che le lettere che esprimono variabili non designano niente (cf. R. CARNAP, *Logical Syntax of Language*, Londra 1959, p. 5; 16), non si deve pensare che queste siano espressioni esatte. Le variabili sono pur sempre « simboli » o « segni » e non sarebbero tali se non avessero un significato: cf. FILOPONO, *Scholia*, 37ᵇ13ss. La verità è che, dato un medesimo significato, possono variare i termini a cui esso è con esattezza applicabile, in modo che non solo il segno è lo stesso, ma anche il significato; ma variano i soggetti in cui tale significato è: perché di molte cose « è comune e il nome e il λόγος che dal nome è significato »: *Cat.* 1, 1ª 7: τό τε ὄνομα κοινὸν καὶ ὁ κατὰ τοὔνομα λόγος τῆς οὐσίας ὁ αὐτός. In questo senso dunque la variabile è esattamente l'universale. E tuttavia non sarebbe esatto dire che l'inventore della variabile è o Socrate o Platone: fin che non è chiaro che l'universale è solo il λόγος delle cose e che perciò fare scienza dell'universale è fare scienza delle cose varie che « stanno sotto » l'universale, questo non è ancora una variabile, ma piuttosto un valore fisso e insostituibile.
Ovviamente non va confuso il concetto di variabile con la tecnica che introduce lettere al posto di nomi. Questa tecnica è certamente un segno dell'esattezza formale della logica di Aristotele: mi sembra infatti che essa è introdotta per concentrare l'attenzione sull'assunto formale del sillogismo, cioè sul rapporto predicabile dei termini, dal quale formalmente segue la determinazione del rapporto formale fra gli estremi, quali che questi siano. Tuttavia a me sembra che le lettere con le quali Aristotele formula i diversi modi del primo schema, conservano nel suo contesto il valore di esemplificazioni dopo l'enunciato formale della tesi: « Quando tre termini stanno in questi rapporti, c'è sillogismo perfetto degli estremi: difatti, se *A* a ogni *B*, e *B* a ogni C, è necessità che l'*A* sia a ogni *C* » (Aα 4). Analogamente per gli altri schemi. In questo senso, va ricordata l'osservazione di L. STEFANINI (*Platone*, 2ª ed.,

Padova 1949, II p. 374 n. 3) che l'uso delle lettere nel sillogismo è espressamente suggerito da Platone: cf. *Politico*, 278 a-c.

Nel contesto della logica matematica però « variabile » si dice di un segno non tanto in vista del suo valore di λόγος universale, quanto in vista della possibilità che esso offre di essere trattato con la tecnica delle operazioni matematiche. In questo senso temo che resti ancora da determinare quanto Aristotele sia inventore delle variabili. Come infatti appare anche dall'esempio trattato immediatamente sotto dall'Autore, Aristotele non *opera* affatto sulle variabili: egli nomina semplicemente con lettere il termine formale di un determinato rapporto: di qui segue, p. es., che egli in generale non pensò a sostituire una variabile con un'altra variabile: questo poteva solo significare per lui scambiare i nomi dei diversi termini. Tuttavia cf. Aγ 3, $73^{a}1$ e contesto, dove, come rileva S. TOMMASO (*In Post. An.*, Torino 1955, n. 72), per eliminare la possibilità della dimostrazione circolare, [*utitur*] *tertio termino qui sit idem cum primo*, e identifica *A* con *C*.

[11] L'identificazione di necessità e universalità non può non sembrare alquanto problematica, anche se ci si limita a considerare la « necessità sillogistica » come sembra voler fare il nostro Autore. Effettivamente poi ŁUKASIEWICZ ricava tale identità dalla legge della conversione della protasi *I* e *O*; ora ambedue le tesi: « Se *A* a qualche *B*, allora *B* a qualche *A* » e « Se *A* non è a qualche *B* allora non necessariamente *B* non è a qualche *A* » sono considerate come non sillogistiche di ŁUKASIEWICZ. Questo passo perciò è facilmente interpretabile come una riduzione della necessità all'universalità *tout court*.

Non è del tutto corretto dire: « Se *A* a qualche *B*, allora *è necessario* che *B* a qualche *A* » *perché è vero che per tutti gli A e per tutti i B* « Se *A* a qualche *B*, allora *B* a qualche *A* »: l'universale non è la ragione della necessità, ma viceversa. E in realtà si da un *universale di fatto* che non è necessario, p. es. « Tutti i miei studenti sono presenti »: è chiaro che, se è necessario che chiunque è mio studente sia presente, allora segue che « per tutti gli *x*, se *x* è mio studente allora *x* è presente ». Ma viceversa, se *è vero* che « tutti i miei studenti sono presenti », allora non segue che *è necessario* che « chiunque è mio studente sia presente ». Il necessario implica l'universale, ma non gli è equivalente: cf. *La sillogistica di Aristotele*, I, 4.82.

Necessario è ciò che è *per sé* alle cose, mentre contingente è ciò che « accade » alle cose; e questa alternativa va intesa in senso stretto, cioè esclusivo, cioè senza possibile medio: τὰ δὲ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα ἀναγκαῖα τοῖς πράγμασιν... ἅπαν γὰρ ἢ οὕτως ὑπάρχει ἢ κατὰ συμβεβηκός· τὰ δὲ συμβεβηκότα οὐκ ἀναγκαῖα: Aγ 6, $74^{b}6$-12. Il contingente poi, formalmente, è il contraddittorio del necessario, cioè è ciò che è *non per sé* alle cose; e il segno di ciò è che « accade essere altrimenti » (cf. Aγ 2, $71^{b}12$; *Met*. Δ 5, $1015^{a}34$). Perciò si può anche descrivere il necessario come ciò che non accade essere altrimenti, cioè come il non-contingente, cioè come ciò che « per sé implica l'universalità ». Se perciò è dato che un *A* sia per sé, καθ' αὑτό, al *B*, allora si conoscerà che l'*A* è a tutti i *B*, cioè è sempre a qualunque soggetto del *B*, καθόλου: perché il necessario è sempre (ἀέι): cf. *Met*. E 2, $1026^{b}27$s; *ib*. Θ 8, 1050^{b} 8-33. Ma non ci sarebbe alcun modo di conoscere una protasi universale ἁπλῶς se non si conoscesse per ἐπαγωγή, cioè con l'immediata conoscenza propria del νοῦς, la forma a cui consegue *per sé* un predicato: cf. Aδ 19.

Quanto s'è detto qui è certo una tesi di epistemologia; ma non perciò è una tesi che si possa contraddire in sede di logica. Così pure la distinzione del καθ' αὑτό e κατὰ συμβεβηκός è principalmente oggetto della metafisica; ma non per questo essa è meno importante per la logica, almeno in Aristotele.

Quanto alla specifica importanza che queste osservazioni hanno per l'interpretazione della sillogistica di Aristotele, penso che esse dovrebbero metterci in guardia contro il facile pericolo di attribuire ad Aristotele quella considerazione « prevalentemente estensionale delle leggi della logica » (BOCHEŃSKI, *Hist. of Formal Logic*, par. 2. C, 3), la quale invece a me sembra secondaria in Aristotele e formalmente derivata dalla considerazione intensionale.

Nel caso che stiamo discutendo poi, la considerazione estensionale mi sembra semplicemente estranea. ŁUKASIEWICZ interpreta la formula aristotelica: « Se α allora è necessità che β », dove α sta per l'antecedente del sillogismo dimostrativo e β per il conseguente, come equivalente a « Fra tutti i termini che stanno nel rapporto espresso dall'antecedente, non ce n'è alcuno che non verifichi anche il conseguente ». Ora questa è certo una tesi per Aristotele; ma non mi sembra che sia la tesi espressa dal sillogismo, ma è piuttosto una tesi provata attraverso il sillogismo: *poiché è necessario* che se α, allora β, *allora* β segue *sempre* da α.

Il segno della necessità poi si può omettere nel sillogismo perché questo rappresenta dei puri rapporti formali, e cioè dei rapporti validi *per sé*; il κατὰ συμβεβηκός non viene affatto in questione quando si tratta di forme: l'accidente infatti *accade al soggetto* denominato da una forma, e si dice accadere quando esso è nel soggetto *non come conseguenza della forma* da cui il soggetto è attualmente denominato. Ma l'accidente non accade mai alla forma come tale: al triangolo *come tale* non accade di essere né grande né piccolo, né bianco né rosso: perché queste non sono forme della forma del triangolo, ma del soggetto di questa, per il quale altro è essere triangolo, altro essere grande o piccolo.

[12] Nella traduzione di ŁUKASIEWICZ: *Conclusion* per *Schlusssatz* (conseguente); *consequence* per *Konsequenz*; *power of reasoning* (che io ho tradotto: « potere del raziocinio ») per *Kraft der Schlussfunktion*.

[13] Non sarà inutile ricordare che, per Aristotele, nessuno può realizzare un pensiero contrario all'antecedente di un sillogismo valido mentre attualmente conosce tale antecedente: cf. Aβ 21, particolarmente $66^{b}35$-$67^{a}5$: se infatti uno assume che l'*A* è a tutto ciò a cui è il *B* e sa che il *B* è al *D*, allora sa anche che l'*A* è al *D*. Cf. nota [3] al cap. II.

[14] È, penso, pacifico che la logica si può considerare come una scienza, o come un'arte che da quella scienza dipende direttamente. E tutti e due i punti di vista mi sembrano aristotelici. È una scienza, conforme alla definizione di Aγ 2, $71^{b}9$ss; *ib* 9, $75^{b}37$ss., in quanto è conoscenza della necessità di conseguenze determinate da determinati antecedenti; ed è un'arte in quanto, di conseguenza, fornisce la norma per rimanere nella verità quando raziocinando cerchiamo di inferire nuove conoscenze da quelle che ci sono date immediatamente, conforme a Aγ 1, $71^{a}1$ss. I due punti di vista non sono esclusivi ma complementari e a me sembrano implicitamente riconosciuti da chiunque fa distinzione fra leggi logiche e regole di illazione. Si possono leggere utilmente le osservazioni di ALESSANDRO (*Scholia*, 141^{a} 19-$^{b}27$), sulla sillogistica come scienza e come ὄργανον e ἔργον della filosofia.

Tutto questo ovviamente non giustificherebbe un ritorno alla confusione fra giudizio, nel suo valore psicologico, e proposizione nel suo significato oggettivo, né ad alcun'altra di quelle oscurità che sono proprie dello « psicologismo logico ». Tuttavia non è vero che la logica « non tratta del pensiero più che la matematica », per la ragione che la matematica è una scienza particolare, mentre la logica appartiene ai presupposti di ogni scienza dimostrativa e a ciascuna di esse fornisce il metodo fondamentale: essa è effettivamente normativa per tutte le attività « con le quali l'anima raggiunge la verità affermando o negando » (*Eth. Nic.* Z 3, $1139^{b}15$), tranne solo la conoscenza immediata dei principi πρῶτα καὶ ἄμεσα.

Penso poi che parlare di « forma del pensiero » non sia molto più scorretto che parlare di « forma del sillogismo », come ŁUKASIEWICZ fa poco sotto. Né il pensiero né il sillogismo sono « oggetti che hanno estensione ».

[15] Probabilmente l'Autore vuol dire che secondo i Peripatetici appartenevano alla logica solo le leggi sillogistiche e non le loro applicazioni alle scienze particolari. Quanto poi al modo di esprimere quelle leggi essi vedevano un ovvio vantaggio nell'esprimere alcune di esse con lettere invece che con nomi; ma non penso che né i Peripatetici né ŁUKASIEWICZ intendano negare che la formulazione del primo schema, che è espressa in linguaggio normale, appartenga propriamente alla logica. Cf. sopra n. [3].

[16] Ciò è corretto purché non si dimentichi che i « termini universali » in Aristotele sono non le idee separate di Platone, ma le universali determinazioni delle cose concrete; e che le relazioni predicabili che sono significate da *A*, *E*, *I*, *O* significano ogni rapporto esprimibile in un'affermazione o negazione, semplice o complessa, fra termini semplici o fra complessi stati di cose: cf. 2.32., e che il termine minore può di fatto essere un individuo: cf. n. [1], 2.32 e 2.42.

[17] Nel suo contesto, la sillogistica di Aristotele è prima di tutto la teoria della dimostrazione scientifica come tale; e in questo senso è formale, perché cioè mira a stabilire non attraverso quali espedienti si potrà accidentalmente produrre in noi la certezza di quanto conosciamo, ma quali sono le cause che per sé causano la certezza, perché escludono la possibilità del contrario. « Formale », in quanto si oppone a « materiale » come nel nostro contesto, è notoriamente un termine scolastico e significa ciò che appartiene a un soggetto in quanto è tale, cioè secondo la forma che lo fa essere tale, non in quanto gli può materialmente *accadere* di essere: esso perciò corrisponde all'aristotelico καθ' αὑτό in opposizione al κατὰ συμβεβηκός (cf. *Enciclopedia Filosofica*, s.v.). Se perciò sillogistica è per Aristotele la scienza della dimostrazione, essa sarà formale in quanto si attiene strettamente alla considerazione delle condizioni della dimostrazione come tale, non alle circostanze che possono appartenere alla dimostrazione di un particolare γένος ὑποκείμενον. Questo infatti è accidentale alla dimostrazione, come appunto è accidentale a un sillogismo di essere realizzato in determinati estremi concreti. La sillogistica perciò non è formale in quanto ripete la tecnica della matematica, a meno che si voglia assumere che la dimostrazione come tale ha necessariamente una struttura matematica. Ora questo è vero per gran parte delle scienze; non però per tutte; né nelle scienze in cui la matematica è la parte prevalente della metodologia, essa rappresenta l'elemento esclusivo del procedimento dimostrativo. Perciò, se si vuol fare della sillogistica di Aristotele una teoria matematica o se si vuole fare della tecnica matematica una parte essenziale della sillogistica, si rischia di fatto di ottenere una logica materiale, cioè l'*applicazione* della logica al γένος ὑποκείμενον che sono le entità matematiche.

Si noti poi che non è vero che *Barbara* è un caso della tesi: (1) « Se *aRb* e *bRc*, allora *aRc* ». Anzitutto perché la (1) non è formalmente vera, ma solo materialmente: cioè non è vera per ragione della sua forma, ma per ragione della materia. Effettivamente la (1) è vera solo se *R* rappresenta una relazione transitiva. Ora una relazione è detta transitiva appunto se essa è un *R* tale che « Se *aRb* e *bRc*, allora *aRc* ».

Barbara invece è una tesi formalmente vera: « Se *A* è predicato di *B* e *B* è predicato di *C*, allora *A* è predicato di *C* » sempre e a prescindere da quale tipo di predicazione si voglia considerare: predicazione diretta o indiretta, semplice o complessa, fra termini semplici o complessi: cf. 2.32.; Aα 36, 48^b39-49^a5.

[18] Tuttavia osserva sapientemente Aristotele che « i nomi e la moltitudine delle parole sono di numero finito, mentre le cose [che vogliamo significare] sono indefinite di numero; è perciò necessario che la medesima parola e il medesimo nome significhi più di una cosa »: *Soph. El.* 1, 165^a10-13: τὰ μὲν γὰρ ὀνόματα πεπέρανται καὶ τὸ τῶν λόγων πλῆθος, τὰ δὲ πράγματα τὸν ἀριθμὸν ἄπειρά ἐρτιν. ἀναγκαῖον οὖν πλείω τὸν αὐτὸν λόγον καὶ τοὔνομα τὸ ἓν σημαίνειν. Questa elementare osservazione sta alla base del trattato sulle *fallaciae*, che diede origine ai trattati medievali sulla *suppositio*. La logica matematica, appunto in merito del linguaggio « preciso » che ha adottato, ha avuto meno bisogno di un capitolo sulla *suppositio*, e di fatto, come nota Bocheński (*Hist. of Formal Logic*, 2 E, p. 17), la logica moderna non ha per nulla eguagliato la medievale in questo punto. Io poi condivido pure il parere di Bocheński (*ibid.*) che anche l'esattezza di formulazione raggiunta dalla logica scolastica non è affatto superata dalla logica moderna.

La possibilità di esattezza di espressione cresce ovviamente in proporzione delle limitazioni che uno impone alla sua ricerca; cioè, quanto più astratto sarà il livello della formulazione, tanto più potrà essere appunto « preciso »; ma con la stessa proporzione crescerà pure la necessità di una complementare ermeneutica, sia per spiegare l'introduzione dei simboli, sia, anche di più, per renderne possibile l'interpretazione dopo che il sistema sarà stato sviluppato con criteri del tutto astratti. Ora tale ermeneutica non potrà a sua volta essere simbolizzata. E d'altra parte essa è elemento essenziale dell'insieme di un sistema. Tutto ciò significa che la *lingua esatta* è un concetto limite. E mentre è facile riconoscere i vantaggi che dal linguaggio simbolico sono derivati alla logica, particolarmente in quanto permette di trattare i procedimenti logici con l'esattezza del calcolo, non è altrettanto comune la consapevolezza degli svantaggi che esso porta con sé. Quando, in particolare si tratta non di proporre *ex novo* una teoria, ma di tradurre una teoria già creata, non si dovrebbe dimenticare che non è solo la logica formale moderna che presta la più diligente attenzione alla precisione della lingua: ci

si troverà davanti al compito di tradurre una formulazione esatta in una diversa formulazione esatta della medesima dottrina. Questo compito, a mio parere, non si dovrebbe affrontare senza una preventiva discussione che chiarisca i limiti entro i quali esso sarà probabilmente possibile.

[19] Con tutto il rispetto dovuto all'Autore, va notato che poco sopra egli stesso ha detto che l'uguaglianza esterna delle espressioni è condizione necessaria ma non sufficiente per identificare i pensieri espressi. Inoltre sarà utile osservare che quello che si dice qui sulla necessità della materiale equivalenza fra singoli segni e singoli significati, è esagerato e, al limite, dice un'impossibilità. Cf. sopra, n. [18].

Suppongo che tutti concedano che la seguente illazione: « Se α, allora β; ma α, perciò β » si possa pronunciare, senza scriverla; o si possa scrivere a mano, senza che si debba necessariamente cadere in ambiguità di rilievo. Ora il primo α pronunciato o scritto a mano, avrà difficilmente la stessa forma esterna o la stessa intonazione del secondo α. È poi chiaro che se solo l'esatta ripetizione della medesima forma esterna potesse garantirci che stiamo comunicando lo stesso pensiero, non potrebbe esistere una lessicografia. Ovviamente il nostro Autore ammette che il *modus ponens* si possa pronunciare da una o da diverse persone, senza cadere in equivocazioni; e cioè non intende che quello che è necessario per assicurarci che stiamo parlando dello stesso pensiero sia « esattamente la stessa forma esterna ». Non si può perciò dire che il *suo* linguaggio in questo contesto sia propriamente esatto.

Quanto alle inesattezze che l'Autore nota in Aristotele, sarebbe più corretto chiamarle mancanze di formalismo matematico. Il criterio di Aristotele infatti è che si possono sempre sostituire fra loro espressioni che si equivalgono (ἃ τὸ αὐτὸ δύναται) quanto al significato (σημαινόμενον: Aα 39). Né Łukasiewicz sembra aver avuto sostanziali dubbi sul preciso significato « delle diverse frasi che Aristotele usa per i medesimi pensieri ».

[20] Veramente secondo Aristotele questa è una sostituzione del tutto corretta: v. Aα 39 e cf. n. [19]. Si potrà forse dire che, se Aristotele fosse formalista, non farebbe delle sostituzioni di questo genere. Ma, come dice bene l'Autore, la logica di Aristotele non è formalistica, ma solo formale, cioè formalmente esatta, senza formalismo matematico (cf. Bocheński, *Hist. of Formal Logic*, 16. 33, pag. 98).

[21] Alla fine di questo paragrafo il lettore probabilmente si domanda ancora se, per il nostro Autore, il sillogismo è questione di parole sì o no: il testo di Alessandro, citato qui sopra, non dice esattamente « il sillogismo non *dipende dalle* parole, ma dai significati », ma « il sillogismo non *ha il suo essere* nelle parole, ma nei significati ». Sembra chiaro che per Aristotele non è questione di parole, perché queste possono cambiare senza che cambi il sillogismo. Łukasiewicz dice che questo è un *preconcetto* di Aristotele; non dice però perché questo si debba classificare come un preconcetto. O meglio, si può forse arguire che il cambiare le parole con cui si vuole esprimere lo stesso pensiero è, secondo Łukasiewicz, la ragione delle inesattezze di cui abbiamo discusso nelle due note precedenti.

Il formalismo consiste, secondo quanto possiamo concludere da quest'ultima pagina dell'Autore, nel fare sostanziale differenza fra due espressioni diverse, pur ammettendo che esse significano la medesima cosa: cioè il formalismo è il trattare delle espressioni in se stesse, non del loro significato. Se questo è un accorgimento tecnico, inteso cioè a facilitare l'uniformità e il controllo meccanico delle operazioni che si possono eseguire su date formule, esso è comprensibile. La differenza di tecnica però non sembra far differenza sostanziale fra scienza e scienza; non è infatti chiaro che una determinata dottrina sia necessariamente legata a una sola determinata tecnica espressiva.

Più grave è un'altra difficoltà che mi sembra spontanea in ogni lettore che voglia comprendere di che cosa si sta trattando. Se si dice che, pur concesso che le espressioni « Se α, allora β » e « α implica β » abbiano lo stesso significato, esse sono tuttavia due cose ben diverse, è facile dire che la diversità sta nel segno, e il segno si assume per se stesso, non in quanto significa qualcosa d'altro da sé; ma questa risposta non serve molto a chiarire di che cosa si vuol parlare. Non è chiaro infatti che cosa sia un segno se si prescinde dal suo significare: resterà il suono della voce, o l'inchiostro sulla pagina stampata. Ma nessun logico ammetterà che la logica è una scienza della voce o dell'inchiostro, più che non sia una scienza circa « uomo » o « pianta » (cf. n. [3]). Di fatto cioè Łukasiewicz non ci ha ancora detto

che cosa la logica formalistica prende formalmente in considerazione. E quest'ambiguità del punto di partenza non contribuisce certo alla sua chiarezza e semplicità. Cf. sotto, n. [3] al cap. II. Per un confronto fra Aristotele e gli Stoici si veda l'accurato esame di M. MIGNUCCI, *Il significato della logica stoica*, Bologna 1965.

CAPITOLO II

[1] Aristotele formula di fatto sillogismi come illazioni, premettendo al conseguente la congiunzione ἄρα, non solo nel resto dell'*Analitica*, come ha notato G. PATZIG (*Die arist. Syllogistik*, p. 14), ma anche nei capitoli 1-7 del primo libro, se vogliamo tener presente che ἄρα non è il solo termine che significhi «perciò»: οὖν, οὐκοῦν, ὥστε, τοίνυν sono di fatto equivalenti a ἄρα, e significano « perciò », « dunque » « e così » o simili. Oltre ai passi citati da PATZIG, si può leggere Aα 4, 26ª23-25: ὑπαρχέτω τὸ μὲν Α παντὶ τῷ Β, τὸ δὲ Β τινὶ τῷ Γ. οὐκοῦν... ἀνάγκη τὸ Α τινὶ τῷ Γ ὑπαρχειν. Questo è l'enunciato di *Darii* nell'esposizione sistematica del primo schema. Analogamente *ib.* 5, 27ª8, ὥστε conclude la prova di *Cesare*. οὖν si trova *ib.* 15, 34ª34-36; τοίνυν in Aγ 6, 75ª6-7.

In tutti questi passi però il sillogismo, sebbene formulato in variabili, è di fatto una dimostrazione (cf. nota [2] al cap. I), e perciò resta vero che la formulazione più adeguata del sillogismo come tale è quella dell'implicazione. Se però si concede (come fa l'Autore, par. 7) che la logica di Aristotele non è formalistica e che egli non fa differenza fra due formulazioni, purché abbiano lo stesso significato, e se si concede che ciò che è più comunemente espresso in forma di implicazione, cioè con una proposizione ipotetica, si può esprimere con proposizioni categoriche universali, allora non si vede che ci sia gran ragione di sottolineare come fondamentale *questa* opposizione fra il sillogismo di Aristotele e quello di ALESSANDRO e di gran parte della tradizione. Come infatti osserva BOCHEŃSKI (*Hist. of Formal Logic*, 16. 33), manca in Aristotele una chiara comprensione della distinzione fra leggi o tesi teoriche e regole di illazione. Ma, a mio parere questa mancanza di distinzione è giustificata per la ragione che la sillogistica di Aristotele è concepita strettamente come scienza, è cioè una πραγματεῖα tale che consiste in un'attività teorica, e perciò tutti i suoi enunciati vanno intesi come teorici, cioè come proposizioni vere, non come direttive pratiche. Se perciò si dice:

« α implica β;
ma α
perciò β »,

ciò non ha alcun senso per la scienza se non s'intende che abbia questo valore: « Tutte le volte che è vero che α implica β, ed è vero che α, allora è vero pure che β ». Ora questa è una *tesi*, conforme alla definizione che l'Autore da all'inizio di questo paragrafo. È effettivamente più facile notare la mancanza di distinzione fra leggi e regole in Aristotele, che non giustificare tale distinzione senza uscire dal concetto aristotelico di scienza: cf. sotto, n. [3].

[2] In verità, per quanto sembra a me, Aristotele non dice mai che il sillogismo sia né vero né falso: se l'antecedente è causa del conseguente, allora il sillogismo c'è, ἔσται, γίνεται; se un insieme di termini non è antecedente di alcun determinato conseguente, allora il sillogismo non c'è. Aristotele parla di sillogismo τοῦ ψεύδους; Aα 29, 45ᵇ6, cioè di sillogismo che ha premesse false o conseguente falso; ma il sillogismo stesso non può essere falso: sarebbe come dire che un determinato antecedente *falsamente causa* il suo conseguente. Impropriamente si potrà anche dire « falso il sillogismo in due sensi: o nel senso che sillogizza il falso; oppure quando non è sillogismo, ma sembra essere sillogismo »: *Soph. El.* 18, 176ᵇ31s. Cioè si dirà che questo è un falso sillogismo come si dice che questo è oro falso. S'intende dire che è una cosa che induce in errore: ἀπατητικός: Aγ 16, 80ᵇ15, perché fa credere che sia sillogismo e non lo è. Per Aristotele la verità si applica propriamente alla conoscenza o alla enunciazione (*Met.* Γ 7, 1011ᵇ25-28); il sillogismo è un oggettivo rapporto di implicazione, dove l'antecedente è causa del conseguente (2.14). Che ŁUKASIEWICZ non abbia colto questa differenza, costituisce in verità una grave pregiudiziale per il valore storico del suo lavoro.

[3] Probabilmente MAIER (citato dall'Autore, sopra, par. 5, *sub fine*) intendeva dire appunto questo, che quando pensiamo che l'antecedente è vero, è inevitabile pensare pure che il conseguente è vero e questo è segno che si da sillogismo, conforme a quello che dice pure Aristotele (v. nota [13] al cap. I). In favore di MAYER poi si legga *Soph. El.* 1, 165ª1: ὁ μὲν γὰρ συλλογισμὸς ἐκ τινῶν ἐστι τεθέντων ὥστε λέγειν ἕτερον ἐξ ἀνάγκης τι τῶν κειμένων διὰ τῶν κειμένων.

ŁUKASIEWICZ ci fornisce in questo paragrafo la distinzione fra *tesi*, o legge, di un sistema, e *regola di illazione*. Tesi è una proposizione vera di un sistema deduttivo; regola invece significa come si deve procedere correttamente. Perciò una tesi è presentata come descrizione di un oggettivo stato di cose; mentre una regola è formulata come una direttiva che intende disciplinare la ricerca, secondo l'ideale di FREGE (in BOCHEŃSKI, *Hist. of Formal Logic*, 38.24). Fin qui la distinzione è ovvia, anche se ciò non diminuisce il merito che si deve riconoscere a FREGE per averne preso chiara coscienza. Cfr. H. SCHOLZ, *Storia della logica*, Milano 1962, p. 28.

Tuttavia, in vista della severità del giudizio che ŁUKASIEWICZ emette qui sotto su coloro che non avvertono o non danno risalto alla distinzione in questione, è giusto notare anzitutto che quella distinzione non sembra così sistematicamente chiara in Aristotele stesso; e perciò non si vede come essa sia imprescindibile per una sana esposizione della logica aristotelica.

In secondo luogo l'Autore stesso non sembra dar ragione alle difficoltà teoriche, che, si deve pure ammettere, sono inerenti alla distinzione. Effettivamente, in base alla definizione che ŁUKASIEWICZ ha dato all'inizio di questo paragrafo, la regola di illazione, come egli la definisce qui, sarebbe appunto una tesi. La regola infatti vuol dire: tutte le volte che tu verifichi l'antecedente, ti tocca pure accettare il conseguente come vero: *you must accept as true the conclusion.* Ora quest'ultima espressione, se non è un imperativo categorico, è una proposizione, e, se è vera e appartiene al sistema deduttivo, come le quattro regole di cui al par. 25, allora essa è una tesi: descrive infatti questo oggettivo stato di cose: « ti è giocoforza accettare la conclusione ». Se non che, questa tesi sembra appartenere alla psicologia, non alla logica; in modo che la distinzione, oltre a non essere affatto chiara, sembra riportare in seno alla logica matematica quello psicologismo logico, che è giustamente fatto oggetto della più severa critica da parte della logica matematica stessa.

[4] Il valore teorico di una regola è ovviamente la tesi che la giustifica. Porre la regola « α perciò β » ha senso perché essa è solo un'altra forma di « Se α, allora β », perché la logica è una scienza, non una precettistica *pour bien conduire sa raison.* Apparterrà tutt'al più all'etica o alla retorica lo stabilire che l'intelletto si deve usare secondo le leggi della logica, o meglio, il consigliare lo studio della logica se vogliamo raggiungere un efficace ***habitus*** dialettico. La « Se α, allora β » tuttavia, non è la sola forma di una tesi logica; essa si può correttamente sostituire, per Aristotele, con qualunque espressione equivalente, quale « ogni α implica β ». È vero che da « α, β, perciò γ » non si *deduce* la forma più normale del sillogismo: « Se α e β, allora γ », se per dedurre s'intende derivare da un antecedente un conseguente *diverso* dall'antecedente. La ragione è che in questo caso il conseguente non sarebbe diverso dall'antecedente. O, più esattamente, ci sarebbe solo diversità di espressione; ma questa è appunto una differenza fra la logica matematica e la sillogistica di Aristotele: questa non mira a permettere operazioni matematiche su segni, ma alla intelligenza dei significati. E questo è pure, probabilmente, il punto debole della logica di Aristotele considerata dal punto di vista della logica matematica. Il nostro Autore non sembra incline a rilevare questa comunque intesa deficenza della logica aristotelica. E tuttavia, a mio parere, l'immagine della logica aristotelica risulta estremanente diminuita, se non mutilata, nell'interpretazione di ŁUKASIEWICZ, appunto perché l'Autore ricerca in Aristotele solo quanto si presta direttamente alla trattazione tecnica propria della forma matematica della logica. E questo non è gran parte della logica di Aristotele. Si potrà forse dire che la deficenza in questione consiste nel fatto che buona parte della logica aristotelica è stabilita « intuitivamente », per usare la terminologia di ŁUKASIEWICZ, e perciò non è sufficientemente staccata dalla metafisica. Ma, comunque si voglia apprezzare questo fatto, non si può sottacere che « intuitivo » non va qui inteso nel senso di « acritico »; va anzi detto espressamente che « ciò che si dimostra » è, per Aristotele, meno conosciuto che ciò che si conosce « intuitivamente », cioè per ἐπαγωγή. Aristotele non

cerca la dimostrazione se non per ridurre alla certezza dei principi ciò che è in sé mediato. Cf. 2.14.

[5] Probabilmente, anche dal solo passo citato qui sotto dall'Autore, si potrebbe vedere nella distinzione degli schemi un argomento che, per Aristotele, prova che il sillogismo è *la* forma della dimostrazione, ad esclusione di ogni altra. Questo fatto, che Aristotele sta facendo la teoria della dimostrazione e che egli propone la sillogistica come appunto la scienza della scienza dimostrativa come tale, è troppo poco nell'attenzione di ŁUKASIEWICZ.

[6] Sulla quarta figura vedi 2.7.; 20.8. *nota*, e appendice III. Si tenga presente che non è provato il punto di vista di ŁUKASIEWICZ, che cioè Aristotele chiama « sillogismi invertiti » ἀντεστραμμένοι συλλογισμοί i sillogismi della cosiddetta IV figura *perché* egli li prova con la inversione del conseguente. A me sembra più coerente con il testo l'interpretazione che ho dato nei luoghi qui sopra citati (cf. anche 2.48), che cioè si tratta di sillogismi in cui si prova il termine dato come minore, del termine dato come maggiore, cioè di fatto si prova prendendo la protasi maggiore per minore, e viceversa. Si consideri il passo Aα 7, 29^{a}19-27, analizzato in 20.8: non si può far dire ad Aristotele che « anche quando non risulti sillogismo... ci sarà sillogismo » (cf. testo in n. 9) perché lo si prova invertendo il conseguente. Il senso del testo è che « se *C* è a *B* e *B* è a *A* » non ci sarà sillogismo del *C* all'*A*; ma si potranno comunque assumere le protasi inversamente e avere un sillogismo inverso, cioè un sillogismo del termine dato come minore rispetto al termine dato come maggiore (cf. sotto, nota [10].)

[7] La terminologia di Aristotele è costante su questo punto: il predicato del problema è il termine maggiore e il soggetto del problema è il termine minore: di questo si deve provare se quello è o non è. Per conseguenza il maggiore dovrà in definitiva essere il predicato del medio e il minore il soggetto del medio nel sillogismo dimostrativo. Se i termini dati non ci permettono di ridurre il predicato del problema a predicato del medio, non ci sarà sillogismo. Cf. 2.72.

[8] Vedi le due note precedenti. Ovviamente è altrettanto vero che *Bramantip* implica il suo conseguente, come è vero che *Barbara* implica il suo. Ma *Bramantip* non è valido allo stesso modo di *Barbara*: questo infatti è la ragione per cui quello è valido; non viceversa. Ora ciò equivale a dire che *Bramantip* per sé non è dimostrativo, cioè che l'antecedente *AA* in primo schema non è dimostrativo di *I*.

[9] Se « *R* appartiene ad ogni *S*
e *S* appartiene a qualche *P* »,

allora, per Aristotele, il conseguente è:

« *R* appartiene a qualche *P* ».

Di qui poi si potrà dimostrare, come si è fatto in 1.51, che « *P* appartiene a qualche *R* ». Ma questo non è il conseguente di « *R* ad ogni *S* e *S* a qualche *P* »; ma appunto del sillogismo di cui in 1.51. Analoga osservazione si deve fare per quanto è detto sopra a proposito di *Bramantip*. È strano che ŁUKASIEWICZ dica che (1) « *A* a qualche *E* » è dedotta da *Barbara* e, nella riga precedente, che (1) è provata per conversione di (2) « *E* ad ogni *A* », la quale accade essere il conseguente di *Barbara*. La conversione è parte del modo *Barbara*? Altrove (par. 17) l'Autore insisterà sulla insufficienza della prova aristotelica delle leggi della conversione.

[10] Cioè dice, più esattamente, che dalle protasi date si potrà formare un sillogismo, assumendo, nell'antecedente, come maggiore il termine che è dato come minore, e viceversa. Invertire le premesse non è lo stesso che invertire i termini entro una premessa: cf. 2.532. Nel caso presente invertire le premesse è il solo modo di ottenere un antecedente che provi alcunché: se infatti *A* è a tutto il *B*, ma *C* non è sotto il *B*, allora nulla segue quanto al predicare l'*A* del *C*: il *C* e il *B* possono essere due specie sotto lo stesso genere *A*, oppure il *C* può appartenere a un genere diverso da *A* e da *B*. Se invece si domandi se il *C* sia

predicabile di *A*, allora si risponde che è necessario che il *C* non sia predicato di quegli *A* che sono *B*: cioè si viene a una conclusione prendendo l'*A* come soggetto del *B*, cioè come termine minore dell'antecedente dimostrativo.

Sillogismo si ha quando qualcosa segue di necessità per ragione dell'antecedente: τῷ ταῦτα εἶναι: 24^{b}20. E in questo caso il conseguente si ha perché l'*A* è soggetto del *B*, non perché è dato come predicato del *B*; e perché il *C* è negato del *B*, non perché è dato come soggetto del *B*.

[11] Non è chiaro che cosa significhi per l'Autore « il più grande in estensione » *the largest in extent*. Siccome è chiaro che il sillogismo come tale non assume nessuno di quelli che ŁUKASIEWICZ chiama « termini concreti », allora, quando si parla di estensione dei termini, dovrebbe essere chiaro che questa non riguarda i termini concreti, ma quelli che il sillogismo formalmente assume come termini, cioè gli estremi della protasi come tali. Di questi dice Aristotele che il soggetto è « inferiore » e non più esteso del predicato: ἧττον καὶ μὴ καθόλου τοῦ πρώτου: Aα 30, 46^{b}1 (il testo si riferisce direttamente al medio, che, dovendo essere soggetto del maggiore, è detto « inferiore ecc. »). ALESSANDRO (335.35-336.3) commenta che ovviamente s'intende che il medio è « inferiore » formalmente in quanto è soggetto; ché, a prescindere da come lo si assume nel sillogismo, può avere maggiore o minore estensione che il maggiore. Ma il predicato come tale περιέχει il soggetto, mentre questo, come dice il suo nome, è *sotto* il predicato. Cf. 2.43. *nota b*. Si noti poi che, se « Ogni *B* è *A* », per Aristotele, *A* contiene, περιέχει, ogni *B*; ma non segue che il *B* contenga ogni *A*: cioè *formalmente* il predicato è più esteso che il soggetto. La discussione che segue nel testo, perciò, sembra una semplice *ignoratio elenchi*.

[12] Veramente il termine minore non è « animali », ma « alcuni animali »: questo infatti è il soggetto del medio, e come tale è assunto come « sotto il medio » che è « corvi »; e questo è « sotto il maggiore », che è « uccelli » (cf. 1.42.). Il valore del sillogismo è ovviamente indipendente dalla diversa estensione di « corvo », « uccello », « animale »; non però dal rapporto in cui i termini, questi o altri, si assumono nel sillogismo. Non è possibile determinare alcun rapporto estensionale fra variabili, se queste sono considerate materialmente, cioè se s'intende fare un confronto fra *A* e *C*, come simboli, oppure fra le cose materiali che i simboli possono significare: nel primo caso non viene in questione nessuna estensione; nel secondo caso i termini non ci sono dati dal sillogismo (se è formulato in variabili) e perciò un confronto non ci è possibile. Ma questi due modi di considerare i termini (espressi in variabili o no) sono materiali rispetto al sillogismo: perché esso non considera né simboli come tali, né « corvi » o « uccelli » ecc., ma può applicarsi a questi e a quelli. Ciò che il sillogismo assume formalmente è ciò in forza di cui il conseguente è determinato, cioè il rapporto predicabile fra i due estremi di una protasi, quali che essi siano. Perciò anche i rapporti estensionali sono considerati formalmente, in quanto interessano il sillogismo, cioè in quanto sono rapporti del soggetto come tale e del predicato come tale: cf. 2.43. *nota b*.

[13] Θέσει può certamente significare « per convenzione ». Qui però, se il termine deriva in FILOPONO e, in ŁUKASIEWICZ, dal testo di Aristotele Aα 5, 26^{b}39, allora è più normale tradurre semplicemente « posizione »: v. 2.62. Che il termine maggiore non è tale *per natura* si può intendere nel senso che, dati tre termini e due protasi, si può domandare indifferentemente se il primo sia all'ultimo o viceversa; ma non nel senso che in un antecedente dimostrativo, come « *A* è a *B* e *B* è a *C* » non ci sia nessuna formale differenza fra l'*A* e il *C* in ordine alla dimostrazione: dall'antecedente dato infatti direttamente segue solo una dimostrazione del predicato *A* circa il soggetto *C*; non viceversa. Non vedere la differenza formale fra maggiore e minore entro a una struttura dimostrativa è lo stesso, a mio parere, che non capire la natura della dimostrazione, e perciò anche del sillogismo aristotelico.

[14] Si noti che per ALESSANDRO (testo in n. 21) un termine è più esteso perché è ἐπὶ πλέον, non ἐπὶ πλεῖονα: l'estensione cioè riguarda la potenziale *diversità di natura* degli « inferiori » di un termine, non il numero dei membri esistenti nella classe definita dal termine. Quest'ultima sembra la posizione di ŁUKASIEWICZ; ed è un'ovvia interpretazione nominalistica dell'universale aristotelico.

È inoltre vero che per Aristotele tante solo le cose di cui possiamo avere scienza quante le cose di cui facciamo un problema: Aδ 1, 89^{b}23s. La scienza è determinatamente concepita

come il termine di una σκέψις: Aα 1, 24a10, o ricerca ζήτησις: Aδ 2, 90b24 e *passim*. Nel caso della sillogistica quello che si cerca è se e quando e come e quali determinati insiemi di dati dimostrino determinati conseguenti: Aα 4, 25b26. Ci può certo capitare di scoprire delle conclusioni che non ci aspettavamo di scoprire; ma, se non rispondessero a nessun interrogativo, presupposto oppure creato dal fatto della scoperta, non registreremmo la scoperta. Il semplice quasi meccanico operare su dati e il registrare i vari prodotti delle nostre operazioni, non sembrano da soli elementi sufficienti a definire la scienza. Sembra perciò ragionevole, ed è in ogni caso sensato, considerare una conclusione qualsiasi come risposta a un quesito. Non sembra perciò che faccia molta differenza dire che il termine maggiore è il predicato del problema posto, o della conclusione ricercata. Vedi però 2.72.

Il fatto che ŁUKASIEWICZ trova nondimeno una differenza degna di nota fra le due definizioni citate, quali esse sono rappresentate da ALESSANDRO e da FILOPONO, ci fa pensare che, forse, egli ha un concetto di logica, o di scienza in genere, diverso da quello di Aristotele. Cioè, mentre per Aristotele la sola attuale intelligenza del vero è scienza e la σκέψις è valida solo come metodo per uscire dalle aporie in cui l'esperienza ci pone, per ŁUKASIEWICZ forse il semplice operare secondo regole stabilite circa qualsiasi determinato assunto, ha in se stesso valore di scienza, purché sia produttivo di proposizioni non contraddittorie. In questo, l'Autore è certamente più moderno di Aristotele.

[15] Cf. 20.8. *nota*; sopra nota [6], [9], [10].

[16] Per verità Aristotele dice espressamente che gli schemi sono caratterizzati dal diverso modo in cui il termine medio può connettere gli estremi in un rapporto predicabile: ληπτέον τι μέσον ἀμφοῖν ὃ συνάψει τὰς κατηγορίας... τοῦτο δ' ἐνδέχεται τριχῶς... ταῦτα δ' ἔστι τὰ εἰρημένα σχήματα: Aα 23, 41a11, 14, 16. La caratterizzazione del secondo schema che ŁUKASIEWICZ cita qui, sembra perciò del tutto corretta e coerente.

[17] A me sembra che MAIER sta citando e facendo rilevare la corrispondenza delle diverse forme in cui la predicazione è espressa da Aristotele, prescindendo per brevità dalla quantità. Comunque ciò che ŁUKASIEWICZ traduce: « *B* è incluso in *A* » in greco è: « L'un termine essere *in tutto* nell'altro », per la quale espressione cf. 20.2. *nota*. ŁUKASIEWICZ omette nella traduzione il segno della quantità ἐν ὅλῳ, sottintendendo forse che « essere incluso in » significa abbastanza l'universalità della protasi in questione. Ma sembra che anche a MAIER sia permesso di significare i rapporti predicabili in forma indefinita. Si veda poi e si confronti con questa pagina di ŁUKASIEWICZ la sua nota 46 al cap. I, e contesto.

[18] L'esprimere il rapporto del soggetto al predicato come subordinazione è terminologia Aristotelica: *Cat.* 3, 1b21s: τὰ γὰρ ἐπάνω τῶν ὑπ' αὐτῶν γενῶν κατηγορεῖται, e il soggetto è detto *passim* ὑπὸ τὸν κατηγορούμενον, e il predicato è ἐπί rispetto al termine di cui è detto: cf. Aα 28 e *passim*. Inoltre la terminologia è del tutto comune e, notoriamente, riflette la immagine della *arbor porphyriana*. Ovviamente, nella negazione il soggetto è detto appunto *non essere* sotto il predicato. Si continua però a chiamare *soggetto*, ὑποκείμενον, anche nella protasi negativa.

[19] Un punto di vista diverso da quello di ŁUKASIEWICZ sulla quarta figura è esposto in 2.7. e su questa particolare opinione di MAIER in 2.71. Quello che MAIER dice nel passo citato qui sotto dall'Autore, ovviamente va inteso nel senso che « più generale » si dice formalmente il predicato; perciò il termine maggiore sarà sempre più generale del minore nel sillogismo dimostrativo. Se però sia dato il problema di stabilire il predicato *A* del soggetto *C*, e siano dati i termini « *C* è predicato di *B* e *B* è predicato di *A* », allora il termine medio è dato come più generale del maggiore del problema e meno generale del minore del problema. Di qui si ricaveranno solo due possibilità di sillogismo diretto, cioè esattamente *Fapesmo* e *Frisesomoron*. E questi sono i soli due sillogismi della quarta figura, che Aristotele stabilisce esplicitamente: cf. BOCHEŃSKI, *Hist. of Formal Logic*, 13.21.

[20] Quest'ultima ipotesi di ŁUKASIEWICZ, è ovvio, non prova storicamente più che i due frammenti citati nelle *note* 53 e 54 e la testimonianza di Averroè, del quale non conosciamo le fonti. Cf. nota bibliografica, p. 277.

CAPITOLO III

[1] Cioè: possiamo cercare di trascrivere il concetto di Aristotele in una terminologia che per noi è più tecnica, cioè che è più vicina alla terminologia tecnica, familiare ai lettori moderni.

[2] Cioè si può sempre scrivere in forma di implicazione: cf. 2.2.

[3] « Fare evidente la necessità » φανῆναι τὸ ἀναγκαῖον è una descrizione psicologica del sillogismo. Termini più oggettivi sono quelli che Aristotele usa alla fine della descrizione dei singoli schemi: i sillogismi perfetti sono tali perché sono completi, cioè finiti, in se stessi: ἐπιτελοῦνται (26b30; 28a5), τελειοῦνται (29a16, 30); cioè essi sono causa del conseguente per se stessi, senza bisogno di provare (come nel II e III schema) che i dati sono potenzialmente dimostrativi. Quello che differenzia il sillogismo perfetto dagli imperfetti è che questi hanno bisogno di essere dimostrati, cioè non sono in se stessi dimostrativi, ma dimostrano in forza del primo schema: questo invece dimostra per sé. Sillogismo perfetto cioè è propriamente lo stesso che sillogismo ἀναπόδεικτος, indimostrabile; e questo è lo stesso che ἄμεσος, senza medio. Ora questa è una determinazione di carattere strettamente oggettivo: significa che il sillogismo perfetto è esso stesso causa del suo essere dimostrativo: questo è il senso esatto di « immediato » e indimostrabile: aver medio è proprio di quelle cose nelle quali la causa del loro essere tali, αἴτιον τῆς οὐσίας, è altro da esse: Aδ 9, 93b25-28. Così p. es. l'isoscele è necessario che abbia angoli uguali a due retti; ma la causa di ciò è altro, cioè è l'essere triangolo, non l'essere isoscele. Perciò è dimostrabile che l'isoscele ha angoli uguali a due retti, perché questa proposizione è mediata: il medio è « triangolo ». L'esempio è di Aristotele: Aγ 4, 73b38ss. Così il sillogismo perfetto è quello che è per sé e immediatamente dimostrativo: non c'è alcun'altra ragione del suo essere dimostrativo se non il sillogismo stesso così come è assunto da principio.

[4] Quello che dice qui l'Autore è corretto, ἀλλ'οὐ πρῶτον, direbbe Aristotele (Aγ 4, 73b40): cioè « *A* è a *B* » sarà dimostrabile se la causa dell'essere l'*A* al *B* è altra, p. es. *C*; allora il *C* potrà essere il medio sillogistico e dar origine alla dimostrazione. Se la causa dell'essere l'*A* al *B* non è altra, allora la protasi è immediata e non c'è medio che possa formare sillogismo di *A* a *B*: cf. Aδ 8, 93a1-8. La ' via ai princìpi ', ἡ ἐπὶ τὰς ἀρχὰς ὁδός, è descritta in Aδ 19.

[5] Che ogni dimostrazione, intesa come s'è detto sopra, sia sempre di natura sua sillogistica non è solo un presupposto, ma è una tesi esplicita di Aristotele (Aα 23). Ma quello che Aristotele intende per sillogismo, non è probabilmente lo stesso che il « sillogismo categorico » di cui parla qui l'Autore: cf. 1.3, 2.32.

[6] Cf. 2.6.

[7] Sul valore della sillogistica di Aristotele come sistema assiomatico, anzi come più sistemi assiomatici, cf. BOCHEŃSKI, *Hist. of Formal Logic*, par. 14.

[8] Ovviamente il « porre un assioma », se questa è la traduzione dell'aristotelico λαμβάνειν τὰς ἀρχάς (cf. Aγ 10), non si deve intendere come un espediente pratico che si usa per costruire il sistema, ma come affermazione di una verità mediata (cioè dimostrata) o immediata. Se poi la proposizione in questione è dimostrabile (δεικτή: 76b27), e si assume senza dimostrarla, allora essa non sarà un assioma (ἀξίωμα) né un principio (ἀρχή), ma un'ipotesi oppure un postulato (αἴτημα).

Non tutto quello che si può porre, a parole, in forma sillogistica rappresenta anche effettivamente un sillogismo: questo infatti deve essere costituito di tre termini e due protasi che formino un antecedente dal quale qualcosa d'altro risulti di necessità. « Hoc vero, commenta ABELARDO, quod ipsa conclusio diversa a praemissis propositionibus esse debet, ridiculosos syllogismos excludit, ut sunt isti:...

> " *omnis homo est homo*
> *sed omnis homo est homo*
> *ergo omnis homo est homo* ".

Hi quidem nec syllogismi proprie debent dici nec argumentatio, quod eam quae iam concessa fuerat propositio, tamquam dubiam concludunt » (*Dialectica*, ed. De Rijk, Assen 1956, p. 232, 25-233, 5).

Per la stessa ragione Aristotele dice anche che il principio di contraddizione come tale non è mai assunto in alcuna dimostrazione, salvo solo nella dimostrazione εἰς ἀδύνατον: Aγ 11, 77^{a}10, 22 (il testo è citato da Bocheński, *Hist. of Formal Logic*, 12.28, ma l'osservazione finale di Aristotele è omessa), perché la dimostrazione per assurdo consiste appunto nel mostrare la contraddizione nella proposizione che si deve dimostrare falsa.

Quanto alla ectesi in particolare v. 2.633; sulle leggi della conversione v. 1.5.

Le leggi dell'identità, cioè ciò che si suole chiamare il principio di identità, se lo si intende solo come espresso dall'Autore: « Tutte le cose che sono *A* sono *A* » e « alcune cose che sono *A* sono *A* », poiché non ha bisogno di essere dimostrato ed è d'altra parte certamente vero, non sembra presentarci affatto il problema se lo vogliamo avere nel nostro sistema, o se lo vogliamo accettare come assioma, senza dimostrarlo. Sembra abbastanza chiaro che nessun sistema può essere formulato ed aver senso senza che questo principio sia accettato: se infatti facciamo l'ipotesi che qualche cosa che è detto e dimostrato dall'autore di un sistema, non sia detto e dimostrato dall'autore del detto sistema, cioè se facciamo in concreto l'ipotesi che qualche *A* non sia *A*, non si vede come alcunché possa far senso. Né d'altra parte è necessario, né sembra in verità possibile, stabilire espressamente *tutti* i presupposti che sono in se stessi necessari ad ogni formulazione di un sistema. Così p. es. non è necessario che io premetta a questo libro che intendo dire quello che scrivo; o che sto scrivendo italiano e non un personale linguaggio cifrato. Tuttavia è chiaro che questi due presupposti sono meno evidenti che il principio di identità.

Sul principio d'identità in particolare poi, come sul principio di contraddizione, va osservato che non è vero che esso si possa mai porre o assumere come assioma, se non in quanto esso è *già presupposto*. La tesi « Ogni *A* è *A* » è ovviamente una tesi circa i soggetti-*A*; ma, se non si è già presupposto che tutti i soggetti-*A* sono *A*, allora i soggetti-*A* potranno non essere *A* e la tesi « Ogni *A* è *A* » non sarà valida per essi. La tesi « Ogni *A* è *A* » non si può mai introdurre in un sistema, ma si deve solo presupporre. E ciò vuol dire ancora che la scienza non può mai formulare esaustivamente i propri principi. Perciò ho detto che non è necessario, né sembra possibile, stabilire espressamente *tutti* i presupposti necessari alla formulazione di un sistema. Questa osservazione non è naturalmente intesa a diminuire l'ideale di Frege di stabilire, al possibile, espressamente tutte le proposizioni che si useranno come assiomi nel sistema e tutti i metodi di illazione (cf. Bocheński, *Hist. of Formal Logic*, 38.24). Con questa osservazione intendo solo lasciare aperta la discussione sul valore di una *scelta* di assiomi fra i quali ci sia il principio di identità *Aaa*, oppure *Cpp*.

Se poi con le leggi dell'identità s'intendesse accennare al problema del valore della tautologia, nel senso del « giudizio sintetico » di Kant e della sua interpretazione in Hegel (cf. S. Vanni-Rovighi, *Identità, principio di*, in *Enciclopedia Filosofica*), allora sembra che usciremmo dal campo della logica formale. Se invece si intende che quando si parla di un termine *A*, quello che si dice del termine è che esso e quanto esso implica va inteso come predicato di tutti i soggetti-*A*, allora forse l'osservazione ha interesse per la logica, perché può servire a confrontare una concezione intensionale con il valore estensionale della proposizione. Ma allora non si può dire che il principio non sia formulato in Aristotele. Cf. 1.43.

Queste osservazioni sono probabilmente superflue per chi è familiare con la logica matematica e con il pensiero matematico in generale.

Ma Łukasiewicz cerca di farsi comprendere anche da studiosi non esercitati in queste discipline, come dice nella prefazione. E per questi le osservazioni proposte qui sopra potranno essere utili.

[9] Così fa anche Aristotele, il quale all'inizio dell'*Analitica* definisce appunto che cosa significa « essere predicato di ogni » o « essere negato di ogni »: Aα 1.

[10] Alessandro veramente nel testo citato stabilisce l'equipollenza fra due *O*, cioè una negazione del verbo: τινὶ μὴ ὑπάρχειν e una negazione del segno della quantità: [ὑπάρχειν] μὴ παντί. Ciò equivale al latino (1) « *alicui non inesse* », e (2) « *inesse non-omni* ».

Un esempio in italiano: (1) « Alcuni non sono presenti » e (2) « Non tutti sono presenti ». La traduzione di Łukasiewicz potrà essere chiara in questo contesto; in se stessa però è inesatta: difatti (1') « *to not-belong to some* » traduce il greco τινὶ μὴ ὑπάρχειν; ma la (2') « *to not-belong to all* » non traduce μὴ παντὶ [ὑπάρχειν]. La (2') significa esattamente (3) « *omni non-inesse* », la quale è equipollente con (4) « *Nulli inesse* », cioè è una *E*, non una *O*.

[11] Si tenga però presente che *Datisi* non è un assioma per Aristotele: Aγ 10, 76^{a}31s λέγω δὲ ἀρχὰς ἐν ἑκάστῳ γένει ταύτας ἃς ὅτι ἔστι μὴ ἐνδέχεται δεῖξαι. Ora *Datisi* si può dimostrare. È vero che, se si suppone *Datisi* e *Barbara* invece che solamente il primo schema, si può dedurre tutta la sillogistica. E Aristotele mostra che questa non è l'unica scelta possibile (cf. Bocheński, *Hist. of Formal Logic*, 14.06, 09). Ma la sillogistica è per Aristotele la scienza della dimostrazione, intende cioè mostrare come e perché determinati antededenti sono dimostrativi di determinati conseguenti. Ora, anche se, supposto *Datisi* si può dedurne *Darii*, resta vero che *Datisi* prova per ragione del primo schema, in particolare di *Darii*, e non viceversa. La scelta degli assiomi non è arbitraria, né propriamente è in primo luogo questione di evidenza πρὸς ἡμᾶς; ma gli assiomi devono essere quelli che sono πρῶτα καὶ ἄμεσα in se stessi. È vero che da sillogismi che sono dimostrativi per ragione del primo schema, si può sillogizzare qualche modo del primo schema: ma questo è solo un caso di dimostrazione circolare: δεῖξαι κύκλῳ: 73^{a}17: cf. i capp. Aγ 5-7, e si tratta in ogni caso di una dimostrazione ὅτι, mai di una dimostrazione διότι: cf. Aβ 2, 53^{a}8. Ora questa è una differenza importante per Aristotele. Difatti il sapere *che* una proposizione è vera e non può essere altrimenti è solo una parte della scienza, la quale comprende il sapere la causa per cui *A* è *B*, e s'intende la causa specifica: Aγ 2, 71^{b}9ss; 9, 76^{a}4ss. Cf. Mignucci, *La teoria arist. della scienza*, §§ 46s.

[12] Cf. però *Cat*. 3, 1^{b}10-15: « Quando uno si predichi di un altro come di soggetto, quante cose si dicono del predicato, tutte si diranno anche del soggetto: così p. es. uomo si predica di un particolare uomo, animale poi [si dice] di uomo; perciò animale si dirà pure del particolare uomo: il particolare uomo infatti è e uomo e animale »: ὅταν ἕτερον καθ' ἑτέρου κατηγορῆται ὡς καθ' ὑποκειμένου, ὅσα κατὰ τοῦ κατηγορουμένου λέγεται, πάντα καὶ κατὰ τοῦ ὑποκειμένου ἑηθήσεται. οἷον ἄνθρωπος κατὰ τοῦ τινὸς ἀνθρώπου κατηγορεῖται, τὸ δὲ ζῷον κατὰ τοῦ ἀνθρώπου· οὐκοῦν καὶ κατὰ τοῦ τινὸς ἀνθρώπου τὸ ζῷον κατηγορηθήσεται· ὁ γὰρ τὶς ἄνθρωπος καὶ ἄνθρωπός ἐστι καὶ ζῷον. Questo passo sembra esprimere il *dictum de omni*, ed è come tale citato comunemente. Si noti che esso sottolinea inoltre l'unità del soggetto dei molti predicati, e cioè la natura dell'affermazione come identità materiale dei termini: cf. 1.33. Sulla autenticità del trattato delle categorie, contro le obiezioni di O. Appelt (*Die Kategorienlehre des Aristoteles*, in « Beiträge zur Geschichte der griechischen Philosophie », III, Leipzig 1891, cap. II) riprese da S. Mansion, *La doctrine aristotélicienne des Catégories*, in « Proceedings of the X Int. Congr. of Phil. », Amsterdam 1949, pp. 1097ss.), cf. C. Negro, *La dottrina delle categorie dell'omonimo trattato aristotelico*, Pavia 1952 (diss.) e L. M. De Rijk, *The Authenticity of Aristotle's Categories*, in « Mnemosyne, IV series, vol. IV, fasc. II, pp. 129-159, Lugduni Batavorum 1951.

[13] Cf. Aα 1, 24^{b}26-30: « L'essere un termine in tutto nell'altro e l'essere l'uno predicato dell'altro secondo il tutto è la stessa cosa. Diciamo poi "essere predicato di ogni" quando non si può prendere nessuno del soggetto, di cui l'altro [termine] non si debba dire. E analogamente il "di nessuno" »: τὸ δὲ ἐν ὅλῳ εἶναι ἕτερον ἑτέρῳ καὶ τὸ κατὰ παντὸς κατηγορεῖσθαι θατέρου θάτερον ταὐτόν ἐστιν. λέγομεν δὲ τὸ κατὰ παντός πατηγορεῖσθαι ὅταν μηδὲν ᾖ λαβεῖν τοῦ ὑποκειμένου καθ' οὗ θάτερον οὐ λεχθήσεται· καὶ τὸ κατὰ μηδενὸς ὡσαύτως. Ora: « se l'*A* [è predicato] di ogni *B* e il *B* di ogni *C*, è necessità che l'*A* sia predicato ogni *C*: abbiamo infatti già detto prima in che senso diciamo "essere predicato di ogni" »: *ib*. 4, 25^{b}37-40: εἰ τὸ Α κατὰ παντὸς τοῦ Β καὶ τὸ Β κατὰ παντὸς τοῦ Γ, ἀνάγκη τὸ Α κατὰ παντὸς τοῦ Γ κατηγορεῖσθαι· πρότερον γὰρ εἴρηται πῶς τὸ κατὰ παντὸς λέγομεν. Questo è l'enunciato e la spiegazione di *Barbara*. Analogamente *ib*. 26^{a}24, la conclusione del modo *Darii* è: « perciò, se "essere predicato di ogni" è quello che abbiamo detto all'inizio, è necessità che l'*A* sia a qualche *B* »: οὐκοῦν εἰ ἔστι παντὸς κατηγορεῖσθαι τὸ ἐν ἀρχῇ λεχθέν, ἀνάγκη τὸ Α τινὶ τῷ Β ὑπάρχειν. Così pure, *ib*. 26^{a}25-27: εἰ τὸ μὲν Α μηδενὶ τῷ Β ὑπάρχει, τὸ δὲ Β τινὶ τῷ Γ, ἀνάγκη τὸ Α τινὶ τῷ Γ μὴ ὑπάρχειν. ὥρισται γὰρ καὶ τὸ

κατὰ μηδενὸς πῶς λέγομεν. Questo è l'enunciato e la spiegazione del modo *Ferio:* « Se l'*A* è a nessun *B* e il *B* è a qualche *C*, è necessità che l'*A* non sia a qualche *C*: si è definito infatti anche il " di nessuno " in che senso lo diciamo ». Cf. pure Aα 8, 30a2 e contesto.

Si può difficilmente dire che Aristotele non è responsabile del principio *dictum de omni*, o che questo principio non si trovi nell'*Analitica Prima* come principio del sillogismo. Cf. 2.74.

[14] Questo parere di Łukasiewicz probabilmente non è condiviso da tutti coloro che s'interessano di logica. Non tutti fanno coincidere la logica con la logica matematica. E non sembra facile provare che Aristotele o la migliore tradizione della logica medievale darebbe ragione a Łukasiewicz. Non è infatti facile proporre come plausibile l'opinione che Aristotele non comprendesse appieno le prove che egli porta nella sua sillogistica. Si può anche sospettare che l'interpretazione di Łukasiewicz sia più originale che storicamente esatta.

[15] Come Łukasiewicz ha notato sopra (par. precedente), Aristotele non enuncia espressamente le leggi dell'identità (si veda tuttavia in questo contesto Bochenski, *Hist. of Formal Logic*, par. 16. C. Theory of Identity). Introducendo tali leggi nell'interpretazione del sistema di Aristotele, sembra che Łukasiewicz ci resti debitore di qualche spiegazione. Il linguaggio che egli usa qui infatti non è per nulla comune e chiaro: comunemente non si dice che *due* cose sono identiche. Ma la spiegazione di questa, forse superficiale, difficoltà, mentre sembrerebbe doverosa in vista dell'esattezza di linguaggio a cui mira la logica matematica, condurrebbe Łukasiewicz in questioni di carattere filosofico, quali sono la natura della predicazione, della tautologia e del « giudizio analitico », alle quali abbiamo accennato sopra (nota [8]).

[16] Nel testo « *Dublin lies on the Liffey* ».

[17] Il rapporto predicabile che Aristotele prende in considerazione come elemento essenziale del sillogismo è espresso variamente: cf. 1.3. Consideriamo il seguente: τὸ Α ἕπεται τῷ Β. Possiamo formulare un sillogismo aristotelico come segue:

εἰ τὸ Α ἕπεται παντὶ τῷ Β
τὸ δὲ Β παντὶ τῷ Γ,
ἀνάγκη τὸ Α ἕπεσθαι παντὶ τῷ Γ.

Possiamo sostituire:

B con « oggi è venerdì »
A con « domani è sabato »
C con « ieri era giovedì »,

e otteniamo il sillogismo:

Se « domani è sabato » segue a ogni « oggi è venerdì »
e « oggi è venerdì » segue a ogni « ieri era giovedì »
allora « domani è sabato » segue ad ogni « ieri era giovedì ».

Ciò che possiamo pure esprimere così:

Se (se *p* allora *q*) allora [se (se *q* allora *r*),
allora (se *p* allora *r*)].

Termini e proposizioni sono certamente diverse categorie semantiche; ma questo non fa necessariamente differenza per la logica formale: non ci interessa infatti che cosa assumiamo come termini, purché essi siano termini dei rapporti predicabili che costituiscono il sillogismo. Né è tanto chiaro come, per Łukasiewicz, la logica sappia correttamente attribuire « pianta » a una categoria semantica e " oggi è venerdì " ad un'altra, dato che (cf. par. 1) essa non è la scienza circa le piante, né circa il calendario.

Se Łukasiewicz ha mai dato una qualche ragione per cui si debba dire che il sillogismo aristotelico si può correttamente applicare solo a termini che non siano proposizioni, devo confessare che o la sua ragione mi è sfuggita, oppure non l'ho compresa. Si noti di passaggio tuttavia, che questo punto di vista è sostenuto comunemente, non solo dal nostro Autore. Cf. 2.32.

[18] Questo procedimento è applicato nella *reductio ad impossibile*: se avere per conseguente β è proprio di un antecedente α, allora la negazione di β non può essere vera assieme ad α. Cf. sotto, n. [23].

[19] Cf. sopra nota [17].

[20] Cioè la formula CCNβββ si può ovviamente considerare corretta: essa viene a dire che ciò che è necessario non si può negare, perché il tentativo di negarlo si riduce alla sua affermazione: così se diamo a β il valore del principio di contraddizione, allora la formula significa che dire che il principio di contraddizione non è valido, è dire che esso è valido, supposto che si voglia dare significato alle nostre parole; cioè la negazione del principio di contraddizione non è semplicemente realizzabile. L'Autore dice però che la « Se non-β, allora β » può essere vera. Cosa intenda per « vero » non è chiaro. Non sembra però corretto l'attribuire solo all'ignoranza della logica il fatto che Maier rigetta la formula « Se non-β, allora β » come contraria alla legge della contraddizione. Cioè: se è vero che la formula può ammettere un'interpretazione corretta, come molte espressioni paradossali anche nel linguaggio comune la possono ammettere; è pure vero che la formula è accettabile solo 1. come antecedente di β; 2. alla condizione di spiegarla come abbiamo fatto. Difatti, fuori della formula CCNβββ, la « Se non-β, allora β » è la contraddittoria della tesi T5 di Łukasiewicz: *Cpp.* (par. 23). Se inoltre la « Se non-β, allora β » può essere vera, allora noi possiamo supporre che sia vera e tutte le volte che non-β, potremo affermare β. Se l'Autore non intendeva dar questo senso all'espressione, allora bisogna dire che non ha tradotto correttamente il testo di Aristotele: il testo infatti dice: « ...risulterà il *B* essere grande, stante che il *B* non è grande; ma questo è impossibile »: συμβαίνει ἐξ ἀνάγκης τοῦ Β μεγάλου μὴ ὄντος αὐτὸ τὸ Β εἶναι μέγα· τοῦτο δὲ ἀδύνατον. Non si potrà contestare che il genitivo assoluto si possa tradurre con una proposizione ipotetica. Ma non sempre la traduzione è adeguata. Tanto meno sembra adeguata in questo caso la formalizzazione con la quale l'Autore rende il testo greco. Quello che Aristotele chiama ἀδύνατον infatti è una formale contraddizione, anche se espressa in genitivo assoluto invece che con l'ausilio di un sincategorema congiuntivo.

Suppongo che per Łukasiewicz « vero » in questo contesto significhi: tale che, sotto certe condizioni, si può correttamente fare oggetto di operazioni logico-matematiche. Anche in questo senso però l'espressione non è accettabile dal punto di vista Aristotelico, ma solo dal punto di vista della logica matematica. Non è infatti perché non-β implica β, che β è vero; ma questo dovrebbe essere il caso, se « Se non-β, allora β » si dovesse accettare come antecedente di β. Si veda lo stesso teorema di Aβ 4, 57b3-71, in Platone, *Phaed.* 97a-b. Cf. P. Hoenen, *De noetica geometriae*, Roma 1954, p. 181 ss.

[21] Se a^2 è divisibile per *n*, allora *a* è divisibile per *n*, perché l'ipotesi che *a* non sia divisibile per *n implica contraddizione* e perciò non è realizzabile. Questo è il senso di ciò che in matematica si esprime correttamente con la formula « se *a*' non è divisibile per *n*, allora *a*'' è divisibile per *n*; ma *a*'' è uguale ad *a*' ».

[22] Si confronti 1.5, 2.6, 2.14, e sopra, n. [17].

[23] A prescindere dall'interpretazione di Maier, se è vero, come Łukasiewicz sostiene, che il sillogismo Aristotelico è un'implicazione, cioè una tale proposizione che afferma il conseguente β, *se e in quanto* è ammesso l'antecedente α, allora questa critica ad Aristotele è davvero difficile da capire. La *reductio* significa: *Se* è ammesso l'antecedente « *M* a ogni *N* e non a qualche *X* » allora il conseguente « *N* non è a qualche *X* » deve pure essere ammesso. La ragione: difatti la contraddittoria del conseguente implica la negazione dell'antecedente, che si era ammesso, in questo caso, della minore di (3). Cioè il sillogismo prova, perché la negazione del conseguente non è compossibile con l'antecedente: e questo è l'impossibile che è mostrato dalla *reductio*.

È vero che l'Autore comincia l'esame di questa prova ' insufficiente ', dicendo: « Di solito la prova è spiegata così » e, in nota, aggiunge: « p. es. da Maier »; la conclusione però è: « La prova data da Aristotele né è sufficiente, né è una *reductio per impossibile* ».

È alquanto strano che questa stessa critica sia ripetuta allo stesso modo in Bocheński, *Hist. of Formal Logic*, 14.18. Vedi pure la nota seguente.

[24] La proposizione ovviamente falsa, che Aristotele ha nel testo 27ᵃ37-40, è la seguente: « Se M è a ogni N e non è a qualche X, allora N è a ogni X ». E dimostra che questa proposizione è impossibile perché: « Se M a ogni N e N a ogni X, allora [*Barbara*] M è a ogni X » e non, come si era supposto (ὑπέκειτο), « M non a qualche X ». Nell'esempio di ŁUKASIEWICZ si arriva all'impossibile concezione " tutti i gufi sono uccelli " *mentre si è ammesso*, nella minore di (3), che « alcuni gufi non sono uccelli ».
« α e non β » è la negazione di « se α, allora β ». Perciò la negazione del modo *Baroco*, dalla quale, dice ŁUKASIEWICZ, deve cominciare la *reductio*, è appunto la negazione del conseguente *mentre si afferma l'antecedente*. E questo dice il testo citato, che è l'esposizione ' sistematica ' del modo *Baroco*.

[24 ª] Per un'adeguata discussione degli anapodittici stoici in rapporto alla sillogistica, si veda M. MIGNUCCI, *Il significato della logica stoica*, Bologna 1955, pp. 166-190.

[25] Oltre i passi citati da ŁUKASIEWICZ e quelli aggiunti in nota, mi sembra importante leggere Aα 41, 49^b33-50^a3, con il quale sarà utile confrontare Aγ 10, 76^b35-77^a4. Per il senso del termine ἐκτιθέναι e del suo sinonimo ἐκκεῖσθαι sarà anche utile confrontare Aα 34, 48^a1ss; per l'uso del termine nella esemplificazione in geometria, cf. *Meteor*. 5, 376^a10.
Osservazioni complementari su possibili interpretazioni della natura della ἔκθεσις, si vedano in 2.633, 2.643.

[26] Si confronti la (2) con la seguente tesi di Aristotele:

« Se B appartiene ad ogni C
e A appartiene ad ogni C,
allora B appartiene a qualche A »

Questo è il modo *Darapti*. Aristotele, Aα 6, 28^a17-22; lo prova come segue: « Poiché l'affermativa converte, il C apparterrà a qualche A, e perciò:

" Poiché il B è a ogni C
e il C a qualche A
è necessità che il B sia a qualche A ",

risulta infatti sillogismo in forza del primo schema ».
Io sono del parere che questa non sia la prova che Aristotele intendeva dare alla legge della conversione della I. La (2) di ŁUKASIEWICZ poi non differisce dal modo *Darapti* se non perché premette alla sua formulazione « c'è un C tale che ». Il quale forse vuol essere un quantore esistenziale. Ma resta sempre che la (2) include *Darapti* e che Aristotele prova *Darapti* con la conversione della I, non viceversa.

[27] A questa difficoltà di Alessandro ŁUKASIEWICZ non sembra dare alcuna risposta. Essa tuttavia sembra sufficiente a dimostrare che la macchinosa dimostrazione che ŁUKASIEWICZ espone qui sotto non ha alcun valore di analisi di questo testo né del seguente (nota 52).

[28] Quello che Alessandro domandava forse era la differenza fra l'antecedente e il conseguente di (12). Se la differenza fra S e C è che di S non si dice che « esiste », allora sembra che l'introduzione del termine C come esistente richiederebbe qualche spiegazione, diversa dal *permesso* che ci da la seconda regola dei quantori esistenziali: cf. [30] e cap. II [3].

[29] *The consequence*, qui s'intende ' conseguente '.

[30] A nessun profano di logica matematica sembrerà che il testo di Aristotele dia luogo a questo problema, poiché quello che ŁUKASIEWICZ chiama C è semplicemente dato: è il *qualche* S a cui, secondo i dati, non appartiene P. Cf. 2.633 e 2.643.

[31] Tuttavia la dimostrazione *per impossibile* non è mai una dimostrazione διότι, ma solo ὅτι; e questo fa differenza per il concetto che Aristotele ha della scienza: cf. 2.634.

[32] Nel capitolo seguente, par. 27, si ripete più categoricamente che Aristotele non sapeva niente dei quantificatori. È risaputo che Aristotele ha fatto una distinzione fra proposizioni universali e particolari e che tradizionalmente questa si dice una distinzione nella *quantità* della proposizione e che i segni della quantità sono: *Tutto/ogni*; *nessuno*; *qualche*; *non-tutto*; *qualche - non*, e altri del medesimo significato con le variazioni di forma che le diverse lingue comportano. La proposizione universale per Aristotele è quella nella quale il predicato è detto di tutto il genere espresso dal soggetto: così « L'uomo è mortale » è universale perché « mortale » è detto dell'uomo come tale, cioè « mortale » consegue (ἕπεται, ἀκολουθεῖ cf. Aα 28, *passim*) a « uomo »; per conseguenza nessuno che sia uomo può essere non-mortale, cioè « niente del genere si può prendere, a cui non sia [da predicarsi] il predicato »: Aα 1, 24^b28. Il moderno concetto di quantore universale è espresso così: La proposizione « $\varphi x \supset \psi x$ » è universale se vale per ogni x; cioè ψ è detto di ogni soggetto-φ; cioè ancora, in termini aristotelici, niente che sia caratterizzabile con φ, è non-ψ. La definizione moderna del quantificatore universale prescinde dalla considerazione del genere come tale, cioè si pone sul piano della considerazione puramente estensionale; mentre Aristotele chiaramente deduce il valore estensionale della predicazione (e quindi del quantore) dal valore intensionale della predicazione (cf. nota [11] al cap. I). A parte questa maggiore limitazione del concetto moderno, è difficile vedere quale differenza ci sia fra i due e quale concetto di quantore universale manchi in Aristotele.
La proposizione particolare è quella nella quale il predicato è detto non di tutto il genere denominato dal soggetto, ma di una parte di esso, cosicché nel medesimo genere si può dare qualche soggetto a cui non compete il predicato (dico: si può dare, e ovviamente intendo, si può dare per quanto riguarda la proposizione particolare; non è necessario che si dia: la proposizione particolare riguarda una parte del genere soggetto; del rimanente, indeterminato, non dice niente: cf. BOCHEŃSKI, *Formal Logic*, 12.04.). Se si dice che « Qualche uomo è ricco » non si dice che ogni soggetto che sia uomo è ricco, ma solo che qualcuno, che è uomo, è ricco. Il concetto moderno sembra essere il seguente: la proposizione: « $\varphi x \supset \psi x$ » è particolare se significa solo che per qualche soggetto-φ è vero che esso è ψ, cioè non si dice che ogni soggetto-φ sia ψ, ma solo che qualcuno che è φ è ψ. Fin qui non si vede facilmente la differenza fra il segno della proposizione particolare in Aristotele e il quantore particolare Σ di ŁUKASIEWICZ; né è chiaro ancora che ad Aristotele mancasse il concetto del quantore Σ. Se però si insiste sul fatto che Σ è un quantore *esistenziale*, il quale importa l'esistenza di « almeno un oggetto tale » che esso è φ ed è ψ, allora c'è differenza fra il quantore esistenziale di ŁUKASIEWICZ e il segno della proposizione particolare di Aristotele: per Aristotele la proposizione: (1) « Qualche tragelaphos è monoculo » non è più esistenziale che la proposizione (2) « Tutti i tragelaphi sono quadrupedi ». D'altra parte, si consideri la seguente illazione: (3) « Se tutti gli unicorni sono cornuti, allora alcuni cornuti sono unicorni ». Essa è certamente valida: infatti è la semplice sostituzione con termini concreti dalle legge 10. *CAablba* del par. 26. Ma l'antecedente di (3) è vero, perché è una tautologia. Possiamo dunque distaccare il conseguente, per il *modus ponens*. Nessuno tuttavia vedrà in questo legittimo distacco la logica conclusione della verità che « esistono al mondo dei cornuti che sono unicorni », che sarebbe quanto dire che « se l'unicorno è cornuto, allora esiste l'unicorno; o che se alcuni dèi sono olimpii, allora esiste almeno uno, p.es. Giove, che è dio e olimpio. Ciascuno riconoscerà facilmente nell'applicazione del *modus ponens* a un'implicazione del tipo (3) una strana versione dell'argomento ontologico, da cui, penso, ŁUKASIEWICZ intende astenersi. Allora bisognerà concludere che quanto all'esistenza del tragelaphos, la (1) non dice niente di più che la (2). Ma allora non sembra chiaro dove stia la differenza fra il quantore esistenziale di cui Aristotele non sapeva niente e quella determinazione della quantità della proposizione significata dai segni ricordati all'inizio di questa nota. Quello che in tutta questa questione resta difficile vedere è in che cosa consista la scoperta del quantificatore esistenziale nella logica moderna, se si prescinde dalla particolare tecnica operativa e dalla materiale separazione del segno della quantità, riportato all'inizio della proposizione, mentre in Aristotele esso può essere all'inizio o no. Cf. BOCHEŃSKI, *Hist. of Formal Logic*, 44.03 e 44.07; per una sensata esposizione « tradizionale » del concetto di quantificazione cf. H. W. B. Joseph, *An Introduction to Logic*, pp. 174-81 e 216s. J. N. KEYNES, *Studies and Exercises in Formal Logic*, Londra 1906, pp. 235-39; per una formulazione matematica, W. v. O.

QUINE, *Mathematical Logic*, New York 1962, *197; per una critica del valore esistenziale della proposizione universale e in favore dell'*existential import* della particolare, M. KNEALE, *The Development of Logic*, Oxford 1962, pp. 62ss; una posizione « debole » sull'argomento (il quantore particolare importa un'esistenza almeno " fittizia "): H. REICHENBACH, *Elements of Symbolic Logic*, New York 1966, pp. 216ss, come pure M. R. COHEN e E. NAGEL, *An Introduction to Logic*, New York 1962, pp. 40-44.

[33] Il testo dice: « se non c'è alcun necessario in forza di queste premesse ». La « conseguenza » è appunto ciò che è necessario, e non può essere che necessaria. ŁUKASIEWICZ usa spesso « *consequence* » nel senso di « conseguente ». *Consequence*, *conclusion*, *consequent* non sono chiaramente distinti per ŁUKASIEWICZ: cf. nota [29] e par. 22.

[34] Così il testo di ŁUKASIEWICZ; ma suppongo che si debba leggere « *C* è il soggetto... ».

[35] Il testo dice: « Se le due premesse saranno cioè o tutte e due affermative o tutte e due negative, in nessun modo ci sarà sillogismo »: 27^{b}11s. *Conclusion* di solito è usato da ŁUKASIEWICZ nel senso di ' conseguente '. Non c'è bisogno che il conseguente sia necessario perché si dia sillogismo, ma solo che si dia la conseguenza.

[36] Se è vero che il procedimento di Aristotele è logicamente corretto (§ 21), cioè dimostra che un determinato insieme di dati non è un modo sillogistico, allora l'assumere che quell'insieme non è un modo sillogistico, ma senza provarlo, in terminologia aristotelica non è un assioma, ma un postulato: cf. Aγ 10. Non si vede facilmente perché il postulare una proposizione che si può correttamente dimostrare, sia più « logico » che dimostrarla, salvo il caso che la proposizione in questione non abbia bisogno di dimostrazione, perché è, in termini aristotelici, immediata. È evidente che ciascuno può limitare il suo sistema alla tecnica che vuole; ma è pure chiaro che qui ŁUKASIEWICZ non sta interpretando Aristotele. La sola cosa che ci sembra errata tuttavia è non la ricostruzione di *un* sistema su elementi aristotelici, ma la tacita assunzione che la logica sia solo quella che dipende da una data tecnica.

[37] Sui termini singolari, v. 2.42; I, n. [1]; sui termini vuoti cf. 1.41.

[38] Ciò tuttavia non si può intendere nel senso che la logica di Aristotele sia da lui concepita come irrelativa alla sua metafisica o epistemologia: cf. 1.33, 331. *nota*; nota [17] al cap. I.

[39] Aristotele distingue la negazione del termine dalla negazione dell'ὑπάρχειν: Aα 46; cf. pure *Cat.* 10, 13'15ss. La negazione del verbo è quello che ŁUKASIEWICZ qui chiama negazione come funtore proposizionale. La descrizione « non-è-vero-che », oltre a contenere il termine da definire, sembra avere l'inconveniente di suggerire una mediazione psicologica che non è implicata nella negazione; si ricordi infatti che per Aristotele *vero* è propriamente il « *dire* che ciò che è è... » (*Met.* Γ 7, 1011^{b}27), cioè (cf. *De Int.* 1, 16^{a}2ss.) vero è il conoscere e la sua espressione. Cf. pure III nota [10].

[40] Cf. però 2.2. e II, nota [1].

[41] Ciò non implica tuttavia che « assioma » nel senso dell'Autore sia senz'altro lo stesso che ἀρχή in Aristotele; si confrontino sopra le note III, [8], [11], [36].

[42] Non è chiaro se ŁUKASIEWICZ intenda dire che la sillogistica di Aristotele si può formulare senza il principio d'identità: cf. sopra n. [8] e 1.51.

[43] Il problema di estrema importanza è di trovare una formula la cui materiale applicazione valga a classificare come vere o come false tutte le possibili espressioni significative che si possono costruire entro un sistema. La presentazione che l'Autore fa di questo problema, non può non lasciare alquanto perplesso un lettore che non sia un iniziato. « I nostri assiomi e le nostre regole, egli dice, sono sufficienti a provare tutte le espressioni vere ». Se dunque noi consideriamo la logica come una scienza, essenzialnente costituita da proposizioni vere, che si chiamano tesi, allora accetteremo come tesi tutte le espressioni che possiamo provare

con i nostri assiomi e le nostre regole. Quelle espressioni che non si possono provare così, saranno false e perciò non potremo accettarle come tesi; ma la loro negazione sarà una tesi. Le tesi che possiamo enunciare nel nostro sistema, saranno ovviamente di numero finito, perché non potremo mai applicare le nostre regole a un numero infinito di espressioni, sebbene, per ipotesi, le possiamo applicare a qualsiasi espressione significativa in particolare. Cf. però § 28.

Quello però che fa la reale difficoltà per un profano di logica matematica è il senso che si da qui alle parole. « Espressione significante » non vuol propriamente dire un'espressione che significhi qualcosa di intelligibile, ma solo un insieme di segni messi l'uno dopo l'altro secondo le regole stabilite all'inizio. E perciò il « problema della decisione è quello di decidere se una data fila (*string*) [di segni] sia un teorema o no » (P. ROSENBLOOM, *The Elements of Mathematical Logic*, New York 1950, p. 160s), dove « teorema » significa appunto non qualcosa di cui si possa dire se è vero o no, secondo la definizione aristotelica di verità: cioè esso teorema non è una proposizione che dice che quello che è è, ma è un insieme di segni che appunto si conforma all'ordine stabilito dalle regole del sistema. La sua interpretazione resta un problema aperto, cioè resta problematico se tale insieme di segni corrisponda o no a qualche data o pensabile realtà. A tale complesso di segni si vuole applicare un sistema di controllo che ci permetta di accettarlo come « tesi » o di rigettarlo come « non-vero ». Il procedimento di controllo poi, daccapo, non è un esame del significato e della sua coerenza con i principi primi e immediati; ma è un procedimento meccanico che, se da una parte ci da la materiale garanzia che la formula è « vera » cioè corretta, deve essere d'altra parte applicabile a prescindere da ogni intelligenza, cioè è applicabile, come dice ROSENBLOOM (*ib.*, 177), da ogni *happy moron* a cui si siano date sufficienti istruzioni sul come operare con le formule.

Tutto questo ha un'evidente importanza dal punto di vista delle applicazioni tecniche che la logica matematica può avere (si pensi alla cibernetica: cf. A. M. HILTON, *Logic, Computing Machines and Automation*, Nuova York 1964). Ed è ovvio che tale sorta di sviluppo della logica era fuori di ogni possibile previsione di Aristotele.

Il problema di decidere se un sistema è « consistente », cioè incotranddittorio, è caratteristica della logica quando questa sia costruita su « assiomi » e su « regole » scelti con intendimenti pratici, cioè in vista della maggiore o minore facilità che essi offrono alla tecnica della deduzione nel senso operativo meccanico. Se il punto di partenza è un complesso di assiomi (in terminologia aristotelica « postulati ») e di regole che sono in definitiva oggetto di convenzione (v. *Empirismo e convenzionalismo*, di F. BARONE, in *Il neopositivismo logico*, Torino 1953, pp. 302ss.), allora si può sempre pensare possibile che ad un certo punto dello sviluppo del sistema venga ad apparire un paradosso o una contraddizione che non ci si aspettava e che viene a dimostrare la illegittimità dei punti di partenza sui quali si era convenuto di fondare il sistema. Per evitare che solo l'esperienza del crollo di tutto il sistema ci riveli la debolezza dei suoi presupposti, si cerca di decidere con un procedimento preliminare se il complesso di assiomi e regole sia tale da *poter* dar luogo a proposizioni contraddittorie correttamente dedotte dai principi. Ovviamente anche questo processo preliminare, per quanto si possa definire metalogico, per rispetto ai procedimenti deduttivi particolari interni al sistema, è però sempre concepito come un quasi-meccanico schema deduttivo, il quale, attraverso un numero finito di operazioni ci possa affermare che tutte le formule correttamente deducibili dai nostri assiomi e regole saranno consistenti, cioè saranno dedotte come tesi da affermarsi se sono consistenti e se sono inconsistenti con i nostri assioni, allora saranno da rigettarsi in forza delle nostre regole del rigetto.

Quanto questo problema possa essere importante per la sillogistica di Aristotele, non è molto chiaro a me. Esso è ovviamente interessante per una applicazione meccanica della sillogistica. E in questo senso sembra vero quello che ŁUKASIEWICZ dice, che il coronamento della sua interpretazione della sillogistica è la scoperta della « regola del rigetto » con la conseguente soluzione del problema della decisione.

Per il valore che la soluzione di ŁUKASIEWICZ può avere per la sillogistica di Aristotele in se stessa, cioè per quanto essa storicamente è, si tenga presente che essa non è esattamente un sistema assiomatico nel senso moderno; effettivamente essa non è nemmeno un sistema deduttivo se non in quanto riguarda di fatto delle proposizioni che sono mediate; ma Aristotele non intende dedurre il maggior numero di proposizioni possibile dal minor numero di

proposizioni immediate possibile; ma piuttosto, viceversa, cerca un principio immediato per ridurre all'evidenza dei principi, quelle proposizioni che sono in se stesse mediate. Quanto è conosciuto per ἐπαγωγή è per se stesso più noto e certo di quanto è dimostrato. Il pericolo di dedurre correttamente due proposizioni contraddittorie dai principi primi poi, è, per ipotesi, escluso perché 1. sono veri e necessari i principi *da cui* dipende tutta la scienza; 2. perché il principio della deduzione è pure primo e immediato e necessario. Perciò ho notato più volte che il principio della sillogistica è il primo schema determinatamente, ad esclusione di ogni altro modo sillogistico che sia dimostrabile. Apparenti contraddizioni che possono insorgere nel processo dell'argomentazione, sono di principio spiegate come inadeguatezza dei segni espressivi: perciò quello che possiamo in qualche modo caratterizzare come il trattato sui paradossi in Aristotele, i *Sofistici Elenchi*, è in sostanza un trattato sulla supposizione. Anche dal punto di vista del problema della decisione perciò, la differenza decisiva fra Aristotele e un logico matematico è che Aristotele opera direttamente sui significati, mentre il logico matematico si sforza, per quanto possibile, di operare sui segni e di trovare un sistema coerente di segni. Per una ulteriore discussione del valore di questo capitolo, rimando a A. P. USHENKO, *The Problems of Logic*, Princeton 1941, cap. III, « Consistency and the decision-problem », pp. 87-116. Per una introduzione tecnica all'argomento si può consultare A. CHURCH, *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton 1956, I, p. 94ss e par. 46.

CAPITOLO IV

[1] Perciò limiterò in proporzione le note critiche a quanto segue.

[2] Cf. III, [39].

[3] Si noti che, secondo quanto dice qui l'Autore, da un'espressione quale:

(1) *CKCpqCqrpr*

si può « dedurre », per sostituzione

s/p, t/q, v/r,

la seguente:

CKCstCtvsv,

e la (2) è una *nuova* tesi, cioè una nuova proposizione vera del sistema (cf. § 8).

Questa osservazione ci aiuterà forse a comprendere il significato che « deduzione » ha per l'Autore; e il valore che egli dà alla variabile. Cf. HARDY, G. H., *Mathematical proof*, in *Mind* 38 (1929) p. 12ss.

[4] Si avverta che perciò il funtore *C*, definito sopra, par. 22, come equivalente alla congiunzione « se... allora », non ha effettivamente in queste parole della lingua normale un'esatta traduzione. Si dice infatti « Oggi è venerdì e Roma è in Italia », ma questo non « significa lo stesso che »: « Non-è-vero-che ' Se oggi è venerdì, allora Roma non è in Italia ' ». Cioè il funtore *C* non traduce l'aristotelico συμβαίνειν, né ἀκολούθησις.

[5] Cioè ha lo stesso valore di verità, come è specificato nella parentesi che segue.

[6] Cf. I, [11].

[7] Affermare e rigettare una proposizione: ŁUKASIEWICZ dà i corrispondenti *to assert* e *to reject* come traduzioni del tedesco *anerkennen* e *verwerfen*, che si tradurrebbe normalmente: riconoscere e rigettare. La traduzione: negare, per *to reject*, negazione, per *rejection* presenterebbe qualche difficoltà. *Rejection* infatti è applicata da ŁUKASIEWICZ anche alle funzioni proposizionali, per la semplice ragione che, non essendo proposizioni, esse non si possono affermare: non si può dire che « *p* » sia vera, né che « *p* » sia falsa, né si può dire di « *Np* » che sia né vera né falsa; perciò conclude ŁUKASIEWICZ esse si debbono rigettare. Si dia perciò a rigettare il senso debole di « non-assumere ». La distinzione fra « rigettare » e « negare » resta tuttavia un po' problematica. per le ragioni seguenti: 1. ŁUKASIEWICZ ne fa il correlativo di *to assert*, non di qualcosa come « eleggere » « adottare » o simili; 2. gli esempi a cui applica la *rejection* sono di fatto espressioni negate nel contesto della logica di Aristotele: la (*i*) infatti così come sta è un'espressione falsa: essa diventa vera (nel senso ristretto di un'implicazione materiale) solo con l'aggiunta di un'ipotesi, cioè che *c* sia identico ad *a*; ma questa ipotesi non è contenuta nella espressione (*i*): sarebbe come dire che la proposizione « tutti gli uomini sono ricchi » è vera, perché la proposizione « tutti gli uomini sono ricchi se hanno molti soldi » è vera: si dice correttamente che la prima è falsa e la seconda è vera; e si afferma correttamente la seconda mentre la prima va correttamente negata. Cf. nota [3] al cap. V.

[8] Suppongo che l'Autore si riferisca al passo Aα 4, 26ª2s, e perciò si debba leggere più correttamente « Se il primo consegue a tutto il medio e il medio a nessun ultimo, non ci sarà sillogismo degli estremi ». Cioè « Se *A* a ogni *B* e *B* a nessun *C* », che è effettivamente l'antecedente che ŁUKASIEWICZ dà qui sotto. Ma cf. sopra, nota [7].

[9] Cfr. III, [32] e [36].

[10] Si sostituisca: *a*/ « russo », *b*/ « medico »: avremo: « Se qualche russo è medico, allora, se non ogni russo è medico, allora ogni medico è russo ». Cioè, con una specie di superconversione, da una *I* (qualche russo è medico) abbiamo ottenuto una *A* (ogni medico è russo). Questa « estensione » della sillogistica trova una verifica nell'applicazione ai cerchi di Eulero, purché si « limiti » l'applicazione con la condizione che si tratti di cerchi non intersecanti. Cf. sopra [7] e V [3].

CAPITOLO V

[1] Cf. 1.332.; 1.5s. e sotto, nota [3].

[2] Qualcuno, che affronti il problema partendo dall'intelligenza della natura della negazione, penserà: *Parturiunt montes*... Ma il problema di ŁUKASIEWICZ è un problema di tecnica, non di intelligenza della natura delle cose.

[3] Più correttamente « $a = b$ » segue da quelle due premesse più l'ipotesi (cioè un'altra premessa) che *a* e *b* siano numeri appartenenti a una serie di numeri ordinati. In definitiva l'antecedente non sarà più di fatto costituito da due negazioni, ma sarà p. es. il seguente:

(1) data una serie di numeri 1,2,3,4,... e dato che

(2) tali numeri siano scritti ordinatamente in modo che ogni numero è minore del seguente e maggiore del precedente, allora

(3) se *a* è uno di detti numeri e si trova al posto che non è né prima né dopo il posto di *b*, allora *a* è allo stesso posto di *b* e cioè « $a = b$ ».

[4] Cf. C. I. LEWIS - C. H. LANGFORD, *Symbolic Logic*, 2ª ed., New York 1959, pp. 50, 63; H. REICHENBACH, *Elements of Symbolic Logic*, New York 1966, p. 203, 93ss.

[5] Sull'influenza della logica aristotelica sulla filosofia, si dovrebbe tener presente che da Aristotele dipende in gran parte lo sviluppo medievale della logica, con la quale è strettamente connessa una filosofia che non tutti considerano come un disastroso effetto dell'influenza di Aristotele.

Sulla *adaequatio rei et intellectus*, va ricordato che in quella definizione di verità *res* non significa una sostanza corporea, ma significa lo stesso che *ens* o realtà. Perciò la proposizione « Se piove, la terra si bagna » si può direttamente confrontare con lo stato oggettivo di cose, in ordine a decidere se la proposizione è vera o no. Questa apologia, vale anche in difesa del concetto kantiano di giudizio analitico, nel suo valore formale: il concetto infatti è appli-

cabile anche a proposizioni in forma di implicazione, anche se quello che in questo caso si chiama soggetto è lo stato di cose espresso da una proposizione. Probabilmente infatti Kant considererebbe come analitico il « giudizio »: « Se piove, la terra si bagna » e non avrebbe difficoltà a dirci quale « soggetto » va analizzato in questo caso per dedurre il « predicato »: si tratterà solo di decidere se « l'acqua che cade sulla terra abbia la proprietà di bagnare la terra » universalmente sì o no e se questa questione si possa risolvere solo in forza di una categoria *a priori*.

Se poi *il significato* di un'implicazione è esprimibile anche fuori della forma ipotetica propria dell'implicazione, come si può ragionevolmente pensare, allora non è insensato considerare la proposizione categorica come la forma elementare di ogni proposizione e si può considerare ogni proposizione come riducibile allo schema della classica enunciazione *de tertio adjacente*. E questo potrà fare difficoltà a una logica formalistica, ma non alla logica formale.

Conclusione

« Le diverse concezioni sulla natura della logica, se esse non nascono dalla effettiva esperienza dell'elaborazione dei problemi interni alla logica, sono esposte al pericolo di essere " vuote e insignificanti "; sembrerebbe perciò ragionevole cominciare dicendo semplicemente che la logica è una teoria circa tali e tali problemi, cioè circa i problemi che i logici moderni si sforzano di risolvere, e poi continuare discutendo questi problemi in particolare. Ma allo stato attuale delle cose, questo sarebbe un criterio estremamente pericoloso, se non disastroso. Gli specifici problemi della logica odierna infatti sono specializzati al punto di essere settori strettamente tecnici di calcolo simbolico, e, se essi dovessero definire l'ambito dell'interesse della logica, questa diventerebbe una scienza, o più precisamente un ramo della matematica. Questo, è vero, è appunto quanto la logica dovrebbe essere secondo i logici moderni, dato che il loro miglior pregio è di essere dei matematici. Essi si compiacciono di ricordarci che i filosofi sono responsabili del secolare ristagno della logica, come è riconosciuto da Kant stesso in un famoso passo [*Kritik d. reinen Vernunft*, (B), 7s. (nota del trad.)], il quale — sia detto di passaggio — non doveva però prestarsi ad essere citato come condanna della logica. I logici moderni ci ricordano ancora che la logica non entrò nel suo presente stato di attività febbrile, promossa dal sempre crescente numero di adepti, fin che dei matematici, Boole, Peirce, De Morgan, Peano, Schröder, Russel, ecc., non presero la causa di questa scienza nelle loro mani. E in conseguenza, la logica, per sopravvivere, deve essere simbolica, cioè matematica.

Ho chiamato " febbrile " l'attività dei logici matematici; non saprei se questo implichi la delicata questione, se si tratti della quantità di moto o dell'inerzia della ricerca logica. Non dobbiamo dimenticare che i risultati di una simile attività dei logici medievali è appunto quello che fu tacciato come " scolasticismo " attraverso le età successive. Io sono tuttavia disposto ad ammettere che, nel complesso, la logica simbolica rappresenti un progresso sulla tradizione aristotelica. E nel definire la logica dobbiamo tener conto dello sviluppo degli esercizi tecnici nel calcolo simbolico.

Ancor di più, dobbiamo valutare equamente gli interessi moderni e mettere in primo piano l'aspetto tecnico della logica. Tuttavia io obbietto al "credo" del logico matematico, quando egli identifica l'aspetto tecnico con la totalità della logica, o quando decide che, in vista dei prevalenti meriti dei matematici negli sviluppi recenti della logica, è tempo di trasferire la logica dalla competenza della filosofia, alla facoltà di matematica... A me sembra che un atto di violenza contro la naturale unità di logica e filosofia sta per compirsi e intendo difendere il carattere naturale della loro unità. Credo che una trattazione puramente matematica non può dar conto adeguatamente della logica. » (A. P. USHENKO, *The Problems of Logic*, Princeton 1941, pp. 9-11).

Io condivido sostanzialmente il punto di vista di USHENKO e forse una breve rivista delle tesi in cui ho creduto di dover differire da ŁUKASIEWICZ, chiarirà in che senso e dove sembra a me necessario riallacciare la logica alla filosofia.

ŁUKASIEWICZ critica la definizione aristotelica di verità (la *adaequatio rei et intellectus* infatti è solo la traduzione latina della più volte citata definizione di Aristotele), ma non ci dà una migliore definizione, né una definizione qualsiasi di verità che sia valida universalmente. Il criterio delle matrici di verità infatti *a*) presuppone una più elementare definizione di verità per le proposizioni che si debbono classificare 1 o 0; *b*) non è applicabile a proposizioni semplici. Lo sviluppo del concetto di verità come correttezza deduttiva è valido; ma è incompleto, non solo in generale, ma anche per la logica stessa, che usa costantemente il concetto di verità « elementare » per definire la verità delle sue tesi.

Abbiamo proposto un confronto del concetto di 'variabile' con l'universale aristotelico. La variabile sembra essenziale alla definizione di logica *formale* perché questa considera solo strutture necessarie e deve perciò prescindere dai termini « concreti » (cioè da quanto non è specificamente un elemento di dette strutture), ai quali le leggi logiche si possono applicare. Comunemente si definisce la variabile solo come « sostituibile »; questa definizione però non è costantemente rispettata, dato che qualche volta lo scambio di variabili in una stessa formula, si dice che dà origine a una « nuova » tesi. Se però si mantiene coerentemente il concetto di variabile come puro termine dei puri rapporti logici, allora si raggiunge una definizione di variabile che sembra coincidere con l'universale di Aristotele: cioè l'universale specifico termine di date relazioni.

« Termine » perciò non viene a significare in Aristotele un'entità linguistica, ma qualsiasi *cosa*, di quale che sia categoria, metafisica, psicologica, linguistica, purché essa cosa sia termine di dette relazioni predicabili.

Si viene così anche a chiarire la definizione di logica formale e il termine « formale » mantiene il suo significato tradizionale, cioè aristotelico-medievale: la logica è formale perché prende in considerazione solo e *specificamente* ciò che è *per sé* costitutivo dei rapporti di implicazione; cioè, se ciò che la logica vuole stabilire è come e quando si da un *sequitur*, essa è formale quando considera puramente gli elementi che determinano la *sequela*. Questi non sono mai termini concreti, ma solo i loro rapporti predicabili. Il concetto stesso di implicazione non è essenzialmente quello di un rapporto fra proposizioni, ma elementarmente è dato fra i termini di una protasi semplice: « Uomo è animale » è intesa da Aristotele come essenzialmente analizzabile in « Animale segue a uomo » o « Animale è implicato in uomo ». Il sillogismo poi rappresenta il caso della « implicazione mediata ». E, sembra, da questo concetto di implicazione non differisce quello che si esprime comunemente nella formula « *Cpq* », quale « Se oggi è venerdì, allora domani è sabato », cioè « 'Domani è sabato' è implicato in 'oggi è venerdì' ».

I rapporti predicabili sono rapporti di soggetto-predicato nei quali si esprime in forma elementare il rapporto di materia-forma, cioè di elemento determinabile ed elemento determinante. Quest'ultimo è sempre la ragione per cui diversi termini sono in qualsiasi rapporto, ed essendo « formale » nel senso della metafisica aristotelica, è sempre universale, ma sempre nei singolari. Cioè i rapporti che vengono in questione non sono rapporti tra forme, ma sono universali rapporti fra cose singolari per ragione delle loro forme. Le variabili aristoteliche perciò sono sostituibili con termini singolari, in quanto non siano assunte nel sillogismo in funzione di predicato. Questo è il caso del termine minore di ogni sillogismo dimostrativo.

Aristotele sembra pensare che la struttura della protasi tipo che egli assume nel sillogismo è la struttura elementare di ogni proposizione e perciò è adatta ad esprimere in modo elementare ogni stato di cose a cui si possa applicare un procedimento dimostrativo. Ho suggerito in particolare che una proposizione in forma implicativa equivale per Aristotele a un'universale categorica necessaria. Ma non ho preso in esame come di fatto si possano, per Aristotele, ridurre le varie forme della proposizione alla forma categorica *de tertio adjacente*. Sembra comunque escluso che Aristotele intendesse che il sillogismo fosse applicabile solo a termini semplici, quali i termini della proposizione elementare del tipo « Uomo è animale ».

Il sillogismo è concepito da Aristotele come un'implicazione; non è però certo in generale che egli facesse, né che potesse coerentemente fare, una chiara distinzione fra leggi e regole di illazione. Ma non sembra che nemmeno ŁUKASIEWICZ ci dia una soddisfacente discussione delle implicazioni teoriche di detta distinzione.

Aristotele ha visto la possibilità di formulare la sillogistica come un sistema assiomatico nel senso moderno; ha di fatto offerto l'esempio di una deduzione di tutti i modi sillogistici da *Barbara* e *Celarent*, o forse, nella mia interpretazione, dal primo schema come unico principio; e inoltre ha accennato alla possibilità di ricostruire il sistema anche riducendo il primo schema al secondo. Tuttavia egli non persegue mai l'ideale di diminuire il numero degli assiomi in favore dell'accertamento del maggior numero possibile di tesi attraverso dimostrazione. La sua concezione della sillogistica è strettamente legata ai presupposti epistemologici e psicologici della prevalenza della conoscenza dei principi sulla conoscenza dimostrativa. Assioma poi per Aristotele è sempre un principio indimostrabile per ragione della oggettiva immediatezza del rapporto del dato soggetto con il dato predicato.

La necessità non sembra di principio equiparabile all'universalità: questa è implicata in quella, ma non viceversa.

Il rapporto antecedente-conseguente è determinatamente un rapporto causale: perciò c'è un antecedente naturale di un dato conseguente, anche se, in casi determinati, è possibile, πρὸς ἡμᾶς, una dimostrazione « circolare ».

I sillogismi imperfetti sono sillogismi « potenziali », cioè tali che devono essere dimostrati, perché non sono probativi per sé, ma in forza della loro riduzione al primo schema. Questa riduzione poi è una dimostrazione nel tecnico senso aristotelico.

Non è chiaro in che senso si possa dire che Aristotele non conosceva la funzione dei quantificatori. Se la prova per ἔκθεσις assomiglia molto alla tecnica con cui si usa il quantificatore esistenziale nella logica moderna, in Aristotele tuttavia essa non va soggetta alle difficoltà teoriche che l'introduzione di questo quantore dà luogo nella logica matematica in quanto questa non chiarisce come e in quanto si faccia ricorso all'esistenza di fatto di termini la cui esistenza non era data da principio.

La differenza fondamentale fra la trattazione matematica della logica e la trattazione aristotelica della sillogistica è, sembra, che Aristotele non intende essere formalistico e non fa consistere l'esattezza principalmente nella materiale disciplina nell'uso dei segni, ma nel riflesso controllo dei

significati che sono di volta in volta intesi. Se, ciò nonostante, è vero che il sistema di Aristotele ha nel suo insieme un'esattezza che si può definire matematica, come dice e prova ŁUKASIEWICZ, questo non sembra sufficiente ad affermare che la sola possibilità di arrivare a comprendere la sillogistica di Aristotele è quella di ripensarla in categorie logico-matematiche. Effettivamente, se la mia esposizione è in qualche modo riuscita, essa mi sembra un sensato tentativo di « dedurre » i modi sillogistici dal primo schema e dalla definizione di « predicare di tutto e di nessuno », con un corretto procedimento che io chiamerei aristotelicamente « noetico », e che forse verrà comunemente classificato come « intuitivo », e che non è comunque operativo-matematico.

NOTA BIBLIOGRAFICA

a. Delle « più che trenta recensioni che, in tutto il mondo, hanno favorevolmente accolto a prima edizione [della *Aristotle's Syllogistic*], pubblicate in ebraico, francese, inglese, italiano, spagnolo, tedesco » (Łukasiewicz, prefazione alla seconda edizione), alcune, ma non tutte, sono elencate, con riferimento bibliografico, nei seguenti volumi del *Journal of Symbolic Logic*: XVII, XVIII, XIX, XXI; *in memoriam*, XXII, XXV. Alcune recensioni sono puramente informative oppure sottolineano senza rilevante discussione l'accordo con Łukasiewicz praticamente in tutte le tesi, comprese le tesi storiche: così J. H. Woodger, in *The British Journal for Philosophy of Science*, 4 (1953), pp. 251s.; H. Scholz, in *Deutsche Leteraturzeitung*, 73, H. 4 (1952), pp. 230-35; Ph. Boehner, in *Journal of Symbolic Logic*, XVII, n. 2 (1955), pp. 209s.; con qualche riserva: J. T. Clark, in *The Philosophical Review*, 65, n. 4 (1952), pp. 575-78; A. C. Lloyd, in *Philosophical Quarterly*, 5, n. 19 (1955), pp. 175-78; una più seria discussione e maggiori riserve ha A. N. Prior, in *Australasian Journal of Philosophy*, 30, n. 1 (1952), pp. 33-46. Non più che moderata si può dire l'approvazione che l'Autore ottiene da J. L. Austin, *Critical Notice*, in *Mind*, 61 (1952), pp. 395-404, come pure da J. Dopp, *Un exposé moderne de la syllogistique d'Aristote*, in *Revue Philosophique de Louvain*, 50, (1952), pp. 284-305: molte delle loro osservazioni sono condivise da noi in questo lavoro, spesso per ragioni e da punti di vista diversi. Una breve valutazione, che tiene conto delle tacite implicazioni filosofiche e delle esigenze di una più critica ermeneutica, è presentata da C. A. Viano, in *Rivista di Filosofia*, 44, n. 2 (1953), pp. 221-224.

b. Testi, commenti e traduzioni.

Aristotelis, *Opera*, ex recensione Immanuelis Bekkeri edidit Academia Regia Borussica, 2 voll., Berlino 1831. Una ristampa fotomeccanica è stata curata da Olof Gigon, presso Walter de Gruyter Verlag, Berlino 1960. O. Gigon ha aggiunto (pp. XI-XXI del vol. I, e ripetuto nel vol. II, pp. V-XV) un accurato *conspectus* di tutte le edizioni, complete o parziali (eccetto per i frammenti), che seguirono a quella del Bekker, con l'elenco dei codici utilizzati da ciascuna.

Aristotelis, *Organon Graece*, ed. Th. Waitz, 2 voll., Lipsia 1844-46 (Rist. Brown, Dubuque, 1966).

Aristotle's *Prior and Posterior Analytics*. A Revised Text with Introduction and Commentary by W. D. Ross, Oxford 1949 (rist. 1957 e, a cura di Minio-Paluello, 1963).

Aristotelis, *Categoriae et Liber De Interpretatione*, rec. L. Minio-Paluello, Oxford 1949 (e poi 1956, 1961).

Aristotelis, *Topica et Sophistici Elenchi*, rec. W. D. Ross, Oxford 1958.

Per i commentari greci, ancora molto utili e inesplorati sono gli scogli raccolti nel IV vol. dell'edizione del Bekker: *Scholia in Aristotelem*, collegit Christianus A. Brandis, Berlino 1836 e *Supplementum Scholiorum*, edidit H. Usener, 1870. La ristampa curata da O. Gigon in un volume (Berlino 1961) premette l'elenco degli scogli con i relativi riferimenti, quando disponibili, alla edizione dei commentari greci dell'Accademia Prussiana delle Scienze, come pure un elenco completo dei commenti inclusi nei XXIII voll. di detta edizione. A parte questa riedizione degli *Scholia* non esiste, a mia notizia, alcun'altra edizione dei commentari greci, dopo quella citata: *Commentaria in Aristotelem Graeca* edita consilio et auctoritate Academiae Litterarum Regiae Borussicae, Berlino 1882-1909.

Più che a ogni commentatore moderno il lettore di Aristotele dovrà riferirsi a *Index Aristotelicus*, ed. Hermannus Bonitz, che è il V vol. dell'edizione del Bekker (Berlino 1870: ristampa a cura di O. Gigon, ib. 1961).

Oltre ai commentari greci, per una introduzione al testo dell'*Organon* nel contesto di Aristotele si vedano i seguenti:

BOETHII, M. S., *Commentaria...*, in *Patrologia Latina*, 64, Parigi 1891.
B. ALBERTI MAGNI, *Opera*, ed. Borgnet, vol. I, Parigi 1890.
S. THOMAE AQUINATIS, *In Aristotelis libros Peri Hermeneias et Posteriorum Analyticorum Expositio*, a cura di R. Spiazzi, Torino 1955.
PACIUS A BERINGA JULIUS, *In Porphyrii Isagogen et Aristotelis Organon commentarius analyticus*, Francoforte 1597, ristampata dall'editore Georg Olms, Hildesheim am Dammtor 1965).
MAURUS, SYLVESTER, *Aristotelis Opera... brevi paraphrasi et literae perpetuo inhaerente expositione illustrata*, ed. a cura di F. Ehrle, vol. I, Parigi 1885.
ROSS, W. D., *Aristotle's Prior and Posterior Analytics* (citato).
AL - FARABI'*s Short Commentary on Aristotle's Prior Analytics*, transl. introd. and notes by N. RESCHER, Pittsburgh 1963.

Fra le traduzioni, la sola raccomandabile sembra ancora quella del Pacius: ARISTOTELIS... *Organon...*, *graece et latine*, J. PACIUS recensuit, Francoforte 1597 (ristampa: G. Olms, Hildesheim 1965).

c. Sullo sviluppo della logica aristotelica:

SOLMSEN, F., *Die Entwicklung der aristotelischen Logik und Rhetorik*, Berlino 1929. L'autore applica alla logica il criterio esegetico evolutivo di W. JAEGER (*Aristoteles*, prima ed. Berlino 1923). In chiara dipendenza dai due precedenti è, con poche riserve: I. M. BOCHEŃSKI, in *Ancient Formal Logic*, Amsterdam 1951 (v. p. 22) e poi in *Formale Logik*, Friburgo i. B. - Monaco, 1956 (trad. inglese: Notre Dame, Indiana, 1961). Ma si veda un'accurata confutazione del criterio di Solmsen in ROSS, *Arist. An.* (citato), pp. 7-23 e una più fondamentale presa di posizione contro Jaeger in G. REALE, *Il concetto di Filosofia Prima e l'unità della Metafisica di Aristotele*, Milano 1961, in favore del quale ultimo è pure la recensione di J. E. OWENS in *The New Scholasticism*, 38, n. 2 (1964), pp. 254-56. Sostanzialmente critico rispetto ai presupposti di Jaeger è pure I. DÜRING, *Aristoteles*, Heidelberg 1966 (*passim*) e notevoli riserve hanno al riguardo R. A. GAUTHIER e J. Y. JOLIF, nell'introduzione a *L'Ethique à Nicomaque* (tome I, Lovanio-Parigi 1958).

d. Esposizioni più sistematiche:

[Facoltà Filosofica di Gallarate], *Lectiones Philosophiae Scholasticae, Liber Primus. Logica*, Venezia 1907 (è una esposizione adeguata ed acuta, mancante però di sufficiente documentazione testuale).
CALOGERO, G., *I fondamenti della logica aristotelica*, Firenze 1927.
VIANO, C. A., *La logica di Aristotele*, Torino 1955.
MILLER, J. W., *The Structure of Aristotelian Logic*, Londra 1938.
MIGNUCCI, M., *La teoria aristotelica della scienza*, Firenze 1965 (importante per l'adeguata discussione della letteratura rilevante).
NEGRO, C., *La sillogistica di Aristotele come metodo della conoscenza scientifica*, Bologna 1966.

Da un punto di vista più formalistico:

BOCHEŃSKI, I. M., *On the Categorical Syllogism*, in *Dominican Studies*, 1 (1948); rist. parziale in MOURANT, J. A., *Formal Logic*, Nuova York-Londra 1964, pp. 297-310.
PATZIG, G., *Die aristotelische Syllogistik*, Göttingen 1959.
EBBINGHAUS, K. *Ein formales Modell der Syllogistik des Aristoteles*, Göttingen 1964.
KNEALE, M., in *The Development of Logic*, Oxford 1962, pp. 23-112.

e. Sulle difficoltà che si possono muovere alla forma matematica della logica dal punto di vista della logica aristotelica, sembra che rimangono ancora valide le critiche che H. POINCARÉ muove alle «nuove logiche», cioè a Burali-Forti, Peano, Couturat, Russell: *Les mathématiques et la logique*, in *Revue de métaphysique et de morale*, 13 e 14 (1905 e 1906), e poi in *Science et méthode*, Parigi 1908; in inglese, con prefazione di Poincaré: *Mathematics and Logic*; *The New Logics*; *The Last Efforts of the Logisticians*, tutti in *The Foundation of Science*, trad. G. B. Halsted, Nuova York 1913 e poi 1929, pp. 448-85; gli stessi in *Science and Method*, trad. F. Maitland, Dover [Nuova York], s.d., pp. 143-196. Si possono inoltre vedere:

CARNAP, R., *Die alte und neue Logik*, in *Erkenntnis*, 1 (1930); trad. ingl. in AYER, A. J., *Logical Positivism*, Glencoe, Ill., 1960, pp. 133-46.
HOENEN, P., *De logica nova et antiqua*, in *Gregorianum*, 1939, pp. 273-80.
idem, *De axiomatica*, in *De noetica geometriae*, Roma 1954, pp. 154-89 e *ibid.* pp. 249-88.
CLARK, J. T., *Conventional Logic and Modern Logic. A Prelude to Transition*, Washington, D.C., 1952.
JACOBY, G., *Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtschreibung*, Stoccarda 1962.

Su alcuni presupposti occasionalistici di una logica basata sull'implicazione materiale è molto utile: MARMURA, M. E., *Ghazali and Demonstrative Science*, in *Journal of the History of Philosophy*, 3 (1965), pp. 183-204.

Sulla particolare questione storica della «figura galenica», contro la conclusione di ŁUKASIEWICZ, ripetuta da BOCHEŃSKI e M. KNEALE, si veda RESCHER, N., *New Light from Arabic Sources on Galen and the Fourth Figure of the Syllogism*, in *Journal of the History of Philosophy*, 3 (1965), pp. 27-41: Galeno riconosce solo tre *schemi* che raggruppano coppie di premesse dimostrative (come Aristotele), ma raggruppa in quattro συστάσεις i diversi ternari di maggiore, minore, conseguente (includendovi l'inverso del primo schema), che la tecnica sillogistica può considerare.

Sulla critica di ŁUKASIEWICZ alla definizione aristotelica di verità, si veda TARSKI, A., *The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics*, in *Philosophy and Phenomenological Research*, 1943-44, rist. in FEIGL, H. and SELLARS, W., *Readings in Philosophical Analysis*, Nuova York 1949.

Sull'importo esistenziale della protasi aristotelica si veda SIMPLICIO, *Scholia* 87a45-88b2; NEGRO, *La sillogistica...* (citato), II, 4.2-23; MANSION, S., *Le jugement d'existence chez Aristote*, Lovanio-Parigi 1946; RIONDATO, E., *La teoria aristotelica dell'enunciazione*, Padova 1957, spec. cap. II, pp. 63-74. Da un punto di vista diverso QUINE, W. v. O., *Meaning and Existential Inference*, in *From a Logical Point of View*, Nuova York 1963, pp. 160-67. Pertinente è pure il punto di vista di LONERGAN, B. J. F., *Deductive Methods* e *Scientific Method and Philosophy*, in *Insight*, Londra 1958, pp. 402ss. e 423-30.

Una complementare discussione della «regola del rigetto» come applicata da Aristotele: PATZIG, G., *Beweis für die Nichtschlüssigkeit von Prämissenpaaren*, in *Die arist. Syll.* (citato), pp. 180-197.

Per un confronto con la logica stoica, si veda MIGNUCCI, M., *Il significato della logica stoica*, Bologna 1965, con adeguata bibliografia, pp. 191-200.

g. Per un'esposizione sistematica della logica di ŁUKASIEWICZ si veda ora il suo *Elements of Mathematical Logic*, transl. from Polish by O. WOJTASIEWICZ, (rist.) Nuova York 1964. Per un'introduzione generale ai probabili presupposti filosofici dell'Autore, vedi BARONE, F., *Il neopositivismo logico*, Torino 1953 (rist. 1964).

INDICI

Nota: Nei seguenti indici i numeri romani seguiti da cifra arabica rimandano alle *Note del traduttore* alla fine del volume: s'intenda perciò che, p. es., "III, 8" rimanda alla nota [8] al cap. III; tutte le altre cifre arabiche rimandano al numero progressivo delle pagine e si riferiscono tanto al testo quanto alle note in calce di ciascuna pagina.

INDICE DELLE COSE

INDICE DEI LUOGHI DI ARISTOTELE

INDICE DEI NOMI